Analyse des singularités du manipulateur parallèle sphérique isostatique 3-RCC

Mourad Karouia[1, 3], Jacques M. Hervé[2], Philippe Bidaud[3]

[1] *Robotique Médicale - Institut de Cardiologie Pitié-Salpêtrière, Université Paris6*
email : karouia@yahoo.fr
[2] *Centre de Recherche, Ecole Centrale Paris*
[3] *Laboratoire de Robotique de Paris, Université Paris6*

Résumé :

Dans cet article, est présentée une analyse du manipulateur parallèle sphérique isostatique de type structurale 3-RCC. Ce manipulateur est composé de trois bras identiques reliant en parallèle une plateforme mobile (effecteur) à une plateforme fixe (bâti). Chaque bras est une mise en série d'un couple rotoïde suivi de deux couples cylindriques constituant ainsi une chaîne cinématique à 5 degrés de liberté. L'orientation de l'effecteur autour du point fixe est obtenue par l'actionnement des trois couples rotoïdes. Une analyse structurale du mécanisme fondée sur les propriétés algébriques de groupe Lie de l'ensemble des déplacements est développée pour déterminer les déterminer les configurations singulières et une classification de ces singularités est déduite.

Abstract :

In this paper a structural analysis of the 3-RCC non overconstrained spherical parallel manipulator is presented. This manipulator is composed of three identical limbs connecting in parallel a moving platform (effector) to a fixed base. Each limb is made of a serial array of a revolute pair and two cylindrical pairs thus constituting a 5-dofkinematic chain. The orientation of the effector is obtained by actuation of the three revolute pairs. A structural analysis of the mechanism based on the algebraic properties of a Lie group of the set of displacements is developed in order to find out the singular configuration and a classification of these singularities is deduced.

Mots-clefs :

Analyse structurale, manipulateur parallèle sphérique, isostatique, singularités.

1 Introduction

Un manipulateur parallèle sphérique est généralement composé de trois bras connectant une plateforme mobile (effecteur) à une autre fixe (bâti) et il engendre un mouvement de rotation à 3-ddl autour d'un point fixe appelé centre de rotation. De nombreux travaux ont portés sur les manipulateurs parallèles sphériques qui peuvent être classés en deux catégories : les manipulateurs parallèles sphériques à 3-ddl hyperstatiques, décrits par Asada et al. (1985), Gosselin et al. (1989, 1994) ; et ceux à 3-ddl isostatiques décrits par Leguay-Durant (1998), Karouia et al. (2000, 2002a, 2002b, 2003, 2004), Di grigorio (2001, 2002), Hervé et al. (2002), Kong (2002, 2004).
Les applications qui nécessitent des manipulateurs sphériques isostatiques sont nombreuses, on peut citer en particulier les poignets de commande à retour d'efforts, appelés aussi interfaces haptiques. Le manipulateur sphérique 3-RCC présenté dans (Karouia et al., 2003) est bien adapté à la conception d'une interface haptique mais aussi de tout autre système d'orientation.

2 Description du manipulateur 3-RCC

Le manipulateur est composé de trois bras RCC disposés en parallèle. Chaque bras RCC est une chaîne cinématique à 5-ddl résultant de la mise en série d'un couple rotoïde R et de deux couples cylindriques C dont les axes convergent au point fixe O, centre de rotation (Fig. 1). En utilisant la formule de mobilité des mécanismes proprement spatiaux, on peut montrer que le manipulateur 3-RCC est isostatique ($M = 3x5 - 6\ (3-1) = 3$). Les trois bras sont assemblés en respectant les conditions géométriques suivantes (Fig.2) :

- Les axes du couple R et des deux couples C convergent au point fixe O centre de rotation,
- L'axe (O, $\mathbf{u}_{1j}$) du couple R et les axes (O, $\mathbf{u}_{2j}$) et (O, $\mathbf{u}_{3j}$) des deux couples C de chaque bras ne sont pas coplanaires ;
- Les trois plans (O, $\mathbf{u}_{2j}$, O, $\mathbf{u}_{3j}$), chacun défini par les deux couples C d'un bras, ne sont ni parallèles à une droite ni parallèles à un plan.

Des cas particuliers d'assemblage des trois bras du manipulateur 3-RCC sont à remarquer; ce sont les cas où trois couples R sont coaxiaux (Fig.3) ou les cas où dans chaque bras les axes des deux couples C et du couple R sont deux à deux perpendiculaires (Fig.4).

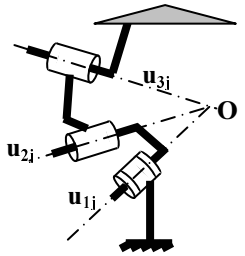

Fig. 1 – Bras RCC

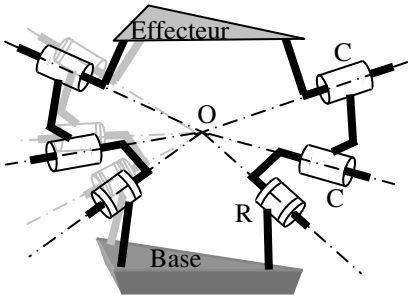

Fig. 2 – Manipulateur parallèle sphérique isostatique 3-RCC

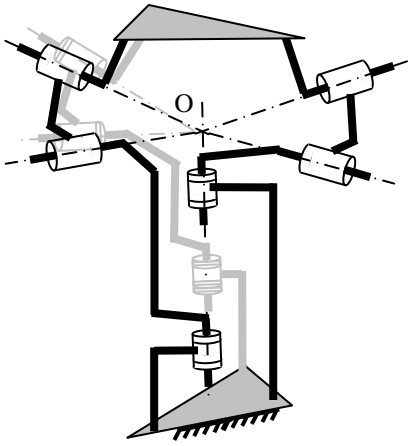

Fig. 3 – Couples R coaxiaux

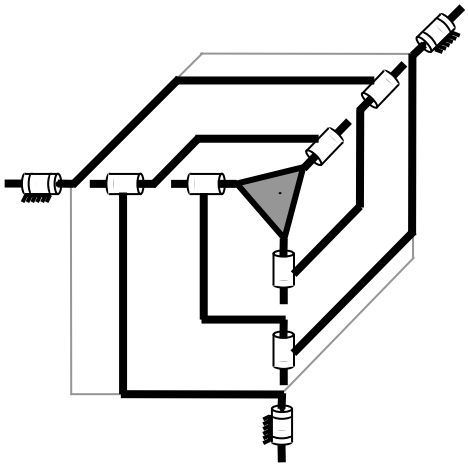

Fig. 4 – Bras à couples R et C orthogonaux

3 Configurations singulières du manipulateur 3-RCC

Dans (Hervé, 1978, 1999) il est démontré que les couples cinématiques inférieurs (ou couples de Reuleaux) engendrent des sous-ensembles de mouvement qui sont des sous-groupes algébriques du groupe de Lie des déplacements.

- Couple Rotoïde : $\{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}$, mouvement de rotation autour de l'axe $(O, \mathbf{u}_{1j})$ passant par le point fixe O et parallèle au vecteur unitaire $\mathbf{u}_{1j}$;
- Couple Cylindrique : $\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}$, mouvement cylindrique autour de l'axe $(O, \mathbf{u}_{2j})$ passant par le point fixe O et parallèle au vecteur unitaire $\mathbf{u}_{2j}$;
- Couple Cylindrique : $\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\}$, mouvement cylindrique autour de l'axe $(O, \mathbf{u}_{3j})$ passant par le point fixe O et parallèle au vecteur unitaire $\mathbf{u}_{3j}$;

Les trois vecteurs unitaires $\mathbf{u}_{1j}$, $\mathbf{u}_{2j}$, $\mathbf{u}_{3j}$ sont linéairement indépendants et par conséquent ne sont donc pas coplanaires (Fig. 1).
Le bras RCC indice "j" engendre une variété de dimension 5 dans le groupe des déplacements ; cette variété est notée $\{V5_j\}$ (Karouia, 2003). La dimension de cette variété peut, en général, être appelée le degré de liberté du bras.

$$\{V5_j\} = \{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\} \tag{1}$$

Le modèle structural d'un manipulateur parallèle sphérique à 3-ddl isostatique est défini comme un système d'équations portant sur des sous-ensembles de déplacements (Karouia, 2003), ce qui donne pour le manipulateur 3-RCC :

$$\begin{aligned}&\{V5_1\}\cap\{V5_2\}\cap\{V5_3\} = \cap^3_{j=1}\{V5_j\} = \{S(O)\},\quad j = 1, 2, 3 \Rightarrow\\ &\cap^3_{j=1}[\{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\}] = \{S(O)\}\end{aligned} \tag{2}$$

Avec $\{S(O)\}$: sous-groupe de Lie de mouvements de rotation sphérique autour du point fixe O.

Le manipulateur 3-RCC satisfaisant le modèle structural (2), produit le mouvement sphérique à 3-ddl de rotation autour du point fixe O, centre du mouvement sphérique. Il est alors dit en configuration régulière. Autrement le manipulateur est dit en configuration singulière ; le modèle (2) n'est plus réalisé, soit :

$$\cap^3_{j=1}[\{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\}] \neq \{S(O)\} \tag{3}$$

Un sous-groupe de Lie de mouvements cylindriques peut être décomposé en un produit commutatif d'un sous-groupe de Lie de dimension 1 de mouvements de rotation et d'un sous-groupe de dimesion 1 de translation (Hervé, 1999). Ainsi on peut écrire :

$$\begin{cases}\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\} = \{R(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{T(\mathbf{u}_{2j})\} = \{T(\mathbf{u}_{2j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{2j})\},\ \forall\, j = 1, 2, 3\\ \{C(O, \mathbf{u}_{3j})\} = \{R(O, \mathbf{u}_{3j})\}\{T(\mathbf{u}_{3j})\} = \{T(\mathbf{u}_{3j})\}\ \{R(O, \mathbf{u}_{3j})\},\ \forall\, j = 1, 2, 3\end{cases} \tag{4}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}&\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\} = \{R(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{T(\mathbf{u}_{2j})\}\{T(\mathbf{u}_{3j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{3j})\} \Rightarrow\\ &\{C(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{C(O, \mathbf{u}_{3j})\} = \{R(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{T(\mathbf{u}_{2j}, \mathbf{u}_{3j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{3j})\},\ \forall\, j = 1, 2, 3\end{aligned} \tag{5}$$

Car le produit de deux sous-groupes de translation de dimension 1 (translation linéaire) est un sous-groupe de translation de dimension 2 (translation plane) (Hervé, 1999).

A partir de (3) et (5) on obtient :

$$\cap^{3}_{j=1}[\{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{T(\mathbf{u}_{2j}, \mathbf{u}_{3j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{3j})\}] \neq \{S(O)\} \quad (6)$$

La condition (6) est satisfaite si est seulement si on a :

$$\begin{cases} \{R(O, \mathbf{u}_{1j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{2j})\}\{R(O, \mathbf{u}_{3j})\} \neq \{S(O)\} & (7) \\ \text{ou} \\ \cap^{3}_{j=1}[\{T(\mathbf{u}_{2j}, \mathbf{u}_{3j})\}] \neq \{E\},\ j = 1, 2, 3 & (8) \end{cases}$$

{E} est le sous-groupe impropre du groupe de Lie des déplacements qui ne contient que la transformation identique E.

3.1 Perte du mouvement sphérique

La condition (7) est réalisée si les axes, (O, $\mathbf{u}_{1j}$), (O, $\mathbf{u}_{2j}$) et (O, $\mathbf{u}_{3j}$), du couple R et des deux couples C d'au moins un bras ''j'' sont coplanaires. Dans ce cas le manipulateur 3-RCC est en configuration singulière (Fig.5) et il n'est plus capable de produire le mouvement sphérique. Localement, le bras singulier ne peut restituer que des mouvements sphériques à 2-ddl. En configuration singulière le bras RCC perd le mouvement de rotation d'axe passant par O et perpendiculaire au plan du bras RCC (Fig.5). En dehors de cette configuration singulière, le bras récupère sa capacité à produire des mouvements sphériques à 3 ddl. Le manipulateur 3-RCC perd 1-ddl de rotation si un seul bras RCC est en configuration singulière, ou 2-ddl de rotation si deux bras RCC sont en configurations singulières et enfin 3-ddl de rotation si les trois bras RCC sont en configurations singulières.

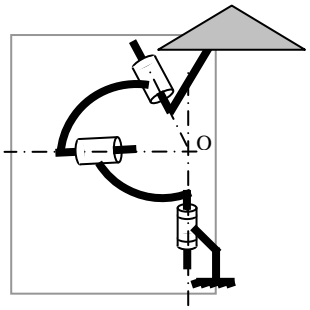

Fig.5 – Bras RCC en configurations singulières :
axes des couples R et C coplanaires

3.2 Gain de mobilité de 1-ddl ou 2-ddl de translation

La condition (8) montre que deux cas sont possibles. Dans le premier cas, les plans (O, $\mathbf{u}_{2j}$, $\mathbf{u}_{3j}$) sont parallèles à une droite et le manipulateur présente une mobilité additionnelle à 1-ddl de translation dont la direction est celle de cette droite parallèle aux trois plans. En cette configuration, une singularité de rotation infinitésimale autour de cette droite apparaît, provoquant ainsi un manque local de rigidité et donc aussi de précision. Au total, le manipulateur accumule une singularité par acquisition de 1-ddl de translation finie et une singularité par acquisition de la possibilité d'une rotation d'amplitude infinitésimale. Dans le deuxième cas, les plans (O, $\mathbf{u}_{2j}$, $\mathbf{u}_{3j}$) sont parallèles à un plan et le manipulateur gagne alors une mobilité de 2-ddl en translation dont la direction est celle du plan parallèle aux trois plans. Deux

exemples du manipulateur 3-RCC en configurations singulières, l'un du premier cas avec 1-ddl supplémentaire (Fig.6) et l'autre avec 2-ddl supplémentaires sont montrés en (Fig.7).

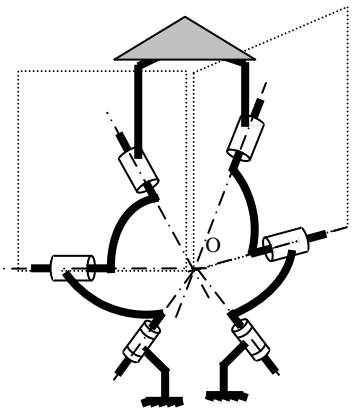

Fig. 6 – manipulateur 3-RCC en configurations singulières : plans des couples C // à une droite

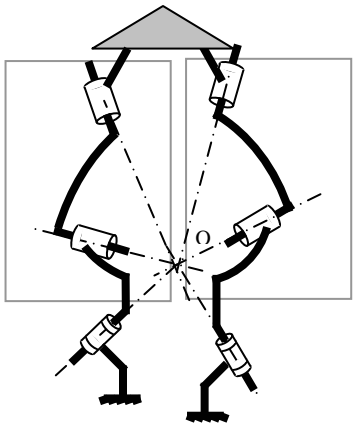

Fig. 7 – manipulateur 3-RCC en configurations singulières : plans des couples C // à un plan

4 Conclusion

Dans cet article, les singularités essentielles du poignet parallèle 3-RCC ont été mises en évidence. L'approche employée est basée sur l'utilisation des propriétés algébriques de groupe de Lie de l'ensemble des déplacements. Les configurations singulières qui mettent en panne le manipulateur, ont pu être classées en singularités avec perte locale de mobilité et en singularités avec gain de mobilité à 1-ddl ou 2-ddl de translation finie. Il existe aussi des singularités par acquisition locale de la possibilité de rotation infinitésimale lesquelles singularités ne créent en fait que des imprécisions du manipulateur. Ce dernier type de singularité se démontre en travaillant sur des sous-ensembles de déplacements infinitésimaux qui sont bien caractérisés par leurs torseurs cinématiques et l'examen systématique de dépendances linéaires de ces torseurs.

Références

Di Gregorio R., ''A new parallel wrist using only revolute pairs: the 3-RUU wrist'', Robotica, Vol.19, pp.305-309 (2001).

Di Gregorio R., ''The 3-RRS wrist: a new, very simple and not overconstrained spherical parallel manipulator'', Proc. of ASME Design Engineering Technical Conferences, DETC'02, DETC2002: MECH-34344. Montreal, Canada, September 29 – October 2 (2002).

Di Gregorio R., ''A new family of spherical parallel manipulators'', Robotica, Vol.20, pp.353-358 (2002).

Fang Y. and Tsai L.W., ''Structure synthesis of 3-dof rotational parallel manipulators'', IEEE Int. Conf. Rob. Autom, Taipei, Taiwan, May 12-17 (2003).

Fang Y. and Tsai L.W., ''Structure synthesis of a class of 3-dof rotational parallel manipulators'', IEEE Trans. Rob. Autom. Vol. 20 (1) pp.117-121 (2004).

Gosselin, C., Angeles, J., 1989. The optimum kinematic design of a spherical three-degree-of-freedom parallel manipulator. ASME Journal of Mechanism, Transmission and Automation in Design, vol.111, no.2, pp. 202-207.

Gosselin, C., Hamel, J.F., 1994. The agile eye: a high performance three-degree-of-freedom camera-orienting device. IEEE Int. Conference on Robotics and Automation, San Diego, pp. 781-787.

Gosselin C.M. and Wang J., ''Singularity loci of a special class of spherical three-degree-of-freedom parallel mechanisms with revolute actuators'', Int. Journal of Robotics Research, Vol. 21 (7), pp.649-659 (2002).

Hervé J.M. and Karouia M., ''The novel 3-RUU wrist with no idle pair'', Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directors For Parallel Mechanisms and Maipulators. (ed. Clément M. Gosselin et Imme Ebert-Uphoff), pp.284-286, Quebec, Canada, 3-4 Octobre (2002).

Hervé J.M., ''Analyse structurale des mécanismes par groupe des déplacements'', Mech. Mach. Theory, Vol.13 (4), pp.437-450 (1978).

Hervé J.M., ''The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design'', Mechanism and Machine Theory, 34, pp.719-730 (1999).

Karouia M. and Hervé J.M., ''A three-dof tripod for generating spherical rotation'', Advances in Robot Kinematics, Kluwer Academic Publishers, pp.395-402 (2000).

Karouia M. and Hervé J.M., ''An orientational 3-dof parallel mechanism'', Parallel Kinematics Seminar, Proceedings PKS'2002. (Edited by H. R. Neugebauer), pp.139-150, Chemnitz, Allemagne, 23-25 April (2002).

Karouia M. and Friconneau J.P., ''Dispositif de déplacement sphérique d'élément'', Brevet Français, n° FR2835579, (2003).

Karouia M. and Hervé J.M., ''A family of novel orientational 3-dof parallel robots'', Proceedings of the 14th CISM-IFToMM RoManSy Symposium, RoManSy 14. (Edited by G. Bianchi, J.C. Guinot and Rzymkowski), Springer Verlag, Vienna, pp.359-368 (2002).

Karouia M. and Hervé J.M., ''Enumération de mécanismes parallèles sphériques isostatiques'', 16ème Congrès Français de Mécanique, CFM2003, Nice, France, 1-5 Septembre (2003).

Karouia M., ''Conception structurale de mécanismes parallèles sphériques'', Ph.D. Thesis, Ecole Centrale Paris, France (2003).

Karouia M. and Hervé J.M., ''New parallel wrists: special limbs with motion dependency'', On Advances in Robot Kinematics, Kluwer Academic Publishers, pp.371-380, (2004).

Karouia M. and Hervé J.M., ''Asymmetrical 3-dof spherical parallel mechanisms'', European J. of Mech. Solids (accepté oct 2004).

Kong X. W. and Gosselin C.M., ''Type synthesis of 3-dof spherical parallel manipulators based on screw theory'', Proceedings of DET'02. Montreal, Canada, Septembre 29 - Octobre 2 (2002).

Kong X.W. and Gosselin C.M., ''Type synthesis of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulators'', Int. Journal of Robotics Research, Vol. 23 (3) pp.237-246 (2004).

Leguay-Durand S., ''Conception et optimisation de mécanismes parallèles à mobilités restreintes'', PhD Thesis. Ecole Nationale Supérieure d'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France (1998).

Sefrioui J. and Gosselin C.M., ''Etude et représentation des lieux de singularité des manipulateurs parallèles sphériques à trois degrés de liberté avec actionneurs prismatiques'', Mechanism and Machine Theory, 29 (4), pp.559-579 (1994).