Thèse de Doctorat

présentée à

l'Université Paris VI

par

Guillaume BESSERON

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Spécialité

Mécanique - Robotique

Contrôle de la stabilité des systèmes locomoteurs à haute mobilité évoluant sur des terrains accidentés

---

Soutenue le 16 septembre 2008

devant le jury composé de :

Ph.	BIDAUD	Professeur à l'Université Paris VI	*Directeur de thèse*
G.	GOGU	Professeur à l'IFMA	*Rapporteur*
S.	ZEGHLOUL	Professeur à l'Université de Poitiers	*Rapporteur*
J.G.	FONTAINE	Professeur à l'IIT	*Examinateur*
J.C.	GUINOT	Professeur à l'Université Paris VI	*Examinateur*
V.	DUPOURQUÉ	Président de la société Robosoft	*Examinateur*
Ch.	GRAND	Maître de conférences à l'IUT de Cachan	*Invité*
F.	BEN AMAR	Maître de conférences à l'UVSQ	*Invité*

À Gaëlle

Table des matières

Table des matières v

Table des figures ix

Introduction 1

1 Contexte et problématique 3
- 1.1 Contexte de l'étude . . . 3
- 1.2 Systèmes de locomotion terrestre . . . 6
  - 1.2.1 Définition des systèmes de locomotion . . . 6
  - 1.2.2 Catégorisation et propriétés des systèmes de locomotion . . . 8
  - 1.2.3 Éléments de constitution des véhicules terrestres . . . 11
  - 1.2.4 Exemples de robots mobiles à roues pour la locomotion en extérieur 16
- 1.3 Approche proposée . . . 23
- 1.4 Structure du mémoire . . . 24

2 Les robots *HyLoS* 27
- 2.1 Description générale des robots *HyLoS* . . . 28
- 2.2 Conception et réalisation du robot *HyLoS II* . . . 28
  - 2.2.1 Architecture mécatronique . . . 28
  - 2.2.2 Architecture de commande . . . 34
- 2.3 Modes de locomotion associés aux robots *HyLoS* . . . 37
  - 2.3.1 Modes de propulsion du *HyLoS* . . . 38
  - 2.3.2 Modes de direction du *HyLoS* . . . 41

3 Modélisation de robots mobiles hybrides 43
- 3.1 Paramétrage général du robot . . . 43
  - 3.1.1 Topologie du système . . . 45
  - 3.1.2 Paramétrage de la plateforme . . . 46
  - 3.1.3 Paramétrage des pattes . . . 48
  - 3.1.4 Paramétrage des roues et du contact « roue-sol » . . . 51
  - 3.1.5 Vérification/Validation . . . 53
- 3.2 Modèle cinématique . . . 54

3.2.1 Contrainte cinématique du contact « roue-sol » 54
3.2.2 Cinématique de la plateforme 55
3.2.3 Cinématique de l'ensemble « roue-patte » 57
3.2.4 Cinématique de l'ensemble du système 58
3.3 Modèle dynamique 59
3.3.1 Formalisme de Lagrange 59
3.3.2 Application au robot *HyLoS II* 61
3.3.3 Résultats et Analyse 63

4 Méthodes pour la mesure de la stabilité 67
4.1 Modèles pour l'évaluation de la stabilité 67
4.1.1 Marges de stabilité statique 68
4.1.2 Marges de stabilité dynamique 71
4.1.3 Marge de stabilité utilisée 75
4.2 Évaluation et analyse du critère de stabilité 77

5 Commande découplée de robots mobiles redondants 85
5.1 Études préliminaires pour la commande 85
5.1.1 Indice de mobilité et redondance 85
5.1.2 Singularités cinématiques 86
5.2 Commande des déplacements du robot 88
5.2.1 Approches pour la commande de robots redondants 88
5.2.2 Commande découplée par inversion du modèle cinématique 90
5.2.3 Définition du terme d'optimisation de gestion de la posture 96
5.3 Simulations pour l'évaluation de la commande 99
5.3.1 Simulation « canonique » : Cas d'une pente simple 99
5.3.2 Simulation « réaliste » : Cas d'un terrain naturel 104

Conclusion et Perspectives 111

Bibliographie 115

A Méthode des champs de potentiels 125
A.1 Description de la méthode 125
A.2 Définition des fonctions potentielles 127
A.2.1 Fonction potentielle répulsive 127
A.2.2 Fonction potentielle attractive 129

B Compléments sur le robot *HyLoS II* 133
B.1 Modèle géométrique réel d'une patte 133
B.2 Plans des ensembles du robot *HyLoS II* 136

C Définition/Détail des calculs 149
C.1 Rappels sur les Matrices de Transformations Homogènes 149
C.2 Détermination de la matrice d'orientation 150
C.3 Détermination de la matrice de découplage 152
C.4 Analyse de la Jacobienne 152
C.5 Matrice pseudo-inverse 153

Table des figures

1.1 Exemples de robots mobiles devenus des produits de consommation 4
1.2 *Lunokhod 1* (1970) 4
1.3 *Sojourner* (1997) 4
1.4 Les deux sites extra-terrestres où un robot d'exploration s'est déjà posé . . 5
1.5 *Mars Exploration Rover* 6
1.6 Types de locomotion utilisés dans le monde du vivant [Siegwart 04] 7
1.7 Êtres vivants capables de se déplacer en roulant 8
1.8 Comparaison des principaux modes de locomotion [Bekker 69] 11
1.9 Différentes géométries de roue [Chun 87] 12
1.10 Concept de roue expansible [Grand 07b] 12
1.11 Principaux systèmes de direction [Shamah 01] 13
1.12 Système de direction du robot *Nomad* [Apostolopoulos 01] 16
1.13 Exemples de systèmes à mobilités internes passives 18
1.14 Exemples de systèmes à mobilités internes actives 20

2.1 Les robots *HyLoS* 27
2.2 Vue CAO de l'architecture mécanique du robot *HyLoS II* 29
2.3 Ensemble « roue-patte » du robot *HyLoS II* 30
2.4 Ensemble « patte » du robot *HyLoS II* 31
2.5 Un des deux types de vérin-actionneur de la patte du robot *HyLoS II* . . . 31
2.6 Dimensionnement du système de direction du robot *HyLoS II* 32
2.7 Système de direction du robot *HyLoS II* 33
2.8 Système de traction du robot *HyLoS II* 33
2.9 Architecture de commande du robot *HyLoS II* 35
2.10 Capture d'écran de l'interface d'utilisation et de supervision du robot *HyLoS II* 37
2.11 Configuration nominale en mode roulement simple [Grand 04a] 38
2.12 Mode d'adaptation de posture [Grand 04a] 39
2.13 Locomotion péristaltique chez la limace léopard *Limax maximus* [Chan 07] 39
2.14 Locomotion péristaltique chez la chenille *Pleurotya ruralis* [Brackenbury 99] 39
2.15 Mode péristaltique [Grand 04a] 40

3.1 Description générale d'un robot mobile à roues tout-terrain 44

3.2 Graphe topologique d'un robot mobile à roues tout-terrain 45
3.3 Paramétrage de la plateforme 46
3.4 Angles de Bryant 47
3.5 Paramétrage de la plateforme du robot *HyLoS II* 47
3.6 Paramétrage d'un ensemble « roue-patte » du robot *HyLoS II* 49
3.7 Paramétrage du contact « roue-sol » 51
3.8 Interface de validation du paramétrage appliqué au robot *HyLoS II* 53
3.9 Composition des vitesses pour le modèle cinématique général 55
3.10 Découpage de la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ 64
3.11 Matrice d'inertie du robot *HyLoS II* 65
3.12 Énergie cinétique totale du robot *HyLoS II* 66

4.1 Marges de stabilité statique d'après [McGhee 68] et [McGhee 79] 68
4.2 Illustration du problème lié aux marges de stabilité statique de McGhee . . 69
4.3 Grue de levage 69
4.4 *Sumotori* avant le combat 69
4.5 Principe de la marge énergétique de stabilité selon [Messuri 85] 70
4.6 Calcul de la marge énergétique de stabilité dans le cas général 71
4.7 Principe de la marge de stabilité dynamique proposée par [Orin 76] 72
4.8 Principe de la marge de stabilité dynamique selon [Lin 93] 73
4.9 Principe de la marge de stabilité dynamique d'après [Yoneda 97] 74
4.10 Exemples de manipulateurs mobiles 75
4.11 Marge de stabilité dynamique de Papadopoulos et Rey [Papadopoulos 96] . 76
4.12 Résultats de simulation - Virage à 90° à 6 m/s 78
4.13 Résultats de simulation - Franchissement d'une butte à 0,6 m/s 81
4.14 Résultats de simulation - Franchissement d'une butte à 1,2 m/s 82

5.1 Illustration des singularités cinématiques du robot *HyLoS* [Grand 07a] . . . 87
5.2 Synoptique de commande découplée par inversion du modèle cinématique . 95
5.3 Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation « canonique » . 99
5.4 Évolution des positions articulaires (q_{1_i} et q_{2_i}) des pattes du robot 100
5.5 Évolution des angles de contact exprimés dans le repère global $\mathcal{R}_0$ 100
5.6 Évolution de la garde au sol 102
5.7 Évolution de la marge de stabilité 102
5.8 Évolution du potentiel total au cours de la simulation 102
5.9 Exemple de terrain « réaliste » généré par fractale surfacique 104
5.10 Trajectoire effectuée par le robot lors de la simulation « réaliste » 105
5.11 Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation « réaliste » . . . 106
5.12 Évolution des orientations de la plateforme du robot exprimées dans $\mathcal{R}_0$ . . 106
5.13 Évolution des positions articulaires (q_{1_i}, q_{2_i} et q_{3_i}) des pattes du robot . . . 107
5.14 Évolution des angles de contact exprimés dans le repère global $\mathcal{R}_0$ 107

5.15 Évolution de la garde au sol 108
5.16 Évolution de la marge de stabilité 108
5.17 Évolution du potentiel total au cours de la simulation 108

A.1 Caractéristiques d'un environnement soumis à plusieurs champs de potentiels 126
A.2 Illustration des deux types de fonctions potentielles 127
A.3 Caractéristiques d'une fonction potentielle répulsive de type FIRAS 128
A.4 Comparaison de profils de différentes fonctions potentielles répulsives . . . 129
A.5 Caractéristiques d'une fonction potentielle attractive parabolique 130
A.6 Caractéristiques d'une fonction potentielle attractive conique-parabolique . 131

B.1 Schéma du paramétrage complet d'une patte du robot *HyLoS II* 134
B.2 Représentation des modèles géométriques d'une patte du robot *HyLoS II* . 135
B.3 Espace de travail d'une patte du robot *HyLoS II* 136
B.4 Plan d'une patte du robot 137
B.5 Plan du support du vérin haut d'une patte 138
B.6 Plan de l'axe de pivot 139
B.7 Plan du support du vérin bas d'une patte 140
B.8 Plan du vérin haut d'une patte 141
B.9 Plan du vérin bas d'une patte 142
B.10 Plan du système de direction d'une patte 143
B.11 Plan de l'axe primaire du système de direction 144
B.12 Plan de l'axe secondaire du système de direction 145
B.13 Plan de l'axe de sortie du système de direction 146
B.14 Plan du système de traction d'une patte 147

C.1 Décomposition de l'orientation de la plateforme par les angles de Bryant . 150
C.2 Espaces de l'application linéaire **J** 153

Introduction

La robotique mobile terrestre[1] en milieu naturel est une thématique de recherche qui continue encore aujourd'hui à susciter un vif intérêt. Les missions d'exploration planétaire conduites par la NASA en sont le meilleur témoignage. Bénéficiant de cette impulsion scientifique et médiatique, de nombreux systèmes autonomes sont conçus et développés continuellement à travers le monde et permettent d'alimenter des problématiques de recherche associées assez variées. L'une d'elles, sur laquelle reposent les travaux de recherche présentés dans ce mémoire, s'intéresse à l'étude de la locomotion des systèmes mobiles autonomes en milieux naturels, et plus spécifiquement à l'amélioration de leurs capacités d'évolution dans ce type d'environnement.

Les principales difficultés de mise en œuvre liées à cette problématique sont dues à la nature physico-géométrique (cohésion et inclinaison) du sol sur lequel ces robots évoluent. Ces caractéristiques propres au terrain, associées à un besoin d'autonomie – tant d'un point de vue de l'adaptation à son environnement que d'un point de vue de la consommation énergétique – conduisent naturellement au développement et à la mise en œuvre de systèmes de locomotion originaux hautement adaptatifs. Dans ce cadre, un robot mobile tout-terrain dont la spécificité repose sur son système de propulsion hybride « roue-patte » a été développé. Les systèmes de ce type présentent en effet des capacités intrinsèques d'adaptation face aux variations physique et géométrique du terrain qui leur permettent de répondre efficacement à cette problématique.

Ce travail de thèse a été préparée à l'Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (ISIR) de l'Université de Paris VI au sein de l'équipe des Systèmes Intégrés Mobiles et Autonomes (SIMA). Ces recherches portent sur la modélisation des systèmes de locomotion hybrides, l'évaluation d'un critère de stabilité adapté et la commande des mouvements d'un système à haute mobilité en interaction avec son environnement.

Les efforts ont initialement été concentrés sur la conception d'un système à haute mobilité qui, bénéficiant du retour d'expérience d'un premier prototype du même type, a conduit à la réalisation mécatronique complète du robot *HyLoS II*. Cette plateforme expérimentale à seize degrés de liberté se compose d'un châssis soutenu par quatre ensembles « roue-patte », dont chacun est constitué d'un mécanisme présentant la cinématique d'un manipulateur 2R plan à l'extrémité duquel se situe une roue à la fois motrice et directrice.

[1] par opposition aux milieux aérien et subaquatique

Une modélisation cinématique des systèmes de locomotion hybrides, tenant compte de leurs spécificités de redondance cinématique et d'actionnement et intégrant l'expression des contraintes cinématiques des contacts « roue-sol », est proposée. Une application au cas du robot *HyLoS II* est réalisée. Un modèle dynamique du système est également établi pour permettre l'identification des termes prépondérants de la dynamique du robot. Ces termes sont ensuite pris en considération dans un modèle d'évaluation de la stabilité qui rend compte de l'état du robot lorsqu'il est soumis aux importantes sollicitations de son environnement. Ce critère de stabilité dynamique est évalué et validé à travers une série de simulations numériques.

Une commande originale de gestion de la posture utilisant la méthode des champs de potentiels est mise en œuvre pour permettre la régulation de la stabilité du système au cours du suivi de trajectoire. S'appuyant sur l'inversion du modèle cinématique du robot développé précédemment et à partir de laquelle un découplage des termes de posture et de trajectoire est effectué, cette stratégie de commande met à profit les redondances cinématiques du système pour assurer simultanément la réalisation de la trajectoire désirée et le maintien de la stabilité posturale du robot. La correction de posture du robot intervient lorsque l'indicateur de mesure de sa stabilité atteint une valeur critique prédéterminée, et ce, sans imposer de posture spécifique. Ce comportement est obtenu par la mise en place d'une fonction potentielle relative au contrôle de la stabilité. Enfin, ce schéma de commande est évalué à travers une simulation dynamique du robot évoluant sur un terrain quelconque dans laquelle les différents modèles développés durant ces travaux de thèse ont été intégrés.

Chapitre 1

Contexte et problématique

Ce premier chapitre présente le contexte dans lequel ce travail s'inscrit et la problématique qui lui est associée. Faisant suite à une analyse générale des systèmes locomoteurs terrestres et de leurs éléments constitutifs, un état de l'art des systèmes à mobilités internes existants répondant à la problématique posée est ensuite proposé. Enfin, l'approche générale des travaux développés et la présentation de la structure du mémoire closent ce chapitre.

1.1 Contexte de l'étude

La robotique mobile est un vaste domaine de recherche qui s'attache à étudier tout système autonome capable de se déplacer dans un environnement donné. Les robots mobiles peuvent se classer en plusieurs catégories : les robots terrestres, nommés également UGV (pour *Unmanned Ground Vehicles*), qui constituent le type le plus important du point de vue du nombre de systèmes existants, les robots aériens, appelés communément drones ou UAV (pour *Unmanned Aerial Vehicles*) qui connaissent un engouement particulier depuis les quinze dernières années, et enfin, les robots subaquatiques, désignés également AUV (pour *Autonomous Underwater Vehicles*) ou UUV (pour *Unmanned Underwater Vehicles*) dont les développements, également assez récents, ont débuté depuis une quinzaine d'années environ [Ifremer-AUV].
Les robots mobiles sont présents dans divers secteurs tels que le milieu industriel ou le domaine militaire. Ils sont même devenus aujourd'hui des produits de consommation pour le grand public, vendus sous forme de jouets ou de systèmes domotiques tels que des produits électroménagers ou d'entretien, dont quelques exemples sont illustrés à la figure 1.1.

(a) Aspirateur d'intérieur (b) Tondeuse à gazon (c) Nettoyeur pour piscine

FIG. 1.1 – Exemples de robots mobiles devenus des produits de consommation

Le cadre de recherche dans lequel a été menée cette étude se limite à l'étude de la robotique mobile terrestre en milieu extérieur, ayant pour problématique principale la mobilité des systèmes terrestres autonomes évoluant sur des terrains naturels inconnus.
Cette thématique, largement développée depuis maintenant plusieurs décennies, a permis de voir aboutir de nombreux systèmes robotisés ayant des applications diverses et variées.

FIG. 1.2 – *Lunokhod 1* (1970)

FIG. 1.3 – *Sojourner* (1997)

La principale application de ce type de systèmes est l'exploration, et plus particulièrement l'exploration planétaire dont l'essor dans les années 70 est essentiellement dû à la conquête spatiale que le contexte de la Guerre Froide a largement stimulé.
Le premier véhicule à avoir évolué sur un sol extra-terrestre est le robot *Lunokhod 1* (cf. Figure 1.2) qui a atteint la surface lunaire le 17 novembre 1970 lors d'une mission soviétique. Ce robot téléguidé depuis la Terre par une équipe de cinq personnes a exploré le site lunaire de *Mare Imbrium* durant 11 mois.
Le 4 juillet 1997, dans le cadre de la mission *Mars Pathfinder*, *Sojourner* fut le premier robot mobile semi-autonome (cf. Figure 1.3) à se poser à la surface de la planète Mars. Il explora pendant trois mois les environs de son lieu d'atterrissage, la région d'*Ares Vallis*. Il eut pour missions principales de montrer la faisabilité de l'atterrissage et de l'exploration de la surface martienne, de tester la communication, et d'envoyer des données sur l'environnement (atmosphère, terrain) pour les missions futures.

(a) La Lune

(b) Mars

FIG. 1.4 – Les deux sites extra-terrestres où un robot d'exploration s'est déjà posé

L'actualité récente a également montré que la robotique d'exploration est en plein essor. Le programme *Mars Exploration Rovers* lancé par la NASA[1] au début des années 2000 en est une belle illustration. Cette mission a eu pour objectif une exploration géologique de la planète Mars à la recherche d'une présence ancienne et prolongée d'eau, qui aurait permis l'apparition de traces de vie, par des sondes jumelles (cf. Figure 1.5). Ces dernières, MER-A (*Spirit*) et MER-B (*Opportunity*), ont été lancées respectivement les 10 juin et le 8 juillet 2003 depuis la base de lancement de Cap Canaveral en Floride. Le premier atterrisseur a placé le robot *Spirit* le 3 janvier 2004 à la surface de Mars, dans le cratère *Gusev* supposé avoir pu accueillir un lac [Squyres 04b]. La deuxième sonde a déposé le robot *Opportunity* le 24 janvier 2004 dans la zone appelée *Meridiani Planum* où des dépôts d'hématite peuvent signer la présence ancienne d'eau [Squyres 04a]. Initialement prévus pour fonctionner 90 jours, ces deux robots continuent encore aujourd'hui[2] d'explorer le sol martien. Ils ont parcouru en moyenne près de 10 km (7,5 km pour *Spirit* et 11,6 km pour *Opportunity*)[2] – contre les 600 m initialement prévus.

Outre les missions d'exploration planétaire, les systèmes de robotique mobile trouvent de nombreuses autres applications dans le domaine de l'exploration terrestre de lieux inaccessibles ou difficiles d'accès. L'exploration de milieux volcaniques, polaires, désertiques ou d'environnements destructurés en sont quelques exemples. Les applications possibles associées vont de la simple mission d'observation de cet environnement à des tâches plus complexes de prélèvement d'échantillons (sol, roche, glace, gaz), de déforestation, de sécurité civile, de déminage ou d'aide au démantèlement de déchets nucléaires. De manière globale, les robots ont vocation à se substituer à l'Homme pour évoluer dans des environnements qui lui sont inaccessibles voire hostiles.
Les difficultés inhérentes au contexte de cette étude relèvent principalement de la nature physique et géométrique du sol sur lequel le robot évolue. Le sable, la terre friable, les amas de roches de faibles dimensions et tout sol non-cohésif de manière générale, ainsi que les pentes et les dévers, sont caractéristiques des contraintes liées à la nature du terrain.

[1] *National Aeronautics and Space Administration*
[2] informations prises au 18 mars 2008 [NASA/MER]

FIG. 1.5 – *Mars Exploration Rover*

Les propriétés physico-géométriques du terrain et la recherche d'une grande autonomie en terme d'adaptation locale à l'environnement conduisent à s'intéresser à l'élaboration de systèmes locomoteurs complexes et innovants.

Les problèmes soulevés par le contexte générale de cette étude portent sur la modélisation de systèmes de locomotion terrestre en milieu tout-terrain et la commande des mouvements de systèmes à haute mobilité, ainsi que la conception et la réalisation d'un tel système.

1.2 Systèmes de locomotion terrestre

1.2.1 Définition des systèmes de locomotion

D'après le dictionnaire, le « mouvement » est ce qui décrit un *changement de position dans l'espace en fonction du temps, par rapport à un système de référence* et la « locomotion » définit toute *action de se mouvoir ou de se déplacer d'un lieu vers un autre* ou toute *fonction qui assure ce mouvement* [Petit Robert 01]. Un « système de locomotion » peut alors désigner soit un être vivant dont la faculté de locomotion est le résultat de l'évolution, soit un mécanisme mobile artificiel dont la capacité de locomotion est issue de la recherche d'une forme d'intelligence évoluée.
Dans sa thèse, [Lauria 03] dresse une classification très détaillée et très complète des différents mécanismes de locomotion existants. S'appuyant sur cette classification, il est possible de donner une définition systémique du type de mécanisme de locomotion présenté dans cette étude. Ainsi le type de système dont il est question est un « système de locomotion active à propulsion par réaction de contact à la surface d'un milieu solide », communément désigné par « système de locomotion terrestre ».

Type of motion	Resistance to motion	Basic kinematics of motion
Flow in a Channel	Hydrodynamic forces	Eddies
Crawl	Friction forces	Longitudinal vibration
Sliding	Friction forces	Transverse vibration
Running	Loss of kinetic energy	Oscillatory movement of a multi-link pendulum
Jumping	Loss of kinetic energy	Oscillatory movement of a multi-link pendulum
Walking	Gravitational forces	Rolling of a polygon (see figure 2.2)

FIG. 1.6 – Types de locomotion utilisés dans le monde du vivant [Siegwart 04]

Ce principe de locomotion est omniprésent dans le règne animal [Alexander 92]. De plus, il existe une variété importante de modes de déplacement associés à la locomotion dite « terrestre ». Marcher, courir, sauter, ramper, glisser sont des modes de déplacement qui sont utilisés dans la Nature (cf. Figure 1.6). Même le mode de roulement, contrairement aux idées reçues, est également pratiqué par certains animaux. L'araignée *Carparachne aureoflava*, qui vit dans le désert de Namibie, est capable ainsi de se déplacer à vitesse de 1 m/s en dévalant les dunes de sable, en exploitant la gravité [Lawrence 66, Henschel 90]. Plus étonnant encore, la chenille *Pleurotya ruralis* [Brackenburry 97], et la crevette *Nannosquilla decemspinosa* [Full 93] utilisent leur propre énergie pour se déplacer, elles aussi, en roulant (cf. Figure 1.7). Toutefois il est important de préciser qu'il ne s'agit pas pour autant d'assimiler ce mode de locomotion au principe de la roue qui est un objet technologique utilisant le principe de l'essieu.
L'évolution des espèces est sans doute à l'origine de ces différents modes de déplacement. Chacun d'eux présentent des avantages et des inconvénients et sont plus ou moins bien adaptés à un environnement déterminé. Forts de cette évolution, les être vivants ont alors privilégié un (ou plusieurs) mode(s) de déplacement adapté(s) en fonction de leur écosystème. Il n'est donc pas étonnant de constater que la recherche en robotique mobile s'inspire du monde du vivant pour développer des systèmes de locomotion terrestre bio-mimétiques ou bio-inspirés [Hirose 93, Klaassen 02, Kaneko 04, Playter 06, Chan 07, Spenko 08].

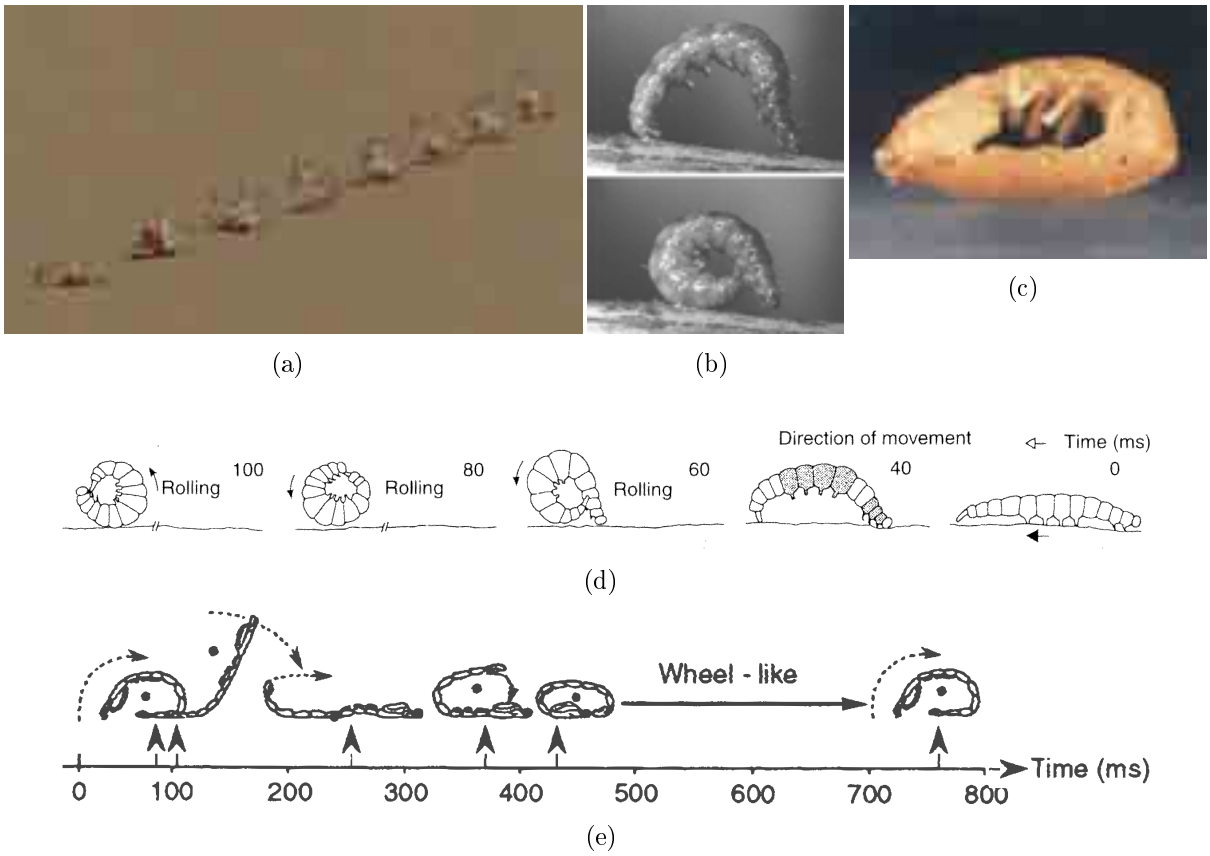


FIG. 1.7 – Êtres-vivants capables de se déplacer en roulant : (a) L'araignée *Carparachne aureoflava*, (b) La chenille *Pleurotya ruralis*, (c) La crevette *Nannosquilla decemspinosa*. Décomposition d'une séquence de mouvements de la chenille (d) [Brackenburry 97], et de la crevette (e) [Full 93]

1.2.2 Catégorisation et propriétés des systèmes de locomotion

De l'observation des différents systèmes existants, rencontrés dans la nature ou fabriqués par l'Homme, et compte-tenu du contexte dans lequel cette étude est menée, quatre grands types de systèmes locomoteurs terrestres se distinguent [Belforte 90] et [Hirose 91] :

- la **locomotion à roues** est sans doute le type de système locomoteur terrestre le plus largement utilisé et probablement le plus étudié et le plus développé. Pour ce type de locomotion, les roues sont des organes roulants utilisés à la fois comme mécanisme de propulsion et comme système de sustentation. La locomotion à roues se caractérise par une transmission de puissance continue dans le contact roue-sol et une sustentation mise à part peu coûteuse en énergie. De ce point de vue énergétique d'ailleurs, ces systèmes sont incontestablement les plus performants par rapport aux autres systèmes locomoteurs pour des déplacements sur des terrains relativement plats et réguliers. Les roues permettent aux systèmes de se déplacer à des vitesses élevées, régulières et sans à-coups sur ce type de terrain. De plus ces systèmes bénéficient généralement d'une charge utile rapportée à la masse du véhicule qui leur est favorable. En contrepartie, les systèmes à roues peuvent rencontrer des difficultés

de franchissement sur des terrains accidentés et présentent une faible adaptabilité à la nature physique du sol. Ils sont généralement en grande difficulté devant des obstacles dont la hauteur est supérieure au rayon des roues et sont contraints de contourner les obstacles discontinus tels que des marches, un trottoir, un trou ou un fossé.

- la **locomotion à chenilles** est bien souvent considérée comme le système de locomotion terrestre le plus polyvalent. Tout comme les systèmes de locomotion à roues, il s'agit également d'un système où les chenilles sont des organes roulants servant à la propulsion et à la sustentation du système locomoteur. Les vitesses atteintes par ce type de système sont également élevées et régulières, mais l'intérêt le plus notable est celui de la traction sur des terrains présentant une faible cohésion. La charge utile pouvant être embarquée est également importante. Enfin, les chenilles permettent à ces systèmes d'envisager le franchissement de certains obstacles discontinus (petits trous ou fossés). En revanche, ce type de système présente une consommation énergétique élevée à cause notamment des pertes par frottements qui sont très importantes. De plus, les phénomènes de glissement inhérents à l'utilisation des chenilles impliquent également une dépense énergétique élevée, particulièrement lors des phases de changement de direction ou de démarrage, et conduisent à de mauvais résultats du point de vue de l'odométrie. D'autre part le contrôle et la maîtrise de l'angle de braquage présente, pour ce type de véhicule, une difficulté majeure. Les systèmes à chenilles disposent également d'une faible adaptabilité au terrain et voient leur capacité de franchissement nettement limitée lorsqu'ils rencontrent des grosses pierres ou qu'ils commencent à franchir une marche par exemple.
- la **locomotion à pattes** constitue un domaine de recherche en robotique mobile très actif et fécond depuis plusieurs décennies. La raison principale de cette persévérance tient probablement au fait que seulement la moitié des terres immergées de la surface de la Terre sont accessibles par des systèmes à roues ou à chenilles, alors que les systèmes locomoteurs à pattes peuvent se déplacer n'importe où. Cet avantage est dû au fait que le contact entre l'organe de sustentation et le sol est discret. Ceci permet au système de se déplacer sur des terrains fortement accidentés (trous, fossés, trottoirs, escaliers, rochers, ...). Les points forts des systèmes à pattes sont leur très grande adaptabilité au terrain ; ils sont notamment capables d'adapter leur posture et leur allure de marche en fonction des caractéristiques géométriques du terrain. Les effets des pattes sur l'environnement sont également mineurs par rapport à ceux laissés par les autres systèmes de locomotion. En revanche, ces systèmes sont généralement lourds et encombrants du fait des nombreux actionneurs nécessaires à leur mobilité. Ce haut degré d'actionnement entraîne également une complexité de leur commande, et le fait que les actionneurs soient contraints de supporter en permanence le poids du système occasionne une dépense énergétique non négligeable. De plus, comparativement à leurs homologues à organes roulants, ces systèmes sont relativement lents, et disposent d'une capacité de transport de charge utile faible.
- la **locomotion apode** est, sans conteste, la moins développée des différents types de système de locomotion terrestre. La propulsion de ces systèmes est assurée par la mise en mouvement de leurs éléments de structures qui génèrent sur le sol les efforts nécessaires à leur déplacement. Plusieurs arguments, dont le fait qu'il n'y ait ni de déplacement vertical du centre de gravité, ni de phase d'accélération ou de

	Roues	Chenilles	Pattes	Apode
Sol meuble	○	+	○	−
Sol accidenté	+	○	++	+
Vitesse	+	+	−	○
Agilité	+	○	+	+
Stabilité	○	+	+	○
Adaptabilité	○	−	+	+
Manœuvrabilité	+	○	○	−
Complexité	+	+	−	−
Charge utile	+	+	−	−
Rendement	+	○	−	○
Fiabilité	+	○	−	−
Tolérance aux pannes	○	○	+	+
Impacts environnementaux	○	−	+	○

TAB. 1.1 – Avantages et inconvénients des différents types de locomotion terrestre. (« + » signifie que le critère estimé est un point fort pour le type de système locomoteur considéré, « − » , un point faible et « ○ » n'est ni l'un, ni l'autre.)

décélération des membres, tendent à favoriser l'hypothèse selon laquelle la locomotion apode présente un faible coût du point de vue énergétique [Walton 90]. Cela dit cette comparaison est faite par rapport aux systèmes à pattes, qui ne rivalisent pas eux-mêmes de ce point de vue avec ceux à roues, et dépend également du mode de progression utilisé par le système apode. Dans la nature, ces modes de déplacement sont assez variés. Chez les serpents, par exemple, quatre grands types de progression se distinguent : il y a la progression par ondulation horizontale, par mouvements d'accordéon, par déroulement latéral et la progression rectilinéaire [Ganz 80]. Tandis que chez le lombric, la progression se fait par ondulation verticale. De manière globale, ce type de locomotion résulte d'un phénomène ondulatoire qui consiste à générer un déplacement effectif en produisant une déformation périodique de la structure interne du système [Ostrowski 95]. Les limitations des systèmes utilisant ce type de locomotion sont de natures différentes. Bien que la conception de type modulaire peut être considérée comme un avantage, la compacité et la redondance que réclame ce type de système est une difficulté notable à leur réalisation. De plus, la modélisation des interactions avec le sol qu'entraîne ce type de locomotion est généralement assez compliquée. Le haut degré de redondance de ces systèmes conduit également à devoir mettre en place une commande associée complexe, et la planification de la trajectoire pour ce type de système est un problème réel.

Les principaux avantages et inconvénients des différents types de système de locomotion sont résumés dans le tableau 1.1. Pour comparer les performances des principaux types de systèmes locomoteurs terrestres venant d'être décrits, [Bekker 69] dresse un diagramme (cf. Figure 1.8) dans lequel il confronte ces différents systèmes du point de vue de la puissance consommée en fonction de la vitesse de déplacement. Pour chaque type de système, différents modes de déplacement sont également analysés. Ainsi la locomotion apode fait l'objet d'une comparaison entre les systèmes utilisant une progression par ondulation ver-

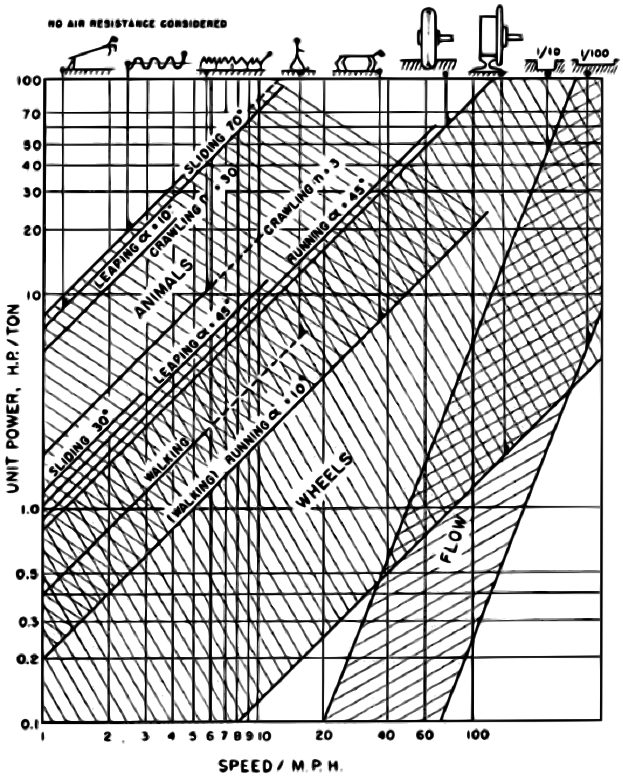


FIG. 1.8 – Comparaison des principaux modes de locomotion [Bekker 69]

ticale et ceux utilisant une progression par ondulation horizontale. De même, pour les systèmes à pattes, une distinction est faite entre les systèmes bipèdes et quadrupèdes pour différentes allures allant de la marche à la course. Enfin pour les systèmes à roues, la comparaison est effectuée entre les véhicules roulant sur la route et sur un rail.

Compte-tenu des avantages et des inconvénients inhérents à chaque type de système de locomotion terrestre, certaines réflexions ont conduit à développer, depuis quelques années, des véhicules cherchant à combiner les différents systèmes de propulsion désignés par l'appellation « systèmes de locomotion hybride ». Des systèmes hybrides « roue-patte », « chenille-patte », et même « patte-chenille-roue » [Michaud 03], où les inconvénients d'un type de système utilisé sont compensés par les avantages d'un autre, ont ainsi vu le jour. De ce fait, ces véhicules présentent de nombreux intérêts et offrent une adaptabilité accrue à leur environnement ; ce qui fait qu'ils sont de plus en plus employés dans le contexte de la robotique mobile évoluant en environnement difficile.

1.2.3 Éléments de constitution des véhicules terrestres

Dans le contexte de la locomotion en milieu naturel, les systèmes de locomotion à roues sont largement utilisés compte-tenu des nombreux avantages dont ils disposent. D'après [Wong 78], les véhicules tout-terrains à roues sont des systèmes de locomotion constitués de quatre éléments assurant chacun des tâches spécifiques. Ces éléments correspondent aux systèmes de sustentation, de propulsion, de direction et de suspension.

1.2.3.1 Le système de sustentation

Le système de sustentation correspond aux éléments en contact avec le sol, sur lesquels repose le véhicule. De ce fait, son rôle est primordial et de son choix dépend souvent le bon fonctionnement du système. Il a pour fonction d'assurer l'équilibre statique du véhicule, d'absorber les perturbations engendrées par les petites variations géométriques du sol, et de garantir la transmission au sol des efforts de propulsion. Il est à noter également que la géométrie de ces organes de sustentation a une influence directe sur la contrôlabilité du véhicule.

Dans le cadre de cette étude, les organes de sustentation des systèmes à roues sont constitués d'un corps, rigide ou déformable, présentant au moins un axe de révolution qui correspond à son axe de rotation. La figure 1.9 propose différents types de géométrie pouvant être utilisée comme roue.

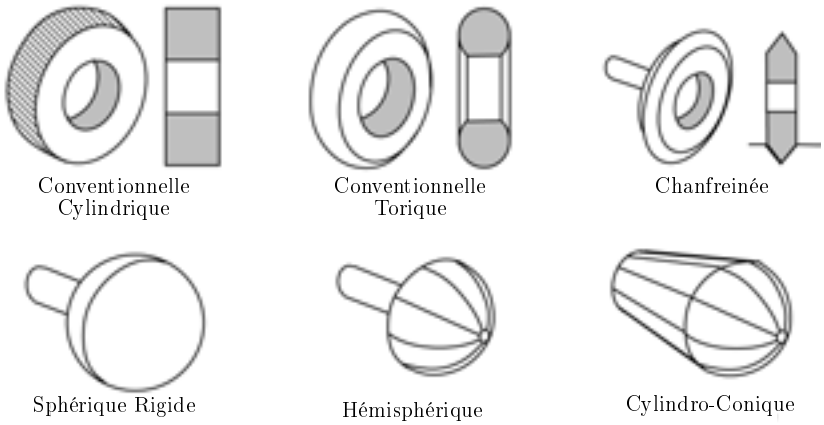


FIG. 1.9 – Différentes géométries de roue [Chun 87]

Compte-tenu des contraintes imposées pour l'exploration planétaire, les roues des systèmes utilisés sont constituées de matériaux inorganiques qui conduisent généralement à disposer de roues rigides. Toutefois, il existe des roues flexibles particulières composées exclusivement de corps rigides qui utilisent des systèmes de treillis qui, de part la flexibilité de l'ensemble, permettent d'obtenir des roues déformables. Ce type mécanisme est illustré à la figure 1.10 par un concept de roue déployable développé au LRP[3] [Grand 07b].

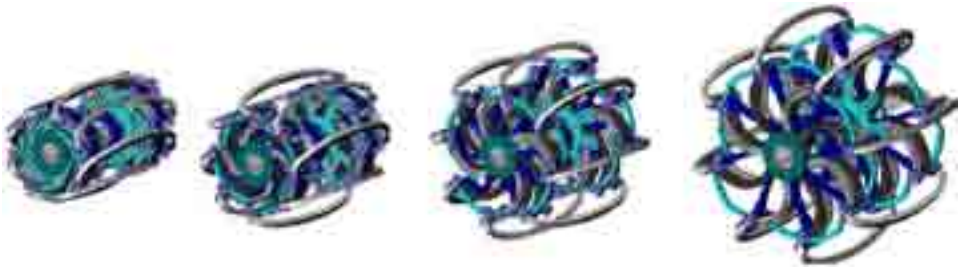


FIG. 1.10 – Concept de roue expansible [Grand 07b]

[3]Laboratoire de Robotique de Paris

1.2.3.2 Le système de propulsion

Le mécanisme de propulsion est directement lié aux capacités d'actionnement des mobilités cinématiques du système étudié qui, elles-mêmes, varient en fonction du type de locomotion considéré. Dans le cas des systèmes de locomotion à roues, la propulsion est habituellement générée par la rotation propre des roues. Elle peut également provenir de l'actionnement des articulations internes du châssis lorsque le système étudié en possède – comme dans le cas du robot *Lama* développé au LAAS[4] [Andrade 98]. De plus, la combinaison de l'actionnement de ces mobilités internes actives et de celui des roues permet d'envisager des modes de locomotion différents et variés.

1.2.3.3 Le système de direction

Le système de direction est étroitement lié au type de système de locomotion considéré. De tous les systèmes de locomotion évoqués précédemment, les véhicules à roues sont ceux qui offrent la plus grande diversité de type de système de direction. Pour les autres types de systèmes, la capacité de modifier la direction d'avance relève davantage de la stratégie et de la coordination des mouvements que du fait de disposer d'un mécanisme dédié à cette action. Les systèmes de direction listés et décrits ci-après sont les plus couramment utilisés par les systèmes de locomotion à roues [Shamah 01].

- **Rotation avec roues directrices indépendantes**. Ce système de direction, illustré par la figure 1.11(a), correspond au cas où les roues du véhicule considéré sont orientables indépendamment les unes des autres. De ce fait, il offre de multiples possibilités de rotation et permet des déplacements singuliers comme le déplacement latéral, dit « en crabe ». En contrepartie, cette configuration présente quelques inconvénients. Compte-tenu du nombre d'articulations requis, la complexité mécanique du système est sensiblement augmentée, ce qui tend souvent à fragiliser la structure globale du système. À cela s'ajoute la nécessité d'un système de régulation et de coordination des angles de braquage des roues prenant en compte les contraintes cinématiques du véhicule.

(a) (b) (c) (d) (e)

FIG. 1.11 – Principaux systèmes de direction [Shamah 01]

[4]Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

- **Rotation avec système coordonné (type « Ackermann[5] » ou « épure de Jeantaud[6] »).** Il s'agit du système de direction le plus répandu puisqu'il équipe l'immense majorité des véhicules routiers classiques. Son système consiste en un couplage mécanique assurant une rotation coordonnée entre deux roues de façon à garantir la condition de roulement sans glissement du véhicule (cf. Figure 1.11(b)) ; ainsi, dans un virage, pour assurer l'existence d'un centre instantané de rotation, chaque roue directrice du système doit avoir un angle de braquage différent. Ce système bénéficie, par rapport au système précédent, d'une direction plus directe. De part sa conception, les glissements générés lors du changement de direction sont plus faibles ce qui permet *a priori* d'obtenir un meilleur suivi de trajectoire et de limiter la consommation énergétique. En revanche, ce couplage mécanique fait que l'encombrement du système de direction est plus important et que l'espace balayé par chaque roue est plus faible ce qui tend à limiter la manœuvrabilité du véhicule.
- **Rotation avec châssis articulé**. Pour ce type de système de direction, le véhicule est constitué d'au moins deux parties orientables l'une par rapport à l'autre – comme illustré à la figure 1.11(c). La liaison qui relie ces parties peut être de nature et de type différent (pivot, cardan ou rotule / active ou passive). Ce système de direction est largement utilisé par les véhicules imposants ou disposant d'un système d'attelage (remorque, caravane, wagon, etc). Les véhicules à châssis articulé ont une manœuvrabilité plus importante que ceux bénéficiant du système de direction coordonnée. Celle-ci augmente avec le nombre de mobilités actives, de même que la complexité de la commande du véhicule qui lui est associée.
- **Rotation par vitesses différentielles (*skid-steering*).** Dans ce type de système, les roues sont montées sur un essieu fixe par rapport au châssis du véhicule (cf. Figure 1.11(d)). Le changement de direction est alors réalisé en faisant varier les vitesses et/ou en inversant le sens de rotation des roues entre les deux côtés opposés de la plateforme ; le véhicule est donc contraint à déraper pour tourner. Le rayon de braquage du véhicule dépend alors de la différence des vitesses relatives entre les roues antagonistes. Compte-tenu de leur cinématique, ce mode de changement de direction est également celui utilisé par les systèmes de locomotion à chenilles. Les avantages indéniables de ce type de système de direction sont sa compacité et sa légèreté puisqu'il ne nécessite en fait aucune autre liaison supplémentaire que la rotation propre de l'organe de sustentation. La robustesse des véhicules bénéficiant de ce mode de direction s'en voit alors nettement améliorée [Lhomme-Desages 08]. La contrepartie se joue principalement aux niveaux de l'énergie consommée et de la commande. Compte-tenu de l'environnement dans lequel évoluent habituellement ces systèmes, et des glissements importants sans lesquels ce mode n'aurait pas lieu d'être, la consommation énergétique de ces véhicules est très importante et difficilement maîtrisable puisqu'elle dépend fortement de la nature du terrain. La présence de glissements introduit également de fortes erreurs supplémentaires dans la localisation par odométrie, déjà relativement peu fiable sur les terrains naturels, surtout lorsqu'ils sont accidentés et provoque un contrôle imprécis de la position du centre instantané de rotation. Toutes ces causes impactent aussi la complexité de la commande de

[5] du nom de son inventeur, Rudolph Ackermann (1764-1834)
[6] Charles Jeantaud, inventeur français du XIX^{e}s.

ces systèmes lorsque les problèmes d'optimisation d'énergie ou de navigation sont abordés [Caracciolo 99].

– **Rotation avec essieu articulé**. Ce type de direction est constitué d'un essieu articulé passivement par une liaison pivot – comme illustré à la figure 1.11(e). Ce type de système est notamment très utilisé par les véhicules tels que des chariots, ou des remorques de camions. Dans une certaine mesure, ce type de système de direction peut être considéré comme un cas particulier de la rotation par châssis articulé. L'inconvénient majeur est que, lorsque le véhicule entre dans une courbe, ses roues sont conduites à suivre des sillages différents, ce qui dans le cas de terrains naturels difficiles augmente les besoins de propulsion de chaque roue et donc l'énergie à fournir pour évoluer dans ce type d'environnement. Toutefois ce type de système reste assez économe dans sa consommation énergétique. Il bénéficie également d'une mécanique assez simple et garde une manœuvrabilité acceptable.

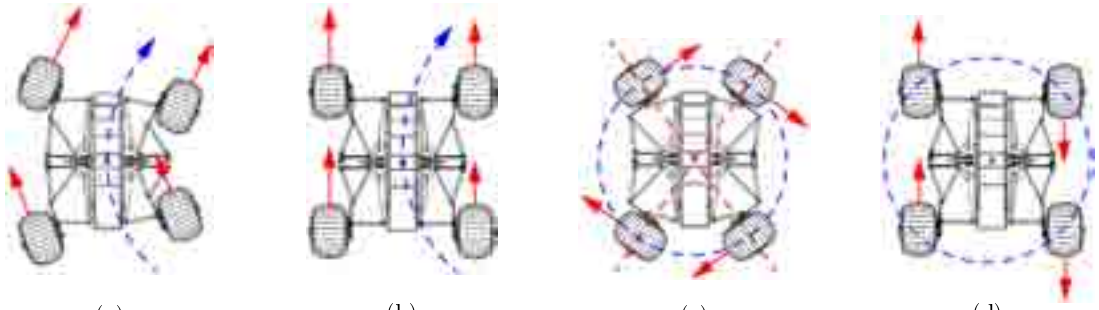
Le tableau 1.2 évalue les différents types de direction présentés précédemment pour des systèmes locomoteurs à quatre roues, tels qu'ils sont illustrés à la figure 1.11.

	Roues indépendantes	Direction coordonnée	Châssis articulé	Skid-steering	Axe articulé
Manœuvrabilité	+	○	○	○/+	○
Complexité mécanique	○/+	○/+	–	–	–
Complexité de la commande	–	○/–	○	–	○/+
Énergie dépensée	○	○/–	○	+	–
Nombre d'actionneurs requis	4	1	0 ou 1	0	0

TAB. 1.2 – Évaluation de différents systèmes de direction de robot à quatre roues. (« + » signifie que le critère estimé a un niveau élevé pour le type de système locomoteur considéré, « – » , un niveau faible et « ○ » , un niveau moyen.)

À l'image des systèmes de locomotion hybrides, certaines plateformes disposent de systèmes de direction composés. De cette façon, cela leur permet de choisir le système le mieux adapté à la situation donnée, voire de les combiner, augmentant ainsi les possibilités de négocier une difficulté. Le robot *Nomad* du CMU[7]/NASA[1] dispose d'un système de direction original qui lui permet d'adopter la meilleure stratégie de changement de direction en fonction des variations de son environnement [Apostolopoulos 01]. La figure 1.12 illustre ainsi la capacité de ce robot à effectuer un même type de trajectoire (Schémas (a)/(b) et (c)/(d)) en utilisant des configurations différentes.

[7] *Carnegie Mellon University*



(a) (b) (c) (d)

FIG. 1.12 – Système de direction du robot *Nomad* [Apostolopoulos 01]

1.2.3.4 Le système de suspension

Le système de suspension joue un rôle très important dans le contexte de la locomotion en milieu naturel difficile. Son objectif est d'assurer la stabilité du véhicule et de garantir le maintien du contact des organes de sustentation avec le sol. Ce système de suspension peut être soit actif, soit passif. Lorsqu'il est passif, ce qui est le cas des véhicules routiers classiques, il joue le simple rôle de ressort et permet de lisser les irrégularités du sol. Dans le cas de véhicules se déplaçant à des faibles vitesses, il peut se présenter sous la forme de liaisons rotoïdes passives entre les essieux et la plateforme ce qui permet alors de favoriser l'adaptation au terrain et d'assurer le maintien de contact entre les roues et le sol. Dans le cas actif, l'intérêt est plus important : différentes lois de commandes peuvent être mises en place pour contrôler ce type de suspension, permettant par exemple d'optimiser la distribution des efforts de contact et d'augmenter ainsi les performances de locomotion du véhicule. De plus, dans le cas où cette suspension présente des redondances actives, il devient alors possible de modifier la posture du robot (angles de roulis-tangage de la plateforme, garde-au-sol), améliorant ainsi nettement les capacités de franchissement du système étudié.

1.2.4 Exemples de robots mobiles à roues pour la locomotion en milieu naturel

Comme cela a été évoqué au début de ce chapitre, ces dernières années ont été marquées par un engouement accru pour la robotique mobile d'exploration planétaire. Dans le contexte plus général de la locomotion en milieu extérieur, le développement de plateformes robotisées pour le déplacement en extérieur s'est multiplié avec comme objectif principal d'accroître les performances de locomotion et les capacités de franchissement. Parmi les robots à roues existants, trois types de structures se distinguent : les systèmes à châssis rigide, les systèmes à mobilités internes passives et ceux à mobilités internes actives. Les systèmes appartenant à la première catégorie n'offrent pas la capacité d'adaptation au terrain requise, pour être retenus comme solution possible pour la locomotion en milieu naturel. En revanche, les deux autres catégories restantes présentent des aptitudes intéressantes pour la locomotion tout-terrain.

1.2.4.1 Systèmes à mobilités internes passives

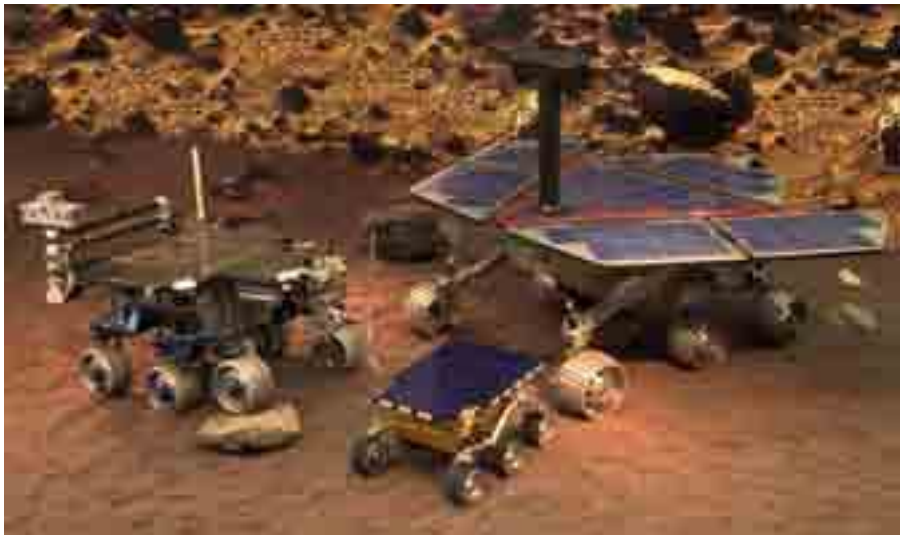
Les systèmes de locomotion à mobilités internes passives bénéficient d'une conception qui offre une capacité d'adaptation de leur configuration aux variations géométriques locales du terrain. Cette capacité permet alors de maintenir le contact de chaque roue avec le sol et d'améliorer ainsi la stabilité et la traction du système. Les mobilités internes passives du véhicule agissent donc comme un système de suspension passif. Leur limitation vient du fait qu'il n'est pas possible de commander ces mobilités pour optimiser la distribution des efforts de contact et l'efficacité de traction du véhicule. De plus, même si les degrés de liberté (*ddl*) supplémentaires permettent d'augmenter la stabilité, cette amélioration est limitée par les débattements et la cinématique du mécanisme de suspension associé. Quelques robots bénéficiant de mobilités internes passives sont succinctement décrits par la suite et illustrés à la figure 1.13.

Comme mentionné précédemment, l'exploration spatiale a été un très fort vecteur de développement des robots mobiles tout-terrains. La série des robots *Rocky* en est la plus grande illustration. Chaque version présente des caractéristiques communes : six roues motrices dont quatre directrices et un système de suspension passif de type bogie (cf. Figure 1.13(a)). La huitième version, *Rocky-8*, appelé également *Fido* (pour *Field Integrated Design and Operations*), bénéficie, comme ces prédécesseurs, des améliorations des versions précédentes, mais aussi d'un bras articulé à 5 *ddl* lui permettant d'effectuer divers prélèvements. Il est illustré à la figure 1.13(a) aux côtés du robot *Sojourner* et d'un des deux rovers de la mission *Mars Exploration Rovers* présentés précédemment, qui s'inspirent eux aussi des robots *Rocky*.

Toujours dans le domaine de l'exploration spatiale, l'Agence Spatiale Européenne (ESA[8]) a mis en route depuis quelques années le programme *Aurora* ayant comme objectif l'exploration robotique et humaine des corps du Système Solaire susceptibles d'abriter des traces de vie. La première mission de ce vaste programme, baptisée *ExoMars* prévoit pour 2011 de poser sur Mars un robot mobile d'exploration ayant pour objectif principal de rechercher des signes de vie, passée ou présente. *ExoMaDeR* (pour *ExoMars Demonstration Rover*) pourra forer le sol jusqu'à deux mètres sous la surface, prélever et analyser des échantillons de roches, rechercher de l'eau et étudier la météo locale (cf. Figure 1.13(b)). Les récentes études montrent que ce véhicule présente *a priori* les mêmes caractéristiques cinématiques que les robots *Rocky*. Selon l'ESA, une mission d'exploration humaine de la surface martienne pourrait devenir une réalité d'ici 2025.

Le robot *Nomad* est un véhicule autonome développé en collaboration entre le *Robotics Institute* de l'Université Carnegie Mellon et la NASA pour évaluer la capacité d'évolution de système robotique sur de grandes distances et de longues périodes. Ce système de 725 kg est constitué de quatre roues motrices et directrices fixées sur un châssis déployable, lui-même composé de deux paires de mécanisme quatre-barres dont chacune est actionnée indépendamment [Rollins 98]. Ces deux sous-ensembles sont reliés par un système différentiel servant de suspension passive (cf. Figure 1.13(c)). L'originalité de ce robot réside essentiellement dans son châssis articulé qui lui confère des capacités direc-

[8] *European Space Agency*



(a) Les robots *Fido*, *Sojourner* et *MER Rover* (JPL/NASA)

(b) *ExoMaDeR* (ESA)

(c) *Nomad* (RI/CMU)

(d) *Shrimp* (ASL/EPFL)

FIG. 1.13 – Exemples de systèmes à mobilités internes passives

tionnelles spécifiques, déjà évoquées à la section 1.2.3.3. Les performances de locomotion qui en résultent ont été validées lors d'une mission d'évaluation dans le désert d'Atacama au Chili en 1997 [Wettergreen 97] qui a donné suite à un projet de recherche de météorites en Antarctique[9] mené en 1999 [Apostolopoulos 00].

Le robot *Shrimp*, développé au Laboratoire de Systèmes Autonomes de l'EPFL[10], est certainement le système à suspension passive qui, rapporté à ses dimensions, offre les capacités de franchissement les plus remarquables [Siegwart 02]. Fort d'un mécanisme de suspension originale, ce robot est en effet capable de franchir des obstacles d'une hauteur égale à deux fois le diamètre de ses roues. Ce petit véhicule de 3,1 kg (incluant les batteries) et de dimensions $60(L)\times35(l)\times23(h)$ cm dispose de six roues motrices dont seules deux (l'une située à l'avant et l'autre à l'arrière du robot) sont orientables. Les quatre roues centrales sont montées deux à deux sur des bogies latéraux passifs utilisant la géométrie du parallélogramme pour garder le centre de rotation au milieu des deux roues d'un bogie tout en donnant au train de roues une bonne garde au sol. La roue de derrière est rigidement rattachée au corps principal du véhicule. Enfin la roue de devant est fixée sur une fourche passive à un degré de liberté dont les éléments de structures font que le centre instantané de rotation est plus bas que le centre de la roue, lorsque le robot évolue sur un terrain plat. De cette façon, quand la roue avant rencontre un obstacle frontal, celle-ci se soulève et épouse sa géométrie (cf. Figure 1.13(d)). Le *Shrimp* s'adapte ainsi passivement aux variations géométriques du terrain en gardant le contact de ses roues avec le sol. La stabilité du véhicule est alors préservée durant la locomotion. De plus, il bénéficie d'un contrôle très simple et d'une faible consommation d'énergie.
La robustesse de l'architecture de cette plateforme en a fait un réel succès qui se manifeste aujourd'hui par le développement de robots dérivés : *Shrimp II* (variante à huit roues) [Merminod 00], *Shrimp III* (devenu un produit commercial [Bluebotics]), *Shrimp IV* (version à motorisation hydraulique développée par une entreprise canadienne [Collineo]), *Mini-Shrimp* [Michaud 01], et *Solero* (*Shrimp* solaire développé conjointement par l'EPFL et l'entreprise allemande vH&S et qui est un candidat sérieux pour une future mission martienne de l'Agence Spatiale Européenne) [Michaud 02].

1.2.4.2 Systèmes à mobilités internes actives

Tous les systèmes de locomotion dont le châssis dispose d'articulations internes actionnées sont regroupés dans cette catégorie de véhicules. Ces systèmes ont un niveau de complexité important – tant en terme de commande que de conception mécanique. De ce fait, les développements dont ils bénéficient sont relativement récents. Comme cela est sous-entendu dans la section précédente, ces systèmes locomoteurs peuvent augmenter leurs performances de locomotion en optimisant notamment la distribution des efforts de contact, ce qui conduit à l'amélioration de leur stabilité, de leur capacité de franchissement, et de leur consommation énergétique. La mise en œuvre de ces améliorations est assurée par le système proprement-dit qui modifie sa configuration en influant, selon son

[9] projet RAMS - *Robotic Antarctic Meteorite Search*
[10] École Polytechnique Fédérale de Lausanne

(a) *Octopus* (ASL/EPFL)

(b) *Lama* (Alcatel/LAAS)

(c) *SRR* (JPL/NASA)

(d) *Hybtor-Workpartner* (ALT/HUT)

(e) *Azimut* (Laborius)

(f) *MTR* (ARL/UoR)

(g) *Athlete* (JPL/NASA)

FIG. 1.14 – Exemples de systèmes à mobilités internes actives

degré de mobilité, sur les angles de roulis et de tangage du châssis, sur la garde au sol et/ou les empattements du véhicule.
En plus de ce gain de performance, certains de ces systèmes, qui bénéficient d'un degré d'actionnement interne supérieur au minimum requis, utilisent des modes de déplacement auxiliaires mettant à profit ces redondances cinématiques. La figure 1.14 regroupe différents systèmes de ce type qui sont également détaillés ci-après.

Le robot *Octopus*, illustré à la figure 1.14(a), fait suite aux travaux menés à l'EPFL[10] sur la recherche de nouveaux concepts de locomotion de véhicules tout-terrains robotisés [Lauria 02]. Ce système a été conçu afin de démontrer que les performances des mécanismes de locomotion à suspension active pouvaient transcender leurs homologues à suspension passive. La spécificité de l'*Octopus* se situe au niveau de ses roues, dites *tactiles*, qui permettent de détecter le point de contact roue-sol et la normale au plan tangent. Le support central pour la charge utile relie mécaniquement deux sous-ensembles de corps polyarticulés grâce à un mécanisme à différentiel passif qui garantit un contact permanent avec les roues indépendamment du relief du terrain. Chaque sous-ensemble est constitué de deux bras mobiles sur lesquels sont fixés des avant-bras articulés comportant eux-mêmes deux roues motrices. Le robot dispose donc au total de 14 *ddl* motorisés qui lui permettent de modifier activement la position de son centre de masse sans changer la position des points de contact entre les roues et le terrain. Il se situe dans la même gamme de dimensions que le *Shrimp* et a une masse à vide d'une dizaine de kilogrammes. Une charge utile maximale de 5 kg, ainsi que des batteries, peuvent être embarquées sur le corps central.

Le *Lama*, acronyme de *Lavochkin Alcatel Model Autonomous*, est un robot de type *Marsokhod*, mis au point par le centre de recherche russe du VNIITransmach à St Pétersbourg au début des années 90 [Kemurdjian 92]. Ce robot a été équipé conjointement par Alcatel-Espace et par le LAAS[4] à partir de 1996 afin de réaliser un démonstrateur pour des missions d'études sur Mars et dans des milieux hostiles dans le cadre du projet d'Expérimentations de Déplacements en Environnements Naturels [EDEN]. Ce rover, qui pèse environ 200 kg, est composé de trois essieux comportant chacun deux roues motrices cylindroconiques, et d'un châssis possédant deux articulations motorisées (cf. Figure 1.14(b)). Ces mobilités internes sont utilisées pour le mode de locomotion particulier, dit *péristaltique*, dans lequel le robot « rampe » à la manière d'une chenille et qui se révèle très efficace sur des sols meubles et non-cohésifs (sable, gravillons, etc.) [Andrade 98]. Depuis 2005, il est exposé au Musée des Arts et Métiers à Paris.

Le robot *SRR* (*Sample Return Rover*) a été développé au JPL[11] du CalTech[12] en collaboration avec la NASA. Ce petit rover d'environ 7 kg dispose de quatre roues motrices et directrices indépendantes montées sur un système de suspension active, ce qui donne un total de 10 *ddl* – sans compter les 4 *ddl* du bras manipulateur dont il est équipé. La combinaison des actions de son système de suspension et de son bras manipulateur lui permet d'assurer sa stabilité en modifiant notamment la position de son centre de gravité et la hauteur de sa garde au sol [Weisbin 99, Iagnemma 00].

[11] *Jet Propulsion Laboratory*
[12] *California Institute of Technology*

Hybtor (*Hybrid Tractor*) est un rover dont la conception a débuté en 1999 au sein du *Automation Technology Laboratory* de HUT[13]. Il s'intègre aujourd'hui dans un projet plus global de robotique de service pour effectuer des tâches en milieu extérieur, appelé *Workpartner* (cf. Figure 1.14(d)). La plateforme de ce robot, de près de 200 kg, est constituée de 12 liaisons actives réparties équitablement sur chacun des quatre ensembles « roue-patte » (deux liaisons pour l'actionnement d'une patte servant de suspension active et une pour la rotation propre de la roue) et d'un châssis articulé constituant le système de direction à l'image de la figure 1.11(c) [Leppänen 98, Halme 99]. Le système de suspension active est mis à contribution pour permettre au robot d'utiliser différents modes de locomotion (mode de roulement pur, marche pure, mode hybride combinant les deux précédents appelé *rolking*) selon les conditions de l'environnement rencontré [Ylönen 02, Halme 03].

Le robot *Azimut* est un système particulièrement original développé au Laborius[14] de l'Université de Sherbroocke au Canada. Il s'agit d'une plateforme d'environ 60 kg composée d'un châssis auquel sont fixés quatre éléments de propulsion identiques articulés (cf. Figure 1.14(e)). Chaque élément est un système mécanique constitué de deux articulations actives et d'une courroie de traction, et joue le rôle d'un organe de propulsion hybride roue-patte-chenille suivant la configuration des articulations et l'utilisation ou non de la rotation de la courroie. Les mobilités internes actives du robot sont donc utilisées pour faire de la locomotion multi-modale qui dépend directement de l'organe de propulsion utilisé. Trois types de locomotion sont disponibles : la locomotion à roues lorsque les pattes sont orientées verticalement vers le haut, la locomotion à pattes lorsque celles-ci sont orientées vers le bas et que la courroie de traction est à l'arrêt et enfin la locomotion à chenilles lorsque les pattes sont parallèles au sol [Michaud 05].

Le robot *MTR* (*Multi-Tasking Rover*) est un système développé depuis 2005 au ARL[15] de l'Université de Reading en Angleterre. Il est constitué de 4 ensembles « roue-patte » de 3 *ddl* chacun, auxquels s'ajoute un système différentiel actif à 2 *ddl* (cf. Figuree 1.14(f)). Sa cinématique lui confère des capacités de franchissement améliorées ; il est capable notamment d'évoluer sur des pentes de $\pm 35^\circ$ d'inclinaison et peut franchir des obstacles d'une hauteur équivalente à $2^1/_2$ fois le diamètre de ses roues. Outre ses capacités d'évolution augmentées, l'originalité de ce système réside dans sa capacité à disposer de multitudes de modules interchangeables contenant différents instruments ou outils sélectionnés en fonction de la tâche à accomplir [Bouloubasis 07].

Le robot *Athlete*, acronyme de *All-Terrain Hex-Limbed Extra-Terrestrial Explorer*, est un système récent conçu au JPL[11] pour se déplacer sur des terrains extrêmement accidentés. Ce système, illustré à la figure 1.14(g), dispose de 6 ensembles « roue-patte » constitués chacun de 6 *ddl*. Ses dimensions (de 6 m d'envergure et pesant plus de 1,2 tonne) en font un des systèmes les plus imposants de cette catégorie de véhicule. Son agilité et sa capacité d'évolution n'en demeurent pas moins élevées. Il est capable de rouler sur des terrains plats à une vitesse de 10 km/h (soit plus de 100 fois plus vite que les systèmes *Mars Exploration Rovers*) et peut gravir des déclivités de près de 35° sur des sols rocailleux et

[13] *Helsinki University of Technology*
[14] Laboratoire de Robotique Mobile et de Systèmes Intelligents
[15] *Active Robotics Laboratory*

de 25° sur des pentes de sable en « marchant », utilisant ainsi les mobilités de ses pattes. Le robot *Athlete* peut transporter une charge utile de 450 kg. Ces robots ont également la possibilité de s'arrimer les uns aux autres [Wilcox 07].

1.3 Approche proposée

Les travaux menés durant cette thèse portent sur l'étude des capacités de locomotion et d'adaptation de ces véhicules autonomes hybrides évoluant en milieu naturel.

Suite à l'analyse des systèmes de locomotion terrestre présentés précédemment, les véhicules à roues et à mobilités internes actives semblent répondre avantageusement aux problèmes inhérents aux déplacements en milieu naturel. La cinématique particulière retenue pour répondre à la problématique posée est celle des véhicules dits hybrides « roues-pattes », où chaque roue du système est reliée au châssis par une chaîne articulée constituant la patte. Une plateforme expérimentale, répondant aux critères de la cinématique proposée, a été développée pour permettre la validation empirique des modèles de commande mis en place dans le cadre de ces travaux. Une description détaillée de ce robot est présentée au chapitre suivant.

Les différents modes de locomotion associés aux robots à structure hybride « roue-patte » ont été étudiés dans la thèse de [Grand 04a]. Ces différents modes de déplacement allant du roulement pur à la marche sont décrits dans le chapitre qui suit (cf. Section 2.3.1). Cette étude laisse apparaître que le mode de roulement avec reconfiguration des pattes est le mieux adapté aux évolutions sur des terrains cohésifs accidentés [BenAmar 04]. De plus il est celui pour lequel la cinématique caractéristique des robots hybrides prend tout son sens, mettant à profit leur haut degré de mobilité. C'est donc sur l'étude de ce mode particulier que les efforts ont été concentrés.

La régulation de posture mise en place précédemment pour ce mode de locomotion est fondée sur la définition d'une posture sous-optimale qui tend à améliorer la distribution des efforts de contact du robot [Grand 04b]. Ce problème d'optimisation de posture conduit à asservir le robot autour d'une configuration donnée qui évolue en fonction de l'environnement et de la trajectoire spécifiée. Dans ce mode ainsi défini, le moindre changement d'inclinaison du terrain a alors pour effet de modifier instantanément la posture du robot. Cette tactique de reconfiguration du système engendre inévitablement des modifications continues de sa posture, ce qui ne semble pas optimal d'un point de vue énergétique.

Partant de ce constat, la réflexion qui a suivi a amené à élaborer une nouvelle stratégie de régulation de posture qui ne sollicite pas en permanence les capacités de reconfiguration du système. La nouvelle approche proposée a cherché à obtenir un comportement du robot qui fasse qu'une modification de sa posture n'intervienne que lorsque l'intégrité du système, autrement dit sa stabilité, se trouve menacée. La mise en œuvre de cette stratégie de commande soulève plusieurs problèmes qui sont traités dans cette étude.

Tout d'abord, la problématique de l'évaluation de la stabilité est un des points d'entrée essentiel de la commande des mouvements du robot. L'évolution de véhicules autonomes sur un sol naturel accidenté met en jeu plusieurs types de perturbations. Celles considérées dans cette étude sont dues essentiellement aux variations géométriques du terrain et aux efforts internes générés par la dynamique du robot. La pertinence du critère de stabilité mis en place dans cette étude tient donc à la prise en compte de ces différentes perturbations dans sa mesure. Le modèle dynamique complet de ce type de système polyarticulé et redondant étant relativement complexe à établir, une analyse du modèle dynamique du robot est menée pour identifier les paramètres dynamiques prépondérants devant être pris en considération dans le calcul de la marge de stabilité dynamique utilisée.

D'autre part, une loi de commande originale de gestion de la posture du robot s'appuyant sur l'inversion de son modèle cinématique est mise en place. La coordination des mouvements du robot recherchée pour garantir le maintien de stabilité doit également assurer la réalisation de la trajectoire désirée. Il est toutefois à noter que la problématique de la navigation des systèmes autonomes n'est pas abordée dans le cadre de cette étude. De ce fait, la résolution de l'inversion du modèle cinématique passe par un découplage des termes relatifs à la posture et à la trajectoire du robot.

Enfin le comportement du robot se reconfigurant que lorsque cela est nécessaire est obtenu grâce à l'utilisation d'une fonction potentielle. Cette fonction, issue de la méthode des champs de potentiels, permet d'engager une action corrective sur la posture chaque fois que la mesure de la stabilité dont elle dépend devient inférieure à une valeur limite donnée de la stabilité.

Cette stratégie globale de la commande de robots mobiles reconfigurables pour l'exploration d'environnements naturels est évaluée à l'aide d'un outil de simulation dynamique intégrant les différents éléments de cette approche.

1.4 Structure du mémoire

Les différents points d'étude traités dans le cadre de ces travaux de préparation de thèse sont présentés comme suit :

Le **chapitre 2** est consacré à la présentation détaillée du robot *HyLoS II*, conçu et réalisé au LRP dans le cadre de ces travaux de recherche pour répondre à la problématique de la locomotion de systèmes autonomes en milieu naturel. Il propose une description technologique des architectures mécatronique et de commande de cette plateforme expérimentale. Les caractéristiques cinématiques de ce robot permettent d'envisager la mise en place de plusieurs modes de locomotion, tant au niveau de la propulsion que de la direction du système. Enfin, la description de ces différents modes de déplacement clôt ce chapitre.

Une modélisation cinématique et dynamique générale des robots mobiles hybrides « roue-patte » est présentée au **chapitre 3**. Le modèle cinématique proposé tient compte de

la spécificité de redondances cinématiques et d'actionnements de ces systèmes et intègre l'expression des contraintes cinématiques des contacts « roue-sol ». L'application de ce modèle au cas particulier du robot *HyLoS II* est réalisée. Le modèle dynamique du système, également proposé, permet d'identifier les termes prépondérants de la dynamique du robot qui sont ensuite intégrés dans le modèle d'évaluation de la stabilité du robot, qui fait l'objet du chapitre suivant.

Le **chapitre 4** traite de l'évaluation de la stabilité du robot. Cet indice a une grande importance dans cette étude puisque c'est autour de cette mesure que la stratégie de commande des déplacements du système a été mise en place. La définition et l'évaluation du critère de stabilité est donc un point essentiel du travail entrepris. Ce chapitre propose une analyse assez large de différentes marges de stabilité, à la suite de laquelle le modèle utilisé pour l'évaluation de la stabilité est présenté en détail. Une validation de ce critère est ensuite réalisée à travers des simulations numériques dont les résultats permettent de conclure sur la pertinence de ce critère.

Dans le **chapitre 5**, une commande originale des déplacements du robot répondant à l'approche proposée pour la problématique de la locomotion en milieu extérieur est présentée. Celle-ci repose sur une inversion du modèle cinématique, établi au chapitre 3, à partir duquel un découplage des termes de posture et de trajectoire est réalisé. La loi de commande qui utilise une fonction potentielle relative à la mesure de la stabilité, définie au chapitre précédent, permet d'obtenir un comportement du robot qui fasse qu'une reconfiguration de sa posture n'est engagée que lorsque son intégrité, c'est-à-dire sa stabilité, est mise en péril. Des simulations intégrant le comportement dynamique du robot *HyLoS II* en évolution sur des terrains naturels accidentés conduisent à la validation de ce schéma de commande.

Chapitre 2

Les robots *HyLoS*

L'analyse générale sur les systèmes de locomotion terrestre menée précédemment a permis d'estimer les composantes nécessaires à un robot mobile pour répondre au mieux à la problématique de la locomotion en milieu naturel. Cette réflexion a donné suite à l'élaboration de deux plateformes mobiles robotisées permettant de démontrer les capacités de franchissement de ce type de système.
Après une brève description cinématique de ces robots, une présentation particulière du robot *HyLoS II*, conçu et réalisé dans le cadre de cette thèse, est développée dans les sections qui suivent. Une analyse des différents modes de locomotion associés aux robots *HyLoS* est ensuite proposée.

(a) Le robot *HyLoS I*

(b) Le robot *HyLoS II*

FIG. 2.1 – Les robots *HyLoS*

2.1 Description générale des robots *HyLoS*

HyLoS est l'acronyme anglophone pour ***H**ybrid **Lo**comotion **S**ystem*. Les robots *HyLoS* sont des plateformes expérimentales conçues pour démontrer les capacités de locomotion en milieu naturel de ce type de mécanisme. Comme leur nom l'indique, ils sont de type hybride, combinant à la fois certaines caractéristiques des systèmes de locomotion à pattes et à roues (cf. Section 1.2.2). Les deux versions successives des robots *HyLoS*, illustrées à la figure 2.1, ont été développées au LRP dans le cadre de deux thèses de doctorat ([Grand 04a] et celle présentée ici).

Du point de vue cinématique, les deux prototypes sont quasiment équivalents. Le robot de type *HyLoS* est constitué d'un châssis rigide sur lequel sont fixés quatre ensembles « roue-patte » identiques. Chacun de ces ensembles est composé de deux segments articulés – servant de mécanisme de suspension active – à l'extrémité duquel est fixée une roue à la fois motrice et directrice. Avec 4 *ddl* par ensemble « roue-patte », le robot dispose donc de 16 *ddl* au total (cf. Figure 2.2).

Outre des améliorations majeures en termes de rigidité notamment, la différence significative entre ces deux plateformes se situe au niveau de l'actionnement de ses pattes. Dans le cas du robot *HyLoS I*, celui-ci est assuré par un mécanisme à pantographe irréversible commandé par des vérins à vis à filets trapézoïdales qui constitue une structure cinématique à deux chaînes fermées [BenAmar 00]. Sur le robot *HyLoS II*, l'actionnement des pattes est différent. Il est constitué d'un mécanisme série réversible actionné par des vérins à vis à billes (cf. Section 2.2.1.1). Toutefois ces deux solutions d'actionnement peuvent être représentées par le même modèle équivalent du point de vue cinématique, à savoir une chaîne ouverte à 2 *ddl* de type rotoïde comme cela est décrit à la section 3.1.3.

Une description technique plus détaillée du robot *HyLoS II*, axée davantage sur la conception des différents éléments, est proposée dans la section qui suit.

2.2 Conception et réalisation du robot *HyLoS II*

2.2.1 Architecture mécatronique

Le développement du robot *HyLoS II* a été engagé dans le cadre du projet R_2M (Rover Multi-Modes), issu du programme interdisciplinaire de recherche *ROBEA*[1] du CNRS. Ce projet a eu pour objectif de démontrer les capacités de franchissement intrinsèques d'un système à haute mobilité ainsi que l'apport de boucles de perception locale pour l'adaptation du mode de locomotion.

Mis à part l'usinage des pièces constitutives des ensembles « roue-patte » (cf. Figure 2.3) qui a été sous-traité auprès d'une société[2] spécialisée dans la réalisation de prototypes, les étapes de conception (incluant le dimensionnement des actionneurs, le choix des solutions technologiques, etc) et de montage ont été réalisées au LRP.

[1] Programme national de recherche en Robotique et Entités Artificielles
[2] JF MAZOYER, *Études et Réalisations de Machines Spéciales et de Prototypes*

Le travail de conception s'est essentiellement concentré sur la partie mécanique du prototype en essayant également d'intégrer au maximum l'instrumentation du robot. Cette étude a conduit à l'élaboration d'une maquette numérique, illustrée à la figure 2.2 et réalisée à l'aide du logiciel de conception SolidWorks™2006. L'utilisation de ce logiciel, très largement utilisé dans l'industrie, a permis de réaliser les pièces directement en CFAO[3] sur des machines-outils à commande numérique.

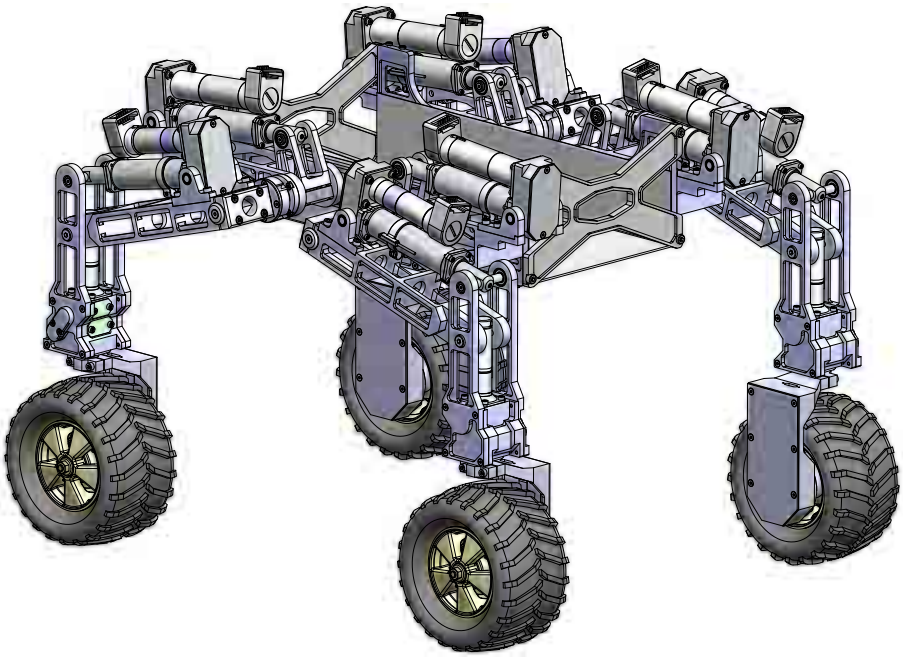


FIG. 2.2 – Vue CAO de l'architecture mécanique du robot *HyLoS II*

Le robot *HyLoS II* est un système robotique d'environ 70 cm de long qui, dans sa position nominale, occupe un volume n'excédant pas les 100 dm^3 pour une masse d'environ 25 kg (incluant les batteries). Sa cinématique répond à la description générale des robots *HyLoS*.

Du point de vue de l'instrumentation, le robot *HyLoS II* est équipé d'une centrale inertielle (développée au laboratoire à partir des mesures de 3 accéléromètres et 3 gyromètres et d'une boussole magnétique) permettant de mesurer les différents angles d'orientation de la plateforme et d'une série de capteurs proprioceptifs donnant des informations sur l'état interne du robot, notamment sur la position articulaire des pattes. Des codeurs optiques montés au niveau du système de traction mesurent la vitesse de rotation des roues.

Compte-tenu de l'enveloppe budgétaire allouée pour réaliser ce nouveau prototype, une attention particulière a été portée au choix d'équipements de type « standard » (notamment les différents blocs moto-réducteurs-codeurs actionnant le système) et également de matériaux de fabrication qui soient légers, rigides et relativement bon marché. Dans l'ensemble, la conception de ce robot s'est avérée être un compromis entre la masse, l'encombrement, la puissance et le coût.
À l'image du découpage imaginé pour la modélisation du robot (cf. Section 3.1), la conception se découpe en sous-ensembles qui sont détaillés dans les sections suivantes.

[3]Conception et Fabrication Assistées par Ordinateur

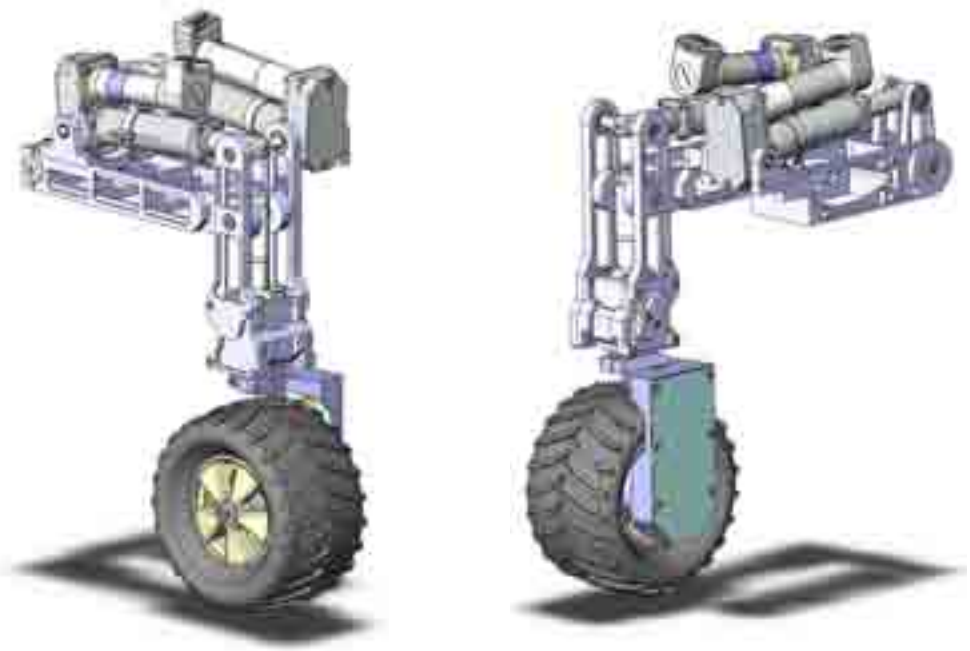


FIG. 2.3 – Ensemble « roue-patte » du robot *HyLoS II*

2.2.1.1 L'élément « patte »

Le sous-ensemble « patte » est un élément clef du robot dont le rôle est d'assurer la fonction de suspension active du robot. C'est en lui que réside la capacité d'adaptabilité du robot à son environnement tant du point de vue dynamique, c'est-à-dire de son aptitude à répondre rapidement aux différentes sollicitations, que du point de vue géométrique, autrement-dit de son potentiel de mouvement qui définit son espace de travail (cf. Figure B.3). Cet ensemble se présente sous la forme d'un manipulateur 2R plan dont les éléments de structure sont reliés en série par des liaisons de type pivot.

Pour pallier le manque de rigidité inhérent au premier prototype, un soin particulier a été porté à la conception de ces éléments structuraux et de leurs liaisons. Les principaux éléments de structure de la patte (tels que les pièces centrales de ces éléments) ont alors été conçus et réalisés en un seul bloc dans un matériau utilisé en aéronautique (Aluminium 7075), offrant les caractéristiques mécaniques de l'acier avec la densité de l'aluminium. Les plans de ces éléments figurent en annexe (cf. Plans B.5 et B.7). Des liaisons précontraintes ont été mises en place pour éliminer tout jeu dans les liaisons, même lors du fonctionnement sous charge. De plus, le soin apporté à la précision et à la qualité de l'usinage a permis d'obtenir des ajustements de grande qualité, ce qui permet de limiter également ce type de jeu.

Les éléments permettant d'actionner les segments d'une patte du robot, qui ont également une grande importance sur l'*opérationnalité* finale du prototype, sont des vérins qui ont été conçus au LRP. À la différence de la première version du robot *HyLoS*, les vérins permettant le mouvement des pattes sont montés en série et autorisent alors un mouvement découplé et indépendant de chaque élément de structure de la patte. Ces vérins, illustrés

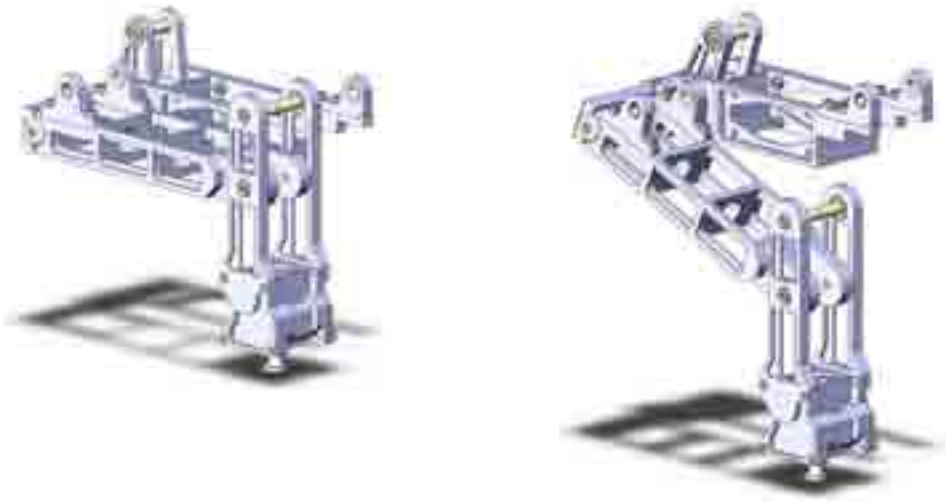


FIG. 2.4 – Ensemble « patte » du robot *HyLoS II*

à la figure 2.5, sont constitués d'un écrou et d'une vis-à-billes de précision, offrant une transmission du mouvement d'un rendement mécanique supérieur à 90%. Cette dernière est entraînée par un ensemble moto-réducteur *via* un système de transmission par poulies-courroie, dont la forme des dents a été sélectionnée pour son rendement, sa précision de positionnement et son encombrement réduit.
Les vérins ont été conçus à l'identique pour l'ensemble des blocs d'actionneurs dont seul le type de moto-réducteur permet de distinguer l'actionneur de la partie haute[4] (cf. Plan B.8) de celui de la partie basse[5] (cf. Plan B.9) de la patte. Cette conception de « petite série » a permis notamment de gagner en coût et en temps de réalisation. Le premier actionneur, désigné « vérin A », dispose d'un bloc moto-réducteur plus puissant et développant plus de couple que le deuxième actionneur, le « vérin B », qui est quant à lui plus léger.

Le premier étage d'actionnement étant solidaire du châssis, il n'est pas pris en compte dans le calcul de la masse totale de l'élément « patte » qui est alors de 2 kg. Les quatre pattes représentent donc un peu plus d'un tiers de la masse totale du robot *HyLoS II*.

FIG. 2.5 – Un des deux types de vérin-actionneur de la patte du robot *HyLoS II*

[4]Moteur FAULHABER 45,9 W 12 V 44 mN.m / Réducteur planétaire FAULHABER 3,5 N.m 14:1
[5]Moteur FAULHABER 17 W 12 V 16 mN.m / Réducteur planétaire FAULHABER 0,7 N.m 14:1

2.2.1.2 Le système de direction

Le système de direction a pour objectif de permettre au robot *HyLoS* de changer de direction et de suivre des trajectoires courbes, lui assurant ainsi une plus grande liberté de mouvements. Ce sous-ensemble est présent sur chacune des pattes du prototype et fonctionne indépendamment des autres. La plateforme *HyLoS II* est donc un système omnidirectionnel.

Les contraintes de conception du système de direction ont été de plusieurs ordres. Compte-tenu de la criticité de la masse à l'extrémité de la patte, il a fallu alléger au mieux ce système de direction sans sacrifier la puissance du moto-réducteur actionnant cet ensemble. D'un point de vue intégration, la compacité de cet élément de direction a été maximisée pour s'intégrer au mieux dans l'encombrement réduit de l'intérieur de la patte.

Le schéma 2.6 expose la chaîne de transmission constituée de 4 étages : le bloc moto-réducteur, les engrenages coniques, les engrenages droits et l'ensemble « roue dentée et vis-sans-fin ». Les caractéristiques technologiques principales de chaque niveau de transmission, notamment le couple τ et la vitesse ω de sortie calculés, y sont présentés. Le couple admissible donné, noté τ_{adm}, permet de vérifier que le couple de sortie de chaque palier est transmissible. En bout de chaîne, compte-tenu de la motorisation et des rendements η estimés, le couple et la vitesse de sortie de l'élément de direction sont respectivement de 1,52 N.m et 0,22 tr/s, soit presque $\frac{\pi}{2}$ rad/s.

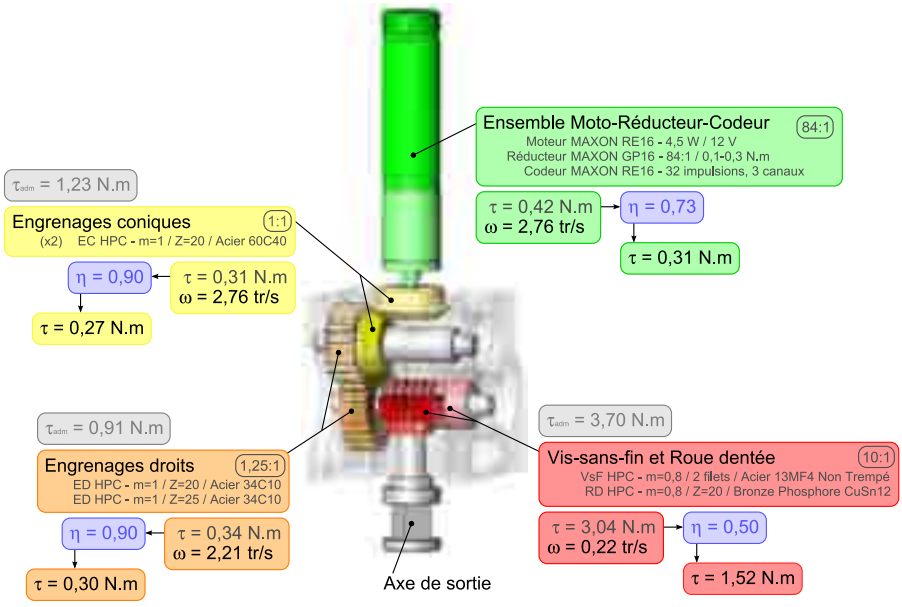


FIG. 2.6 – Dimensionnement du système de direction du robot *HyLoS II*

La figure 2.7 et le plan B.10 en annexe permettent d'apprécier le résultat obtenu. L'alignement requis entre l'axe de motorisation et l'axe de sortie du système de direction a contraint également la disposition de ce dernier. Enfin l'irréversibilité de la direction, essentiellement recherchée pour des raisons d'économie d'énergie, est assurée par l'ensemble roue dentée et vis-sans-fin. La masse totale de ce sous-ensemble, incluant les éléments de structure, est de près de 600 g.

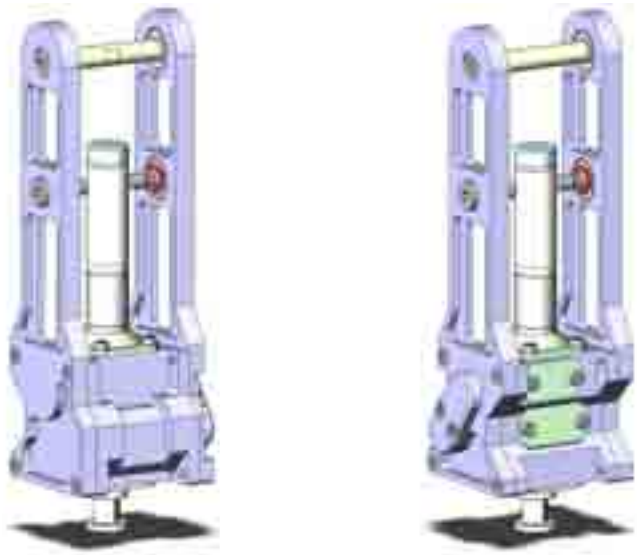
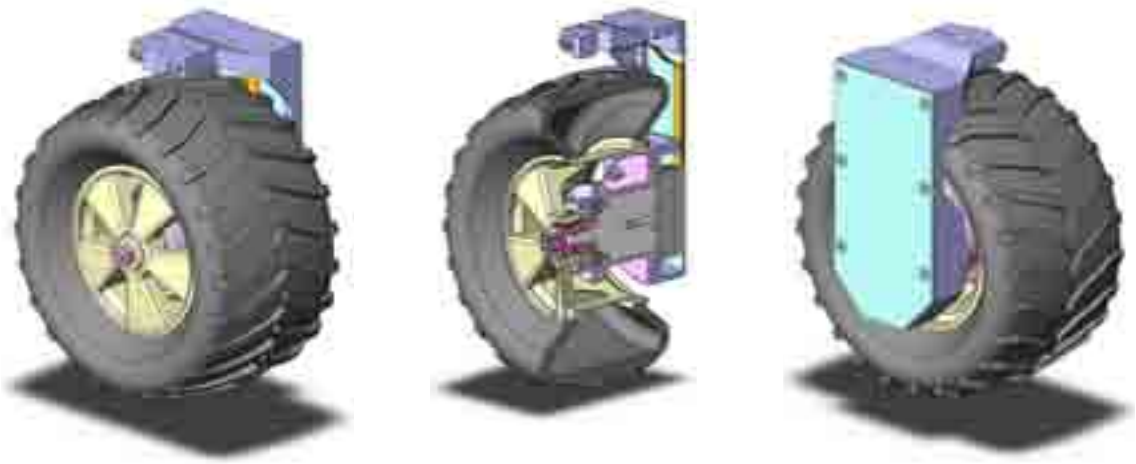


FIG. 2.7 – Système de direction du robot *HyLoS II*

2.2.1.3 Le système de traction

La traction est une partie essentielle du prototype : c'est cet élément qui permet au robot d'évoluer à vitesse raisonnable pour envisager d'aborder des problèmes de dynamique et de recueillir une certaine « crédibilité » dans le domaine des véhicules autonomes tout-terrains. Cet ensemble a été sensiblement amélioré par rapport à celui de la première version du robot *HyLoS*.

Tout d'abord la motorisation de cet élément a été perfectionnée en dimensionnant un moto-réducteur beaucoup plus puissant que celui utilisé sur le premier prototype. Compte-tenu du fort problème d'encombrement des moteurs de traction présent sur *HyLoS I*, l'insertion complète de l'actionnement à l'intérieur de la roue a été décidée. Ce choix a eu



(a) (b) (c)

FIG. 2.8 – Système de traction du robot *HyLoS II*

pour conséquence de devoir trouver un bloc moto-réducteur qui soit compact, sans perdre la puissance requise, et également de disposer d'une roue dont la jante présente le maximum d'espace pour y accueillir la motorisation.
Les solutions qui ont été apportées pour répondre à ses contraintes ont été de prendre une jante décentrée, réalisée en prototypage rapide par stéréolithographie, adaptée au pneumatique choisi et d'y intégrer un moteur plat sans balais (*brushless*) synchrones (MAXON EC45 30 W 12 V) associé à un réducteur planétaire de rapport de réduction de 33:1 (MAXON GP32A 0,75-4,5 N.m). Le choix de cet ensemble moto-réducteur standard de 250 g constitue un bon compromis entre masse, compacité, puissance et coût. Les caractéristiques de fonctionnement nominal de cette motorisation correspondent à un couple et une vitesse de sortie de respectivement 1,78 N.m et 2,52 tr/s, soit, compte-tenu du rayon des roues, une vitesse linéaire de 1,11 m/s. De plus, la vitesse maximale de cet ensemble moto-réducteur permet d'atteindre une vitesse linéaire deux fois plus élevée.
Le résultat de la conception du système de traction, dont la masse totale est d'un peu plus de 600 g, est illustré à la figure 2.8, dont la vue en coupe permet d'apprécier l'intégration des différents éléments.

2.2.1.4 Le système différentiel

Initialement un mécanisme intégrant une mobilité au niveau de la plateforme a été imaginé pour assurer l'isostatisme du véhicule et lui permettre ainsi de maintenir un contact permanent de ses quatre roues avec le sol en s'affranchissant de l'utilisation de capteurs complexes, sensibles et coûteux tels que des capteurs en efforts. Ce mécanisme consistait à monter les deux ensembles « roue-patte » de chaque flanc du robot sur une pièce attachée au bâti par une liaison rotoïde passive ; les deux liaisons pivots étant alors reliées par un différentiel.

Pour des raisons d'intégration technologique, cet élément n'a pas été retenu dans la version finale. Néanmoins la modélisation de ce système hybride roues-patte présentée au chapitre 3 en tient compte, proposant une description générale du robot.

2.2.2 Architecture de commande

L'architecture de commande du robot *HyLoS II* est la même que celle mise en place sur la première version du prototype. Mis à part une évolution technologique des différents équipements, les lois de commande du robot restent distribuées sur une architecture de calcul multiprocesseurs permettant de distinguer les commandes bas-niveau de chaque patte, de la commande haut-niveau de l'ensemble du robot.
Cette architecture de commande est résumée dans un schéma synoptique présenté à la figure 2.9. Ce diagramme donne une vision d'ensemble de l'organisation des éléments constitutifs du système de commande. Ces différents éléments sont présentés succinctement par la suite. L'architecture de commande du robot *HyLoS II* se divise en deux niveaux d'asservissement qui sont indépendants du point de vue de la réalisation de leurs tâches spécifiques, mais qui, au regard de l'ensemble de l'architecture, communiquent en échangeant des informations nécessaires au fonctionnement global du robot.

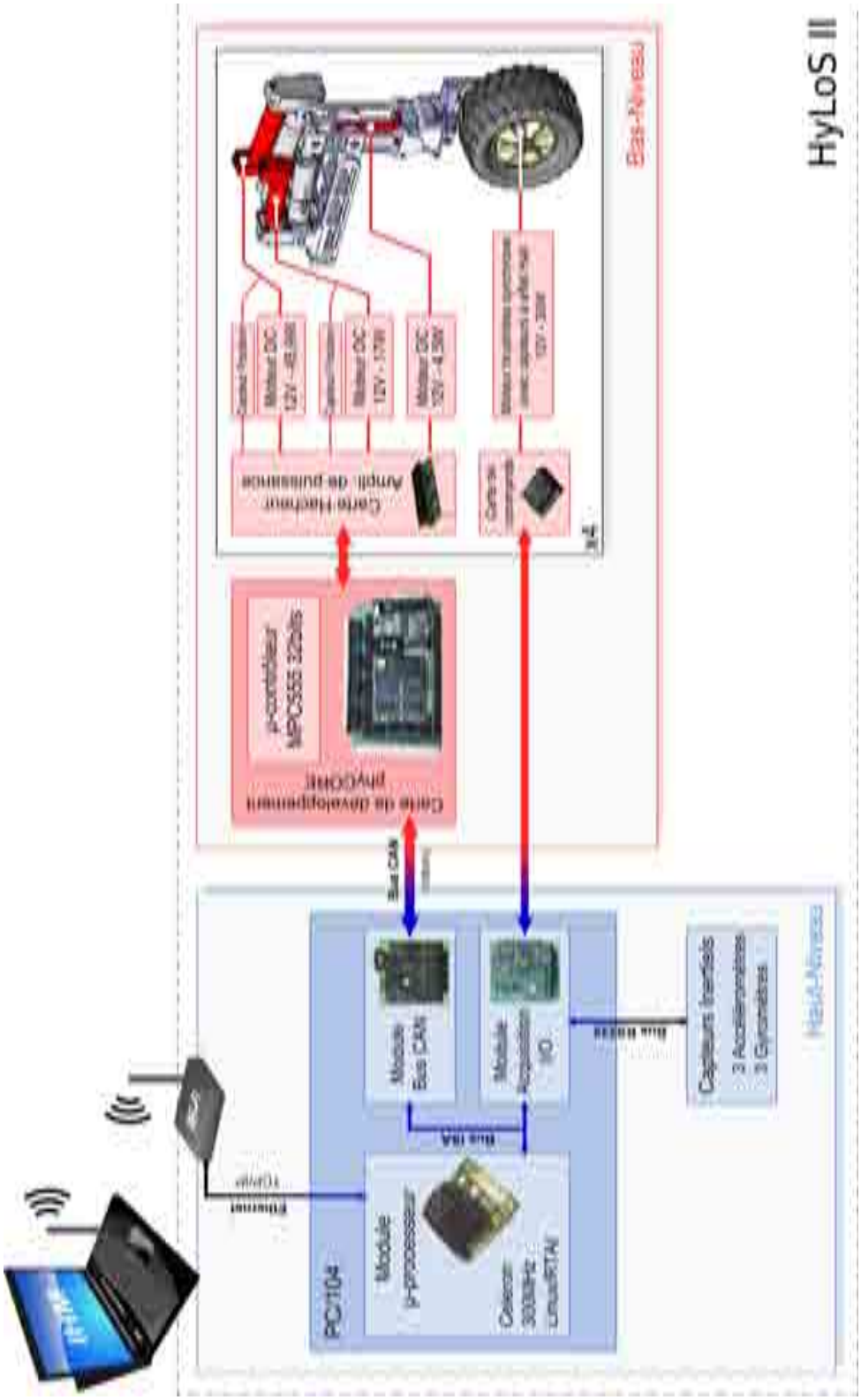


FIG. 2.9 – Architecture de commande du robot *HyLoS II*

La commande haut-niveau a pour objectif de réguler l'état du robot en s'appuyant sur les mesures inertielles et l'état postural courant de la plateforme. Cette tâche est assurée par un PC embarqué de type PC/104. Cet équipement fonctionne, dans les grandes lignes, comme un PC classique. Le PC/104 se présente sous forme de modules empilables ayant une consommation, une taille et un bus standard définis par la norme éponyme. Ses atouts (faible consommation, encombrement réduit, grande modularité, résistance aux chocs et aux vibrations) en font un produit très utilisé dans les applications industrielles et militaires.
Le PC/104 utilisé sur ce robot est constitué d'une configuration relativement classique :

- un module principal comportant un micro-processeur Pentium III Celeron cadencé à 300 MHz et plusieurs ports entrées/sorties (*Digital Logic MSM-P3SEV*),
- un module de conversion analogique/numérique d'une résolution de 16 bits et d'acquisition entrées/sorties numériques (*Diamond MM-16-AT*),
- un module de gestion de bus CAN (*Digital Logic MSMCAN*).

Le système d'exploitation temps réel, Linux/RTAI[6] installé sur ce PC permet d'assurer une commande de régulation de posture du robot. Celle-ci est obtenue à travers un ensemble de trois tâches (*threads*) réalisées en parallèle et dont la fréquence d'exécution est contrôlée avec une grande précision grâce à l'utilisation du système temps réel :

- la première est une tâche d'acquisition. Elle a pour mission de rassembler un ensemble de mesures (mesures inertielles, mesures des codeurs, mesures de courant des moteurs) à chaque 10 ms.
- une seconde tâche gère la loi de commande de la posture du robot. Cette tâche de contrôle est exécutée toutes les 100 ms.
- la dernière est une tâche de surveillance (*monitoring*). Elle permet à l'utilisateur, *via* une interface graphique permettant la communication homme/machine (IHM) sur un poste distant relié avec au PC/104 par une liaison réseau sans fil (*WiFi*), d'observer l'évolution des différents composants internes de la plateforme expérimentale (capteurs, état de la commande, etc), de sauvegarder les données de mesures permettant une analyse approfondie *a posteriori*. Cette interface, illustrée à la figure 2.10, permet également d'envoyer les instructions de navigation au robot (changement de direction, vitesse d'évolution). Cette tâche est moins prioritaire et est exécutée à la demande de l'utilisateur.

Le deuxième niveau de cette architecture de commande du robot *HyLoS II* correspond aux boucles d'asservissement bas-niveau permettant d'assurer la commande de la motorisation des différents axes des ensembles « roue-patte » du véhicule.
Les moteurs relatifs au positionnement de la patte à proprement parler et celui assurant le changement de direction de la roue sont des moteurs à courant continu commandés grâce à une boucle d'asservissement assurée par un micro-contrôleur Motorola MPC555. Les cartes de puissance associées à ces moteurs ont été développées et réalisées durant cette thèse. Selon le mode défini par le haut-niveau, ces moteurs peuvent être commandés en position, en vitesse ou en couple à une fréquence d'échantillonnage des boucles d'asservissements bas-niveau de 250 Hz.

[6] *Real Time Application Interface*

FIG. 2.10 – Capture d'écran de l'interface d'utilisation et de supervision du robot *HyLoS II*

- l'asservissement en vitesse de ces moteurs est effectué par un correcteur classique PI (Proportionnel Intégral). La vitesse est obtenue en dérivant la position issue des codeurs. Le terme Proportionnel assure la rapidité de la correction tandis que le terme Intégral élimine l'erreur statique résiduelle.
- un simple correcteur P (Proportionnel) assure l'asservissement en position dont la mesure est réalisée directement.
- l'asservissement en couple est réalisé en boucle ouverte par le micro-contrôleur profitant de la boucle fermée en courant effectuée en interne au niveau du hacheur de la carte de puissance.

En revanche, pour les moteurs de traction, l'asservissement est alors réalisé directement par l'intermédiaire d'une carte de commande et de puissance du commerce qui reçoit les instructions directement du PC/104.

Mis à part les moteurs de traction, la communication entre les deux niveaux de l'architecture de commande est assurée par un bus CAN (*Controller Area Network*) qui fonctionne avec un débit de données à 1 Mbit/s. Il permet une gestion avancée des problèmes de transmission des données, fondamental dans ce contexte de commande distribuée.
Le bus CAN est un protocole normalisé d'échanges de données, développé à l'origine pour l'industrie automobile dans les années 80, reconnu pour sa fiabilité, sa gestion des erreurs et sa capacité à faire communiquer différents organes de commande sur un bus unique.

2.3 Modes de locomotion associés aux robots *HyLoS*

Comme évoqué précédemment à la section 1.2.4.2, les robots disposant de redondances actives dans leur système de suspension sont capables de se déplacer suivant différents modes. Les paragraphes suivants passent en revue les différents modes de locomotion utilisables par les robots *HyLoS*, à la fois en terme de propulsion et de direction.

2.3.1 Modes de propulsion du *HyLoS*

2.3.1.1 Mode de roulement simple

Le mode de roulement simple est un mode de propulsion trivial commun à tous les systèmes mobiles à roues. Dans ce mode, seules les roues sont utilisées pour avancer. Les liaisons des systèmes à mobilités internes sont bloquées dans une configuration fixe qui se trouve être généralement la configuration « nominale ».
Ce mode de propulsion est utilisé pour déplacer le robot sur des terrains horizontaux (ou faiblement inclinés) ne présentant ni d'irrégularités, ni d'obstacles à franchir. Il sert aussi de mode de référence pour analyser et évaluer, par comparaison, les performances des autres modes de locomotion.

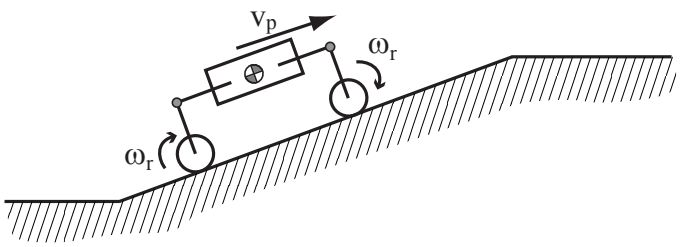


FIG. 2.11 – Configuration nominale en mode roulement simple [Grand 04a]

2.3.1.2 Mode de roulement avec reconfiguration

Ce mode de locomotion est particulièrement adapté aux terrains irréguliers, présentant des successions de pentes et de dévers. Ces irrégularités géométriques dans le plan frontal et sagittal entraînent des perturbations plus ou moins importantes du véhicule autour de ses axes de roulis et de tangage qui peuvent conduire à un retournement de la plateforme. Pour pallier cette perte de stabilité engendrée par le déplacement du robot sur ce type de terrain, les systèmes disposant de mobilités internes actives, tels que les robots *HyLoS*, sont capables de modifier leur posture dans le sens du maintien de l'équilibre du système. C'est cette activation des mobilités internes du système de suspension qui caractérise le mode de roulement avec reconfiguration des robots *HyLoS*.
Ce mode de locomotion présente toutefois certaines limitations. Dans un rapport d'échelle du robot étudié, les discontinuités du terrain ne doivent pas être trop fortes et la vitesse de déplacement du système doit être adaptée pour permettre au véhicule de compenser les irrégularités du sol.

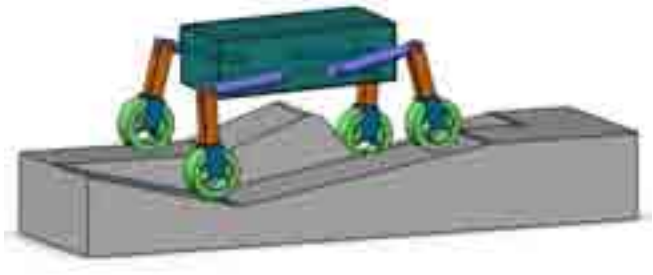


FIG. 2.12 – Mode d'adaptation de posture [Grand 04a]

2.3.1.3 Mode péristaltique

Le terme « péristaltique » est à l'origine une notion de physiologie employée pour caractériser l'activité motrice d'un organe tubulaire, en particulier de l'intestin, dont le contenu progresse à l'intérieur de celui-ci. L'onde péristaltique est un phénomène complexe qui coordonne et propage l'activité contractile des deux couches musculaires de l'intestin : l'une, externe, est formée de fibres longitudinales, l'autre, interne et plus épaisse, de fibres circulaires. Ainsi, la locomotion des matières contenues dans l'intestin se fait par contractions coordonnées des couches externes du contenant [Universalis 07].
Ce mode de locomotion est également utilisé par certains êtres-vivants pour se déplacer [Dobrolyubov 86, Dobrolyubov 02]. La plupart des gastéropodes, comme la limace ou l'escargot, se meuvent en contractant successivement les muscles de leur pied [Vles 07]. La génération du train d'ondes résultant de ces contractions leur permet alors d'avancer (cf. Figure 2.13). Ce mode de locomotion péristaltique est aussi employé chez certains insectes tel que la chenille. La figure 2.14 représente la séquence de mouvement de contraction des différents segments d'une chenille utilisant le mode péristaltique pour se déplacer [Brackenbury 99].

FIG. 2.13 – Dessous de la limace léopard *Limax maximus* durant sa phase de locomotion [Chan 07]

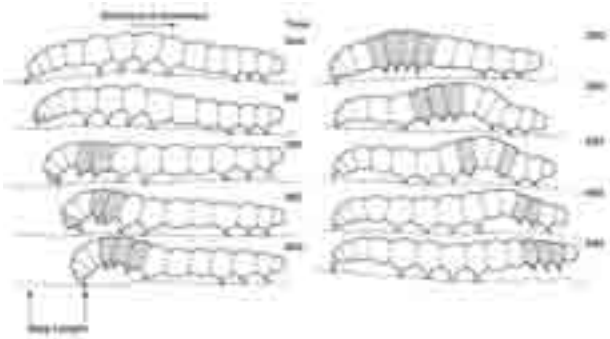


FIG. 2.14 – Locomotion péristaltique chez la chenille *Pleurotya ruralis* [Brackenbury 99]

Mettant à profit ces observations du péristaltisme biologique, certains systèmes de locomotion à mobilités internes actives, tels que les robots *HyLoS* ou les systèmes à châssis articulé du type *Marsokhod* (présentés précédemment à la section 1.2.4.2) sont capables de se mouvoir en utilisant ce mode bio-inspiré [Andrade 98].

Pour ce faire, ces systèmes réalisent une séquence de mouvements coordonnés de déplacement des pattes les unes après les autres. Cette conjugaison des mouvements des pattes et des roues permet, entre autres, de garantir au système un roulement sans glissement dans les phases de transfert d'appuis. L'actionnement combiné des mobilités internes du robot associé au blocage des roues, alors fixes par rapport au sol, permet le déplacement effectif du véhicule par transfert de son centre de gravité.
À l'image de celles du cheval décrites par Alexander sur la locomotion animale dans [Alexander 92], plusieurs allures peuvent être envisagées. La figure 2.15 illustre différentes séquences de mouvement du mode péristaltique qui peuvent être utilisées par le robot *HyLoS*.

Ce mode de locomotion se révèle particulièrement efficace sur des terrains en pente et faiblement cohésifs, tels que le sable, les amas de gravas ou plus généralement tout sol composé de matériaux granulaires.
Dans les travaux de [Von Sybel 61] portant sur l'amélioration des performances de traction sur ces types de terrain, l'efficacité de ce mode de propulsion a été démontrée. Dans le mode péristaltique, la résistance au roulement est en effet fortement diminuée compte-tenu du fait que, lors de la phase de transition d'une patte, celle-ci se déplace par un roulement coordonné au mouvement de la patte minimisant ainsi l'effort normal appliqué à la roue. L'économie d'énergie qui en résulte comparativement à un système utilisant le roulement simple est très notable, sans parler des cas où ce dernier se révèle complètement inopérant.

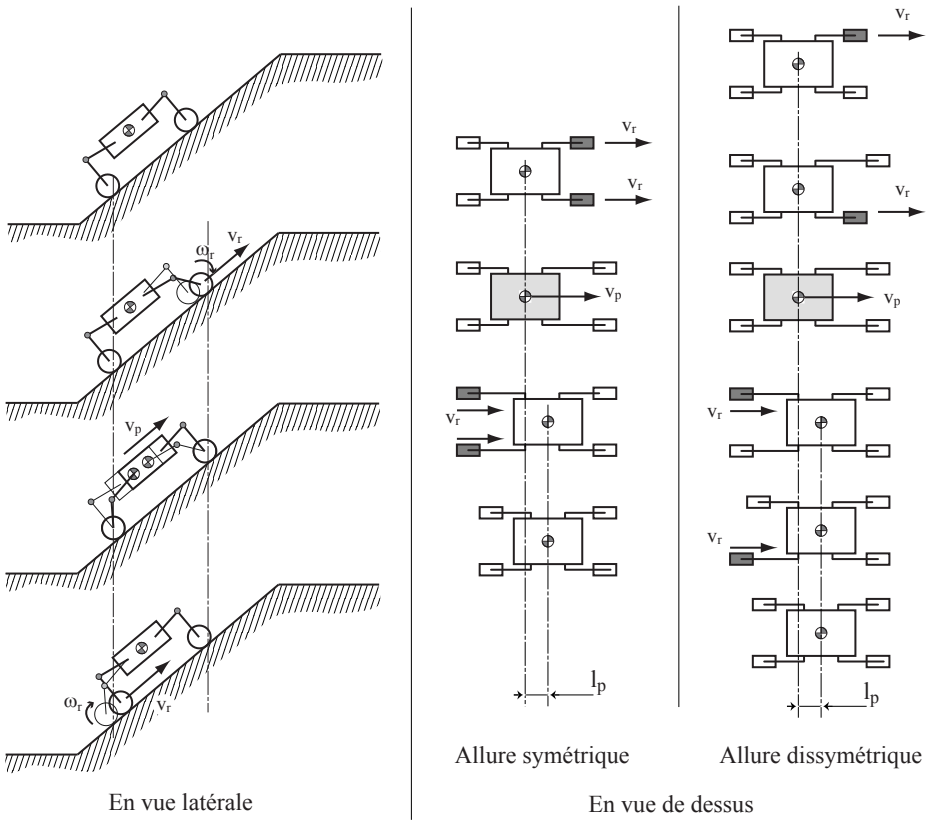


Fig. 2.15 – Mode péristaltique [Grand 04a]

2.3.2 Modes de direction du *HyLoS*

Grâce à leurs quatre roues directrices indépendantes, les robots *HyLoS* bénéficient d'une grande manœuvrabilité. La souplesse de ce système de direction permet de réaliser différents modes de changement de direction dont les avantages et les inconvénients ont déjà été présentés à la section 1.2.3.3. De part la cinématique de ces robots, trois modes de direction sont alors techniquement envisageables :

- un mode de type Ackermann utilisant la rotation coordonnée des deux roues avant,
- un mode de direction à quatre roues directrices indépendantes, aussi appelé « double-Ackermann ».
- un mode de changement de direction à vitesses différentielles. En pratique toutefois, compte-tenu des désavantages qu'il présente (cf. Section 1.2.3.3), ce mode de direction n'est pas utilisé sur ce type de robot.

L'utilisation d'un mode de direction plutôt qu'un autre dépend fortement du mode de propulsion employé par le robot.

Pour le mode de roulement simple utilisé par les robots *HyLoS*, les trois modes de direction sont théoriquement utilisables. Cependant dans un souci d'économie de consommation énergétique, c'est le mode de type Ackermann qui est prépondérant pour ce mode. Celui-ci ne nécessite en effet que le contrôle coordonné de seulement deux des quatre axes de direction du véhicule tout en gardant une manœuvrabilité importante.

Dans le mode de roulement avec reconfiguration, identifié précédemment, toutes les mobilités du robot sont sollicitées pour assurer le maintien de posture. De ce fait, compte-tenu du type de terrain sur lequel évolue le système et de la manœuvrabilité élevée requise, tous les axes de directions sont utilisés pour réaliser au mieux la trajectoire spécifiée. C'est donc le mode de direction à quatre roues directrices indépendantes qui est ici privilégié.

Le mode de locomotion péristaltique n'est en principe pas sujet au changement de direction, l'objectif étant dans ce cas, le franchissement d'une zone de terrain spécifique. Ce mode de déplacement ne permet pas l'utilisation des modes de direction conventionnels. Toutefois, dans le cas d'une allure dissymétrique, le changement de direction du robot s'avère possible en prenant des longueurs de pas différentes pour chaque côté de la plateforme.

Chapitre 3

Modélisation de robots mobiles hybrides

La modélisation est une étape importante dans l'étude globale de systèmes ou de phénomènes. De manière générale, un modèle est une traduction mathématique, plus ou moins fidèle, de la réalité qui permet de comprendre et d'analyser le système ou le phénomène étudié. L'élaboration d'un modèle s'avère donc une étape incontournable dans le cadre de cette étude.

Le chapitre qui suit traite de la modélisation de robots mobiles hybrides tout-terrains. Les modèles cinématique et dynamique qui y sont développés sont ceux utilisés pour la commande des modes de déplacements du robot. Dans cette problématique de modélisation, l'enjeu est de rendre compte le plus fidèlement possible – dans la limite de nos besoins – du comportement d'un système robotique mobile hybride en évolution dans un environnement extérieur présentant des difficultés de franchissement.

De la validité des modèles analytiques développés dans ce chapitre dépend également la vérification d'un certain nombre d'hypothèses qui sont les suivantes :

- les roues sont en contact permanent avec le sol,
- tous les corps du système sont rigides,
- toutes les liaisons du système, exceptées les liaisons « roue-sol », sont parfaites.

3.1 Paramétrage général du robot

Le paramétrage du système est une étape essentielle dans la modélisation d'un robot. Elle est une phase clef qui permet de simplifier l'écriture d'un modèle géométrique, ciné-

matique ou dynamique. Dans cette optique, une approche généralisée du paramétrage d'un robot mobile à roues tout-terrain quelconque est présentée dans cette section.

À chaque élément constituant les sous-ensembles du robot est associé(s) un ou plusieurs repère(s). Ces repères sont généralement définis de telle sorte que leurs axes et leurs origines correspondent respectivement à des directions et des points privilégiés ayant un rôle fonctionnel lors de l'exécution de la tâche (comme l'axe d'une articulation, ou le centre de gravité d'une pièce par exemple), et permettent de situer ces différents éléments du système dans l'espace. La notion de transformation de repère est donc nécessaire et permet notamment d'exprimer les positions et orientations des différents corps du robot les uns par rapport aux autres.

L'ensemble du paramétrage s'appuie sur l'écriture des matrices de transformations homogènes qui décrivent de façon homogène les différents systèmes de coordonnées. Cette notation, initialement utilisée en infographie [Roberts 65], [Newman 79] pour calculer les projections et les perspectives d'un objet sur un plan, est aujourd'hui largement exploitée en robotique [Pieper 68], [Paul 81]. La combinaison de ces matrices de transformations traduit le passage successif d'un repère à un autre. Quelques propriétés de ces matrices de transformations homogènes sont résumées dans l'annexe C.1.

La description géométrique d'un robot mobile à roues tout-terrain quelconque est illustrée par la figure 3.1. Le repère $\mathcal{R}_0$ constitue le repère global de base fixe par rapport auquel la position et l'orientation du robot est décrite. Une série de repères associés aux différents éléments du robot est également définie : le repère $\mathcal{R}_P$ est associé à la plateforme, un repère $\mathcal{R}_{A_i}$ est défini pour chacune des n roues, de même que le repère $\mathcal{R}_{C_i}$ qui est relatif au contact entre la roue et le sol.

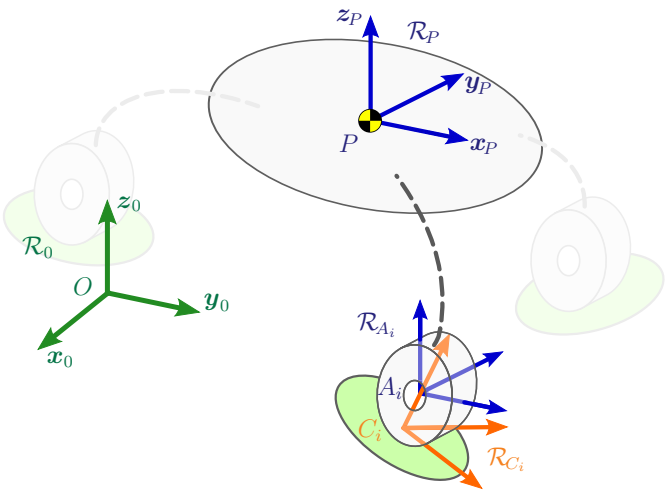


FIG. 3.1 – Description générale d'un robot mobile à roues tout-terrain

L'application directe de ce paramétrage sur le robot *HyLoS II* est présentée pour chacun des sous-ensembles étudiés.

3.1.1 Topologie du système

L'analyse topologique de mécanisme permet de distinguer les différents ensembles constituant le robot du point de vue de leurs propriétés cinématiques.
Dans notre cas, un robot mobile à roues tout-terrain est considéré comme étant une plateforme reliée à des roues par un ensemble de liaisons, actives ou passives qui constitue une patte. La figure 3.2 décrit le graphe topologique de ce type de système qui se décompose donc en trois sous-ensembles : la plateforme, les pattes et les roues.

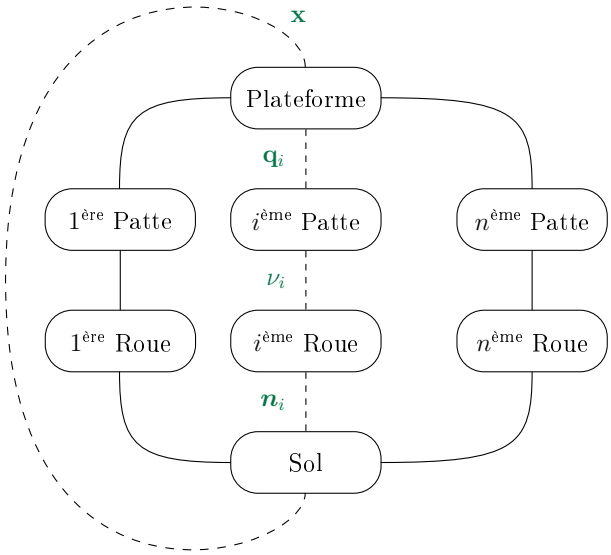


FIG. 3.2 – Graphe topologique d'un robot mobile à roues tout-terrain

La plateforme est le corps de référence pour l'expression des modèles des autres sous-ensembles. C'est un corps indéformable et mobile dans l'espace.
Une patte est le sous-ensemble constitué de m–1 corps rigides articulés entre eux et qui est connectée directement à la plateforme. Chacune des n pattes du robot dispose de m–1 articulations, qui peuvent être actives ou passives.
Le sous-ensemble « roue », quant à lui, comprend la roue proprement-dite, ainsi que la $m^{\text{ième}}$ liaison à l'extrémité de la patte et la liaison avec le sol. Cette dernière liaison permet d'effectuer la fermeture de la chaîne cinématique qui est étudiée par la suite.

À chacun de ces sous-ensembles est associé un ensemble de paramètres qui le caractérise et qui permet de définir la configuration globale du robot dans son environnement :

- $\mathbf{x} = \left(\boldsymbol{p}^t, \boldsymbol{\phi}^t\right)^t$ correspond à la matrice colonne de dimension $[6\times1]$ qui définit la position $\boldsymbol{p}$ et l'orientation $\boldsymbol{\phi}$ de la plateforme,
- $\mathbf{q}_i = (q_{i1} \ \cdots \ q_{ij} \ \cdots \ q_{i\,m-1})^t$ est le vecteur des paramètres de configuration de la $i^{\text{ème}}$ patte où q_{ij} désigne la variable articulaire de la $j^{\text{ème}}$ liaison de la patte considérée. Ce vecteur est donc de dimension $[(m–1)\times1]$; la $m^{\text{ième}}$ articulation correspondant à la rotation propre de la $i^{\text{ème}}$ roue par rapport à la $i^{\text{ème}}$ patte,
- ν_i correspond à l'angle de rotation de la $m^{\text{ème}}$ liaison du sous-ensemble « roue-patte » évoquée précédemment,

- $\boldsymbol{n}_i$ désigne la normale au terrain. Il correspond aux paramètres de la liaison « roue-sol » de la $i^{\text{ème}}$ roue. Ce vecteur est généralement écrit dans le repère global $\mathcal{R}_0$ et a alors un angle $\delta_{\boldsymbol{n}_i}$ d'inclinaison locale avec ce dernier.

3.1.2 Paramétrage de la plateforme

La plateforme d'un robot mobile à roues tout-terrain est considérée comme étant un solide de centre de masse P, dont le paramétrage consiste à définir la position et l'orientation par rapport au repère global $\mathcal{R}_0$ à un instant t.

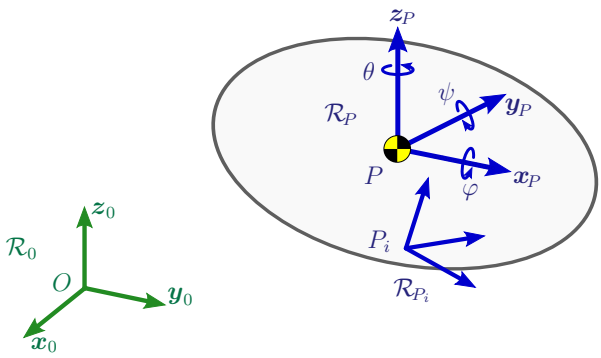


FIG. 3.3 – Paramétrage de la plateforme

La position de la plateforme est définie par celle du point P à laquelle est associée le vecteur $\boldsymbol{p} = (x, y, z)^t$ défini dans le référentiel de base $\mathcal{R}_0$. Le repère $\mathcal{R}_P = (P, \boldsymbol{x}_P, \boldsymbol{y}_P, \boldsymbol{z}_P)$ attaché à la plateforme est tel que $\boldsymbol{x}_P$ et $\boldsymbol{y}_P$ sont colinéaires, respectivement, à la direction longitudinale et latérale du robot, et que $\boldsymbol{z}_P$ vérifie $\boldsymbol{z}_P = \boldsymbol{x}_P \wedge \boldsymbol{y}_P$ (cf. Figure 3.3).

L'orientation de la plateforme par rapport au repère de base $\mathcal{R}_0$ est définie selon la convention décrite par la figure 3.4, dite *convention de Bryant*, où les angles θ, ψ et φ désignent respectivement le lacet, le tangage et le roulis [Khalil 99]. Le vecteur des paramètres d'orientation est défini tel que $\boldsymbol{\phi} = (\varphi, \psi, \theta)^t$. La matrice d'orientation associée, notée ${}^0\mathbf{A}_P$ – dont le détail de calcul est présenté à l'annexe C.2 – est explicitée par la matrice de transformations homogènes suivante :

$$
{}^0\mathbf{T}_P(\mathbf{x}) = \left(\begin{array}{c|c} {}^0\mathbf{A}_P & \boldsymbol{p} \\ \hline \mathbf{0}_{1\times3} & 1 \end{array}\right) = \left(\begin{array}{ccc|c} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi s_\varphi - s_\theta c_\varphi & c_\theta s_\psi c_\varphi + s_\theta s_\varphi & x \\ s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi s_\varphi + c_\theta c_\varphi & s_\theta s_\psi c_\varphi - c_\theta s_\varphi & y \\ -s_\psi & c_\psi s_\varphi & c_\psi c_\varphi & z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \tag{3.1}
$$

avec $c_\theta = \cos\theta$, $s_\theta = \sin\theta$, ...

Dans le but de simplifier le paramétrage des pattes, des points d'attache P_i sont définis pour chacune d'elles (cf. Figure 3.3). Le repère $\mathcal{R}_{P_i}$, associé à ce point d'attache, est orienté de manière à s'affranchir d'un paramétrage spécifique pour chaque patte et d'obtenir un paramétrage généralisé, développé dans la section suivante. Une matrice de transformation du centre de masse P au point d'attache P_i de la $i^{\text{ème}}$ patte est alors définie pour chacune des n pattes du robot.

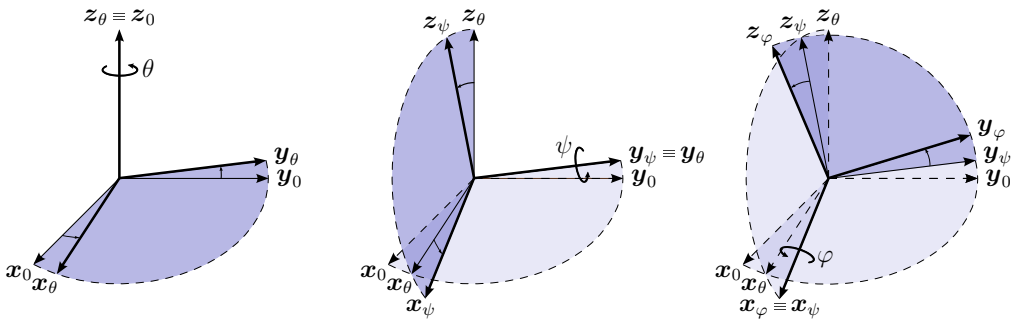


FIG. 3.4 – Angles de Bryant

Dans le cas particulier du robot *HyLoS II*, la plateforme est un solide de forme parallélépipédique et de centre de masse P dont la position et l'orientation sont exprimées par le vecteur $\mathbf{x}$, comme décrit précédemment. Le paramétrage des points d'attache des pattes à la plateforme, établi précédemment, permet de prendre facilement en considération le paramétrage du degré de liberté introduit par le système différentiel évoqué précédemment à la section 2.2.1.4. À la figure 3.5, les angles δ_{sd}^{G} et δ_{sd}^{D} correspondent respectivement à la mesure de la variation angulaire due à cette liaison pour la partie gauche ($i = \{1, 3\}$) et pour la partie droite ($i = \{2, 4\}$) du robot. Les deux côtés du robot étant cinématiquement liés entre eux, ces deux mesures sont telles que $\delta_{sd}^{\mathrm{G}} = -\,\delta_{sd}^{\mathrm{D}}$, et conduisent à la relation suivante :

$$\begin{cases} \delta_{sd}^{\mathrm{G}} &= \delta_{sd} \\ \delta_{sd}^{\mathrm{D}} &= -\delta_{sd} \end{cases} \tag{3.2}$$

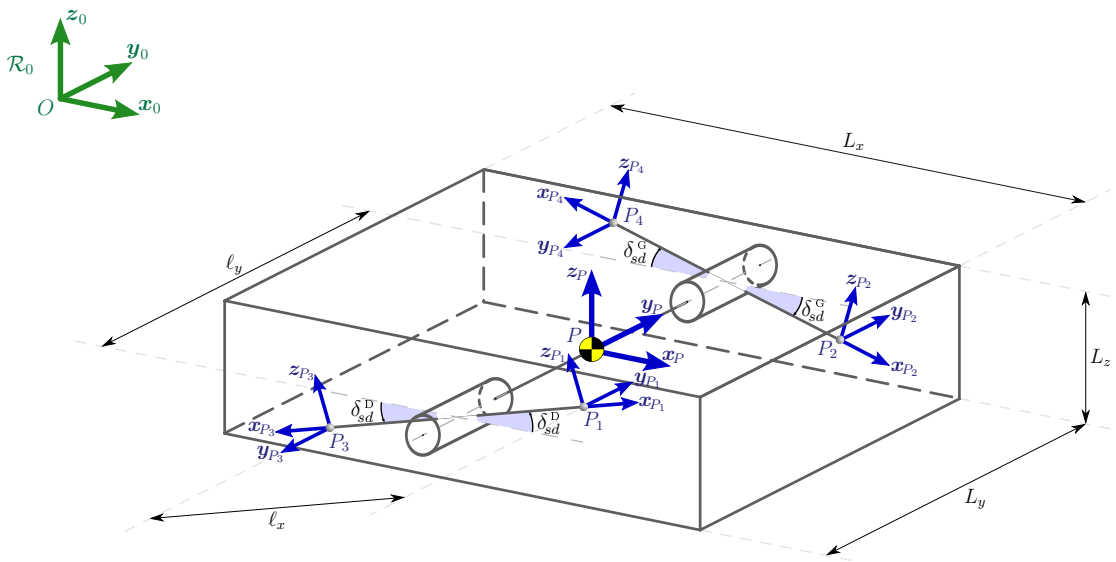


FIG. 3.5 – Paramétrage de la plateforme du robot *HyLoS II*

Le tableau 3.1 regroupant les paramètres de Denavit-Hartenberg modifié par Khalil-Kleinfinger (DHKK) [Khalil 86] pour la plateforme, établis à partir de la figure 3.5 conduit à l'écriture des matrices de transformations homogènes ${}^{P}\mathbf{T}_{P_i}$, explicitées par les équations (3.3). Ces dernières traduisent donc le passage du repère de plateforme $\mathcal{R}_P$ à chacun des repères $\mathcal{R}_{P_i}$ des points d'attache des pattes.

La figure 3.5 montre également les différents paramètres de longueur, largeur et hauteur de la plateforme du *HyLoS II*, ainsi que les paramètres permettant de repérer la position des différents points d'attache de chaque patte par rapport au centre de gravité P de la plateforme.

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
P_i $\vert i=\{1\}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	$-\delta_{sd}$	$-\frac{\ell_y}{2}$
	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\ell_x}{2}$	0	0
P_i $\vert i=\{2\}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	δ_{sd}	$\frac{\ell_y}{2}$
	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\ell_x}{2}$	0	0
P_i $\vert i=\{3\}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	$-\delta_{sd}$	$-\frac{\ell_y}{2}$
	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\ell_x}{2}$	π	0
P_i $\vert i=\{4\}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	δ_{sd}	$\frac{\ell_y}{2}$
	0	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\ell_x}{2}$	π	0

TAB. 3.1 – Paramètres DHKK pour la plateforme du robot *HyLoS II* (Figure 3.5)

$$
{}^{P}\mathbf{T}_{P_1} = \begin{pmatrix} c_{\delta_{sd}} & 0 & -s_{\delta_{sd}} & \frac{\ell_x}{2}c_{\delta_{sd}} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{\ell_y}{2} \\ s_{\delta_{sd}} & 0 & c_{\delta_{sd}} & \frac{\ell_x}{2}s_{\delta_{sd}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad {}^{P}\mathbf{T}_{P_3} = \begin{pmatrix} -c_{\delta_{sd}} & 0 & -s_{\delta_{sd}} & -\frac{\ell_x}{2}c_{\delta_{sd}} \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{\ell_y}{2} \\ -s_{\delta_{sd}} & 0 & c_{\delta_{sd}} & -\frac{\ell_x}{2}s_{\delta_{sd}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

$$
{}^{P}\mathbf{T}_{P_2} = \begin{pmatrix} c_{\delta_{sd}} & 0 & s_{\delta_{sd}} & \frac{\ell_x}{2}c_{\delta_{sd}} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\ell_y}{2} \\ -s_{\delta_{sd}} & 0 & c_{\delta_{sd}} & -\frac{\ell_x}{2}s_{\delta_{sd}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad {}^{P}\mathbf{T}_{P_4} = \begin{pmatrix} -c_{\delta_{sd}} & 0 & s_{\delta_{sd}} & -\frac{\ell_x}{2}c_{\delta_{sd}} \\ 0 & -1 & 0 & \frac{\ell_y}{2} \\ s_{\delta_{sd}} & 0 & c_{\delta_{sd}} & \frac{\ell_x}{2}s_{\delta_{sd}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.3}
$$

3.1.3 Paramétrage des pattes

Les pattes correspondent à un assemblage de solides, articulés entre eux, reliant les roues à la plateforme. Chaque patte, indépendante des autres, est assimilée à une chaîne cinématique ouverte de type série au même titre que la plupart des robots manipulateurs auxquels elle emprunte, d'ailleurs, le formalisme classique de modélisation. Chacune de ces chaînes comporte m–1 liaisons actives de classe $\mathcal{C}_1$ auxquelles sont associées un paramètre de position articulaire (linéaire ou angulaire). Le vecteur des paramètres de configurations associé au sous-ensemble « patte » est le vecteur $\mathbf{q}_i$ de dimension $[(m-1)\times 1]$. Le paramétrage de ce sous-ensemble est défini entre les points P_i et A_i qui correspondent respectivement aux points d'attache des pattes à la plateforme et à ceux de l'extrémité de ces dernières.

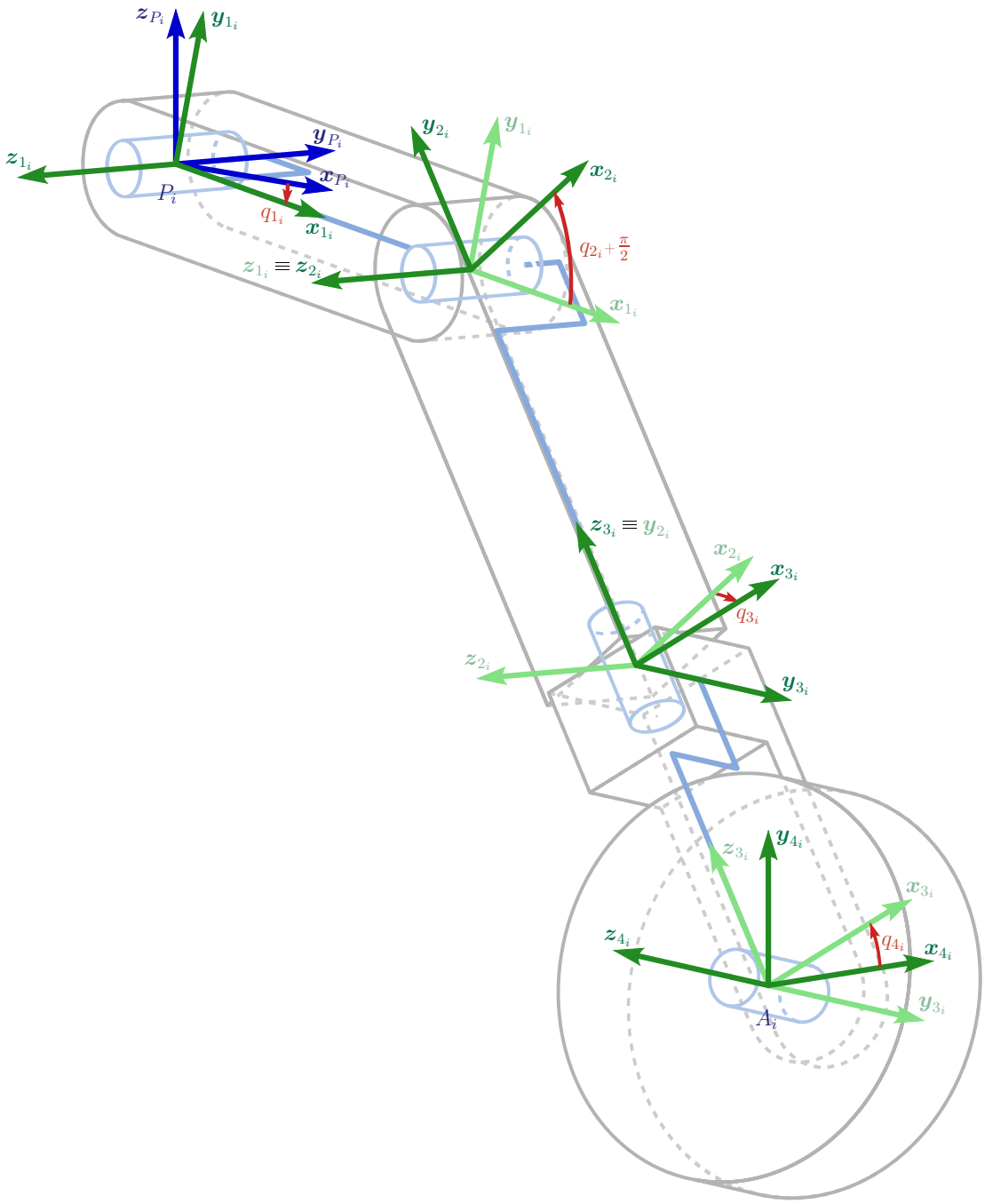


FIG. 3.6 – Paramétrage d'un ensemble « roue-patte » du robot *HyLoS II*

Chacune des quatre pattes du robot *HyLoS II* est composée de trois liaisons actives dont la chaîne cinématique est illustrée à la figure 3.6. Les deux premières liaisons servent à actionner la patte et la dernière assure le changement de direction. Le paramétrage de DHKK associé à la $i^{\text{ème}}$ patte du *HyLoS II*, dont les paramètres sont résumés dans le tableau 3.2, conduit à l'écriture des matrices de transformations homogènes ${}^{P_i}\mathbf{T}_{1_i}$, ${}^{1_i}\mathbf{T}_{2_i}$ et ${}^{2_i}\mathbf{T}_{3_i}$ présentées ci-après aux équations (3.4) à (3.6). Comme prévu par le paramétrage de la plateforme, elles sont identiques pour chacune des pattes ce qui simplifie substantiellement le paramétrage global du robot.

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1_i	0	$\frac{\pi}{2}$	0	q_{1_i}	0
2_i	0	0	ℓ_1	$q_{2_i}+\frac{\pi}{2}$	0
3_i	0	$-\frac{\pi}{2}$	0	q_{3_i}	$-\ell_2$

TAB. 3.2 – Paramètres DHKK pour la $i^{\text{ème}}$ patte du robot *HyLoS II* (Figure 3.6)

$$
{}^{P_i}\mathbf{T}_{1_i} = \begin{pmatrix} c_{q_{1_i}} & -s_{q_{1_i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_{q_{1_i}} & c_{q_{1_i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.4}
$$

$$
{}^{1_i}\mathbf{T}_{2_i} = \begin{pmatrix} -s_{q_{2_i}} & -c_{q_{2_i}} & 0 & \ell_1 \\ c_{q_{2_i}} & -s_{q_{2_i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.5}
$$

$$
{}^{2_i}\mathbf{T}_{3_i} = \begin{pmatrix} c_{q_{3_i}} & -s_{q_{3_i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\ell_2 \\ -s_{q_{3_i}} & -c_{q_{3_i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.6}
$$

La composition des matrices précédentes conduit à la matrice suivante, de laquelle est déduit le modèle géométrique direct d'une patte du *HyLoS II*.

$$
{}^{P_i}\mathbf{T}_{3_i} = \begin{pmatrix} -s_{(q_{1_i}+q_{2_i})}c_{q_{3_i}} & s_{(q_{1_i}+q_{2_i})}s_{q_{3_i}} & -c_{(q_{1_i}+q_{2_i})} & \ell_2 c_{(q_{1_i}+q_{2_i})} + \ell_1 c_{q_{1_i}} \\ s_{q_{3_i}} & c_{q_{3_i}} & 0 & 0 \\ c_{(q_{1_i}+q_{2_i})}c_{q_{3_i}} & -c_{(q_{1_i}+q_{2_i})}s_{q_{3_i}} & -s_{(q_{1_i}+q_{2_i})} & \ell_2 s_{(q_{1_i}+q_{2_i})} + \ell_1 s_{q_{1_i}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.7}
$$

3.1.4 Paramétrage des roues et du contact « roue-sol »

Les roues constituent l'organe effecteur du type de système étudié. Elles sont modélisées par un unique solide de forme cylindrique articulé en son centre A_i par une liaison pivot. Le repère $\mathcal{R}_{A_i} = (A_i, \boldsymbol{x}_{A_i}, \boldsymbol{y}_{A_i}, \boldsymbol{z}_{A_i})$ associé à cette liaison est défini tel que :

- le vecteur $\boldsymbol{y}_{A_i}$ est colinéaire à l'axe de rotation de la roue,
- le vecteur $\boldsymbol{z}_{A_i}$ est colinéaire à l'axe du dernier segment de la chaîne cinématique constituant la patte,
- le vecteur $\boldsymbol{x}_{A_i}$ vérifie la relation $\boldsymbol{x}_{A_i} = \boldsymbol{y}_{A_i} \wedge \boldsymbol{z}_{A_i}$.

Le repère $\mathcal{R}_{\omega_i} = (A_i, \boldsymbol{x}_{\omega_i}, \boldsymbol{y}_{\omega_i}, \boldsymbol{z}_{\omega_i})$ permet de repérer la position de la roue en rotation autour de l'axe $\boldsymbol{z}_{\omega_i}$, à l'aide de l'angle ν_i défini précédemment à la section 3.1.1.

La liaison « roue-sol » correspond à la liaison de fermeture de chaîne du système et en cela, elle est probablement la liaison la plus importante du système étudié. Dans le modèle proposé, le contact entre la roue et le sol est supposé ponctuel et permanent. Cinématiquement parlant, le contact « roue-sol », sous les hypothèses de frottements et de roulement sans glissement, est équivalent à une liaison de classe $\mathcal{C}_3$. Le contact « roue-sol » est à lui seul un vaste sujet de terra-mécanique qui n'est pas développé dans ce mémoire. Le repère $\mathcal{R}_{C_i} = (C_i, \boldsymbol{t}_i, \boldsymbol{l}_i, \boldsymbol{n}_i)$ associé à cette liaison est défini de telle sorte que le vecteur $\boldsymbol{n}_i$ correspond au vecteur normal à la surface du terrain au point de contact C_i, que $\boldsymbol{l}_i$ est le vecteur de direction latérale et que $\boldsymbol{t}_i$ est celui de la direction tangentielle – comme décrit à la figure 3.7.

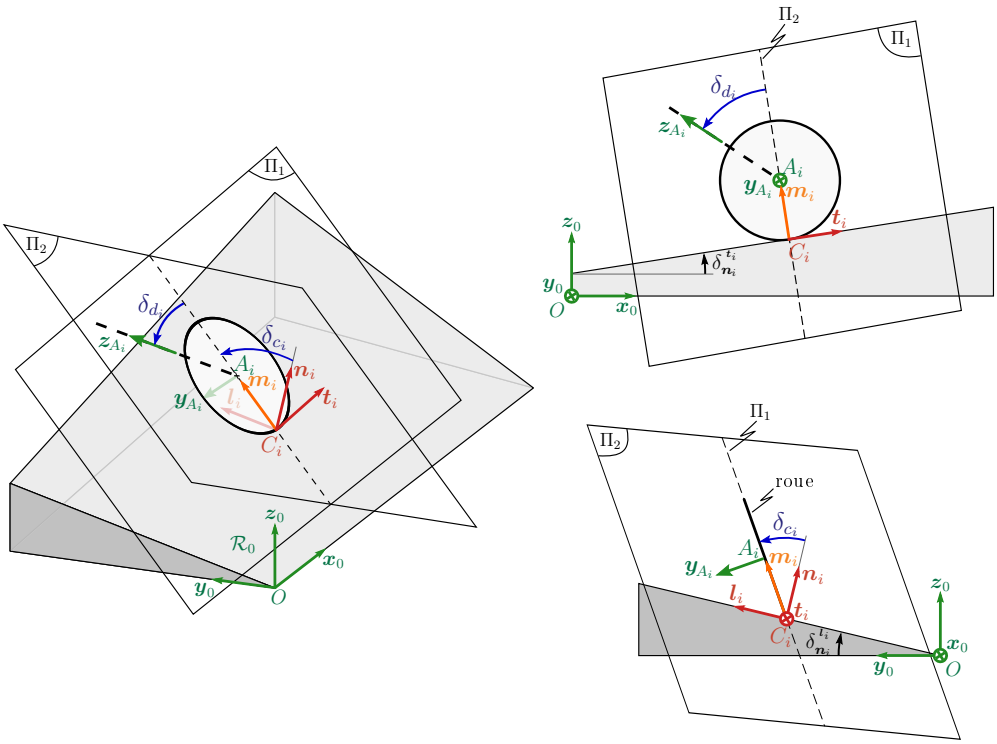


FIG. 3.7 – Paramétrage du contact « roue-sol »

La géométrie du contact, issue de l'empreinte de la roue sur le sol, peut prendre une forme assez complexe. Dans cette étude, seul le point d'application des efforts d'interaction est considéré. Ce point correspond au point de contact C_i entre la roue et le sol. Pour des raisons de simplification du modèle, ce point est supposé appartenir au plan médian de la roue (le plan Π_1 de la figure 3.7), ainsi qu'à son plan transversal (le plan Π_2 de la figure 3.7) : l'excentricité du point de contact C_i est donc négligée.
En fonction de la configuration de la patte et de l'inclinaison du terrain, la roue considérée fait des angles non nuls avec la normale au terrain. D'après la figure 3.7, son orientation par rapport au sol est définie par deux angles : l'angle de chasse, noté δ_{d_i} et l'angle de carrossage, désigné par δ_{c_i}. Compte-tenu de l'indépendance des pattes entre elles, ces angles sont spécifiques à chaque roue. Ils sont respectivement définis comme étant l'angle entre l'axe de la direction $\boldsymbol{z}_{A_i}$ et le plan transversal Π_2 et l'angle entre la normale au contact $\boldsymbol{n}_i$ et le plan médian Π_1.
Les entrées du paramétrage de la liaison « roue-sol » sont donc la normale $\boldsymbol{n}_i$ au terrain, qui donne l'information de l'inclinaison locale à la $i^{\text{ème}}$ roue du terrain, et le vecteur $\boldsymbol{y}_{A_i}$ qui retourne l'information sur l'orientation de la roue par rapport à la patte. Ainsi, le vecteur $\boldsymbol{t}_i$, colinéaire à la direction tangentielle de la roue, et le vecteur $\boldsymbol{m}_i$, colinéaire à la droite d'intersection du plan médian Π_1 et du plan transversal Π_2 de la roue, sont tels que :

$$\boldsymbol{t}_i = \frac{\boldsymbol{y}_{A_i} \wedge \boldsymbol{n}_i}{\left\| \boldsymbol{y}_{A_i} \wedge \boldsymbol{n}_i \right\|} \tag{3.8}$$

et

$$\boldsymbol{m}_i = \boldsymbol{t}_i \wedge \boldsymbol{y}_{A_i} \tag{3.9}$$

À partir de là, l'angle de chasse δ_{d_i} et l'angle de carrossage δ_{c_i} sont déterminés par les équations suivantes :

$$\delta_{d_i} = {}^{1}\text{sign}((\boldsymbol{m}_i \wedge \boldsymbol{z}_{A_i})^t \, \boldsymbol{l}_i) \arccos(\boldsymbol{m}_i{}^t \, \boldsymbol{z}_{A_i}) \tag{3.10}$$

$$\delta_{c_i} = \text{sign}((\boldsymbol{n}_i \wedge \boldsymbol{m}_i)^t \, \boldsymbol{t}_i) \arccos(\boldsymbol{m}_i{}^t \, \boldsymbol{n}_i) \tag{3.11}$$

De ce fait, la matrice ${}^{A_i}\mathbf{T}_{C_i}$ permettant d'écrire le passage du repère de contact $\mathcal{R}_{C_i}$ par rapport au repère d'extrémité de la patte $\mathcal{R}_{A_i}$ est détaillée à l'équation (3.12).

$$ {}^{A_i}\mathbf{T}_{C_i} = \begin{pmatrix} c_{\pm\delta_{d_i}} & s_{\pm\delta_{d_i}} \, s_{\pm\delta_{c_i}} & -\, s_{\pm\delta_{d_i}} \, c_{\pm\delta_{c_i}} & -\, r_R \, s_{\pm\delta_{d_i}} \\ 0 & c_{\pm\delta_{c_i}} & s_{\pm\delta_{c_i}} & 0 \\ s_{\pm\delta_{d_i}} & -\, c_{\pm\delta_{d_i}} \, s_{\pm\delta_{c_i}} & c_{\pm\delta_{d_i}} \, c_{\pm\delta_{c_i}} & r_R \, c_{\pm\delta_{d_i}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

Le vecteur normal au terrain $\boldsymbol{n}_i$, généralement déterminé par rapport au repère global $\mathcal{R}_0$, s'écrit donc :

$$\boldsymbol{n}_i = \begin{pmatrix} s_{\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{t}_i}} \, c_{\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{l}_i}} \\ -\, s_{\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{l}_i}} \\ c_{\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{t}_i}} \, c_{\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{l}_i}} \end{pmatrix}_{/\mathcal{R}_0} \tag{3.13}$$

[1] La fonction *sign* évalue le signe de l'expression placée en argument et retourne le chiffre « 1 » dans le cas où celle-ci est positive et le chiffre « –1 » dans le cas où elle est négative.

où $\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{t}_i}$ et $\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{l}_i}$ désignent respectivement les angles issus de la projection de la normale au contact dans le repère global, tels qu'ils sont représentés à la figure 3.7.

Enfin, compte-tenu de la simplification qui consiste à négliger l'excentricité du centre du contact « roue-sol » et de son paramétrage fixé précédemment, la distance du centre de la roue au point de contact s'écrit :

$$\overrightarrow{C_iA_i} = r_R\,\boldsymbol{m}_i \tag{3.14}$$

où r_R représente le rayon de la roue.

L'application de ce paramétrage général des roues et du contact « roue-sol » d'un système mobile à roues au cas particulier du robot *HyLoS II* fait qu'il y a une équivalence entre les repères $\mathcal{R}_{A_i}$ et $\mathcal{R}_{3_i}$, et les repères $\mathcal{R}_{\omega_i}$ et $\mathcal{R}_{4_i}$, comme cela est illustré à la figure 3.6.

3.1.5 Vérification/Validation

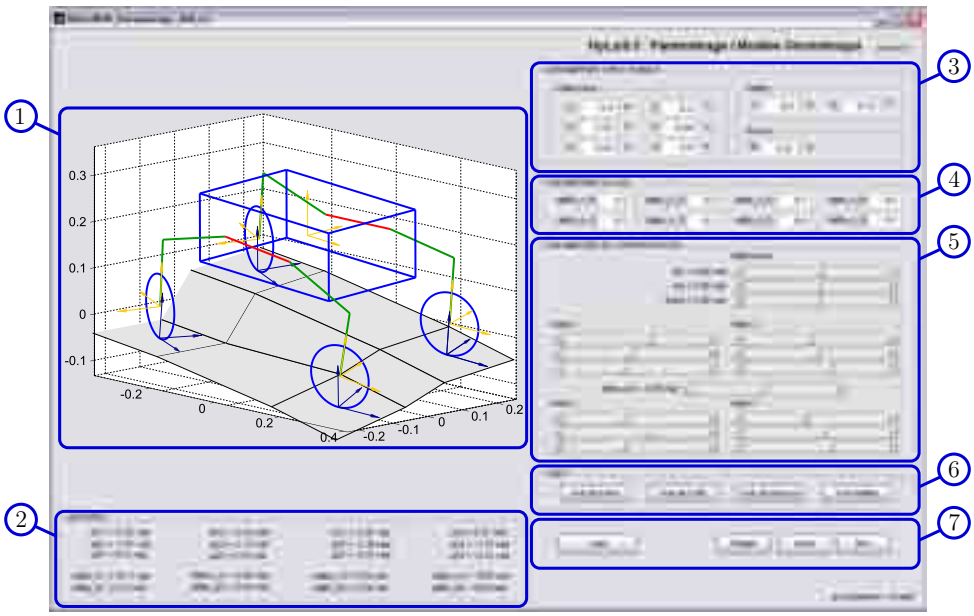


FIG. 3.8 – Interface de validation du paramétrage appliqué au robot *HyLoS II*

Pour valider le paramétrage établi dans cette section et le modèle géométrique qui en découle, celui-ci a été implémenté dans un premier temps sous le logiciel de calcul numérique Matlab™. Une interface donnant un rendu visuel de la configuration du robot *HyLoS II* a ensuite été développée avec ce logiciel pour permettre d'apprécier plus aisément les résultats issus du paramétrage et du calcul du modèle géométrique. Cette interface propose de régler les différents paramètres et variables nécessaires à la résolution du modèle géométrique du robot. Elle est organisée en plusieurs zones (cf. Figure 3.8).

– Les zones ③ à ⑤ permettent de définir les paramètres structurels du robot (zone ③), l'inclinaison du terrain relative à chaque roue (zone ④) ainsi que l'orientation de la

plateforme, la variation d'angle du système différentiel et les variables articulaires de chaque ensemble « roue-patte » (zone ⑤).

- La zone ① propose un rendu 3D de la configuration du robot avec le terrain déterminé, le tout en projection dans le repère global $\mathcal{R}_0$.
- La zone ② affiche la valeur des paramètres articulaires définis dans la zone ⑤, ainsi que la valeur des angles de chasse δ_{d_i} et de carrossage δ_{c_i} relatifs à chaque roue et calculés par le modèle.
- Les zones ⑥ et ⑦ se rapportent à l'affichage de la zone de rendu graphique. La première de celles-ci permet d'accéder à des vues prédéfinies, tandis que la seconde sert à rafraîchir l'affichage et à en modifier son point de vue (Orientation, Zoom, Déplacement).

3.2 Modèle cinématique

La cinématique a pour objectif de décrire les mouvements d'un système dans un environnement donné. Les équations du modèle qui en résultent permettent alors de traduire les relations de ces mouvements entre tous les corps constituant le système.
Les robots mobiles hybrides tout-terrains se classent parmi la catégorie des systèmes redondants à chaînes parallèles pour lesquels la fermeture de ces chaînes est assurée par les liaisons de contact « roue-sol » – chaînes cinématiques correspondant aux sous-ensembles « roue-patte » décrits précédemment à la section 3.1.1.

3.2.1 Contrainte cinématique du contact « roue-sol »

Le modèle cinématique complet du robot est établi d'après les lois de composition du mouvement des différents éléments du système étudié auquel sont adjointes les équations de contrainte traduisant le contact « roue-sol » [Campion 96]. Cette dernière passe par l'écriture de la vitesse de glissement de la liaison « roue-sol » détaillée à la section 3.1.4.

Dans le cas des robots mobiles hybrides tout-terrains, tels qu'ils sont décrits au début de ce chapitre, les roues peuvent avoir un mouvement propre par rapport à la plateforme. La contrainte cinématique issue du contact « roue-sol » se décompose de manière générale de la façon suivante :

$$\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_0)} = \boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_{A_i})} + \boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)} + \boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \tag{3.15}$$

La définition de chaque terme est précisée ci-après et leur expression fait l'objet d'un développement dans les sections qui suivent.

- $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_0)}$ correspond à la vitesse de glissement de la roue par rapport au sol. Elle résulte de la différence entre la vitesse de déplacement de la roue par rapport au sol et la vitesse de circonférence de la roue au point de contact C_i,

- $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_{A_i})}$ traduit la vitesse de circonférence de la roue au point de contact C_i par rapport à la patte,
- $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}$ donne la vitesse du point de contact C_i dans le mouvement de la patte par rapport à la plateforme,
- $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$ est la contribution du mouvement de la plateforme à la vitesse du point de contact C_i.

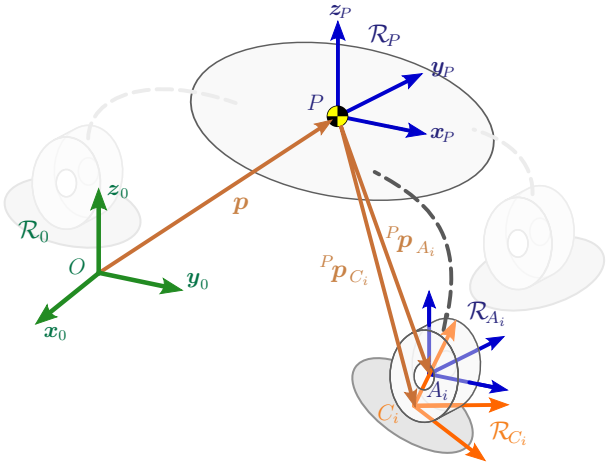


FIG. 3.9 – Composition des vitesses pour le modèle cinématique général

3.2.2 Cinématique de la plateforme

L'évaluation de la contribution du mouvement de la plateforme à la vitesse du point de contact C_i nécessaire à la résolution de l'équation (3.15) requiert de se pencher sur les équations de mouvement de la plateforme. Celle-ci est établie de la façon suivante :

$$\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \;=\; \boldsymbol{v}_{(P,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \;+\; \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \wedge {}^P\boldsymbol{p}_{C_i} \tag{3.16}$$

Une fois projetée dans le repère de plateforme $\mathcal{R}_P$, cette équation devient :

$${}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \;=\; {}^0\mathbf{A}_P^t\, {}^0\boldsymbol{v}_{(P,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \;-\; {}^P\widetilde{\boldsymbol{p}}_{C_i}\, {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, {}^0\boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \tag{3.17}$$

où ${}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$ et ${}^0\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$ représentent la vitesse du point de contact C_i dans le mouvement de la plateforme par rapport à $\mathcal{R}_0$ projetée respectivement dans $\mathcal{R}_P$ et dans $\mathcal{R}_0$, ${}^0\boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$ correspond à la vitesse de rotation de la plateforme par rapport à $\mathcal{R}_0$ et exprimée dans $\mathcal{R}_0$. ${}^0\mathbf{A}_P$ est la matrice d'orientation de la plateforme par rapport au repère $\mathcal{R}_0$ établie dans la section 3.1.2. Enfin ${}^P\boldsymbol{p}_{C_i}$ désigne le vecteur position du point de contact C_i exprimé dans le repère de plateforme $\mathcal{R}_P$ et ${}^P\widetilde{\boldsymbol{p}}_{C_i}$ représente la matrice du pré-produit vectoriel[2] de ce même vecteur.

[2]La matrice de pré-produit vectoriel permet d'écrire le produit vectoriel entre deux vecteurs $\boldsymbol{a}$ et $\boldsymbol{b}$ sous une forme matricielle par construction d'une matrice antisymétrique $\widetilde{\boldsymbol{a}}$. Ainsi pour $\boldsymbol{a} = (a_x, a_y, a_z)^t$, on a :

$$\boldsymbol{a} \wedge \boldsymbol{b} = \widetilde{\boldsymbol{a}}\,\boldsymbol{b} \qquad \text{avec} \quad \widetilde{\boldsymbol{a}} = \begin{pmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

Le vecteur ${}^{P}\boldsymbol{p}_{C_i}$ dépend de la configuration de la $i^{\text{ème}}$ patte et de la normale au contact associé, soit ${}^{P}\boldsymbol{p}_{C_i}(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{n}_i)$. Il est issu du modèle géométrique d'une chaîne « roue-patte » (cf. Figure 3.6) qui découle directement de la composition des matrices de transformations homogènes établies précédemment.

$$ {}^{P}\boldsymbol{p}_{C_i} \;=\; \overrightarrow{PC_i} \;=\; \overrightarrow{PA_i} \;+\; \overrightarrow{A_iC_i} \;=\; {}^{P}\boldsymbol{p}_{A_i} \;-\; r_R\,\boldsymbol{m}_i \tag{3.19} $$

L'équation (3.20) donne la relation entre le vecteur $\left(\boldsymbol{v}_{(P,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}, \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}\right)^t$ équivalent au torseur cinématique exprimant les vitesses de la plateforme en son centre de gravité P par rapport au repère global $\mathcal{R}_0$ et le vecteur $\dot{\mathbf{x}}$ correspondant à la dérivée temporelle du vecteur de configuration de la plateforme établi d'après le paramétrage du système de la section 3.1.1. Il est rappelé que $\mathbf{x} = (\boldsymbol{p}^t\ \boldsymbol{\phi}^t)^t$.

$$ \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}_{(P,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \\ \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \end{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \tag{3.20} $$

La matrice de découplage $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}(\boldsymbol{\phi})$ traduit la relation entre $\boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$, le vecteur de vitesse de rotation du repère de plateforme $\mathcal{R}_P$ par rapport au repère global $\mathcal{R}_0$ et $\dot{\boldsymbol{\phi}}$, la dérivée temporelle du vecteur d'orientation de la plateforme. La section C.3 en annexe présente les détails de calculs permettant d'obtenir l'expression de cette matrice.

$$ \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\theta & 0 \\ s_\theta c_\psi & c_\theta & 0 \\ -s_\psi & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.21} $$

L'équation (3.17) mise sous forme matricielle associée à l'équation (3.20) conduit à la relation suivante, traduisant la contribution des mouvements de la plateforme aux vitesses du point de contact C_i projetée dans le repère $\mathcal{R}_P$ associé à la plateforme en fonction de son vecteur de configuration $\mathbf{x}$:

$$ {}^{P}\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \;=\; \mathbf{L}_i\ \dot{\mathbf{x}} \tag{3.22} $$

avec $\quad \mathbf{L}_i \;=\; \left({}^{0}\mathbf{A}_P{}^{t} \quad -{}^{P}\widetilde{\boldsymbol{p}}_{C_i}\,{}^{0}\mathbf{A}_P{}^{t}\ \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \right)$

$\mathbf{L}_i$ est une matrice, dite *matrice de locomotion*, de dimension [3×6] associée à la $i^{\text{ème}}$ patte du système. Elle regroupe les termes du mouvement de la plateforme du véhicule contribuant au déplacement de la $i^{\text{ème}}$ roue. Sa forme est tout à fait générale et seul le vecteur de position du point de contact C_i par rapport à la plateforme ${}^{P}\boldsymbol{p}_{C_i}$ dépend de la cinématique propre du système étudié.

3.2.3 Cinématique de l'ensemble « roue-patte »

Les termes $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}$ et $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_{A_i})}$ rendent compte de la cinématique de l'ensemble « roue-patte » du robot mobile hybride.

La vitesse du point de contact C_i dans le mouvement de la patte par rapport à la plateforme et projetée dans le repère de plateforme $\mathcal{R}_P$ est notée ${}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}$. Elle est obtenue en écrivant le modèle cinématique d'une patte, ce qui conduit à l'équation (3.23) où $\mathbf{J}_{p_i}$ désigne la jacobienne de la $i^{\text{ème}}$ patte :

$$ {}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)} = \mathbf{J}_{p_i}(\delta_{sd}, \mathbf{q}_i)\,\dot{\mathbf{q}}_i \tag{3.23} $$

avec $\quad \mathbf{J}_{p_i} = \dfrac{\partial\, {}^P\boldsymbol{p}_{C_i}}{\partial\, \mathbf{q}_i}$

Dans le cas général, la dimension de la jacobienne de la patte est de $[3\times(m-1)]$ où $m-1$ correspond au nombre d'articulations dont est constituée une patte du système ; la $m^{\text{ième}}$ articulation étant réservée à la rotation propre de la roue par rapport à la patte dont la vitesse est explicitée à l'équation (3.25).

Dans le cas particulier du robot *HyLoS II*, la jacobienne d'une patte exprimant le mouvement relatif de la roue par rapport à la plateforme est de dimension $[3\times3]$ et prend la forme suivante :

$$ \mathbf{J}_{p_i} = \begin{pmatrix} {J_{p_i}}^{11} & {J_{p_i}}^{12} & {J_{p_i}}^{13} \\ 0 & 0 & -\,c_{q_{3_i}}\, s_{\delta_{d_i}}\, r_R \\ {J_{p_i}}^{31} & {J_{p_i}}^{32} & {J_{p_i}}^{33} \end{pmatrix} \tag{3.24} $$

avec

$$ \begin{aligned}
{J_{p_i}}^{11} &= \left[s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})} c_{\delta_{d_i}} + \tfrac{1}{2}\left(c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} + c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} \right] r_R \;-\; \ldots \\
&\qquad \ldots\; s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})}\ell_2 \;-\; s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i})}\ell_1 \\
{J_{p_i}}^{31} &= \left[-c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})} c_{\delta_{d_i}} + \tfrac{1}{2}\left(s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} + s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} \right] r_R \;+\; \ldots \\
&\qquad \ldots\; c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})}\ell_2 \;+\; c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i})}\ell_1 \\
{J_{p_i}}^{12} &= \left[s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})} c_{\delta_{d_i}} + \tfrac{1}{2}\left(c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} + c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} \right] r_R \;-\; \ldots \\
&\qquad \ldots\; s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})}\ell_2 \\
{J_{p_i}}^{32} &= \left[-c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})} c_{\delta_{d_i}} + \tfrac{1}{2}\left(s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} + s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} \right] r_R \;+\; \ldots \\
&\qquad \ldots\; c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i})}\ell_2 \\
{J_{p_i}}^{13} &= \tfrac{1}{2}\left(c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} - c_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} r_R \\
{J_{p_i}}^{33} &= \tfrac{1}{2}\left(s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}+q_{3_i})} - s_{(\pm\delta_{sd}+q_{1_i}+q_{2_i}-q_{3_i})} \right) s_{\delta_{d_i}} r_R
\end{aligned} $$

Les changements de signe dans les éléments de cette matrice, et notamment ceux de la variable δ_{sd}, dépendent de la position de la patte considérée par rapport au repère de

plateforme. Ceux-ci sont traduits par les matrices de transformation homogènes exprimées à l'équation (3.3). Les éléments nuls de la jacobienne traduisent le fait que les pattes du robot *HyLoS II* se déplacent dans le plan sagittal du véhicule.

Enfin pour ce qui est de la roue, le terme $\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_{A_i})}$ traduisant la vitesse de circonférence de la roue au point de contact C_i par rapport à la patte projetée dans le repère de contact $\mathcal{R}_{C_i}$ s'écrit :

$$ {}^{C_i}\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_{A_i})} = \begin{pmatrix} -\,r_R\,\omega_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{/\mathcal{R}_{C_i}} \tag{3.25} $$

avec ω_i, la vitesse de rotation de la roue par rapport à la patte.

Sur le robot *HyLoS II*, cette vitesse de rotation est telle que $\omega_i = \dot{q_{4_i}}$.

3.2.4 Cinématique de l'ensemble du système

En regroupant les différentes équations cinématiques établies précédemment et compte-tenu de la relation de fermeture de chaîne exprimée par l'équation (3.15) due à la contrainte cinématique du système, le modèle cinématique de l'ensemble du système est obtenu. Le système d'équations (3.27) résultant de l'assemblage des équations de contraintes de chaque ensemble « roue-patte » projetées dans le repère local de contact, exprimées par la relation (3.26), constitue une formulation générale du modèle cinématique de l'ensemble du robot.

$$ {}^{P}\mathbf{A}_{C_i}{}^{t}\,\mathbf{L}_i\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; {}^{P}\mathbf{A}_{C_i}{}^{t}\,\mathbf{J}_{p_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i \;-\; r_R\,\omega_i\,\boldsymbol{t}_i \;=\; {}^{C_i}\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_0)} \tag{3.26} $$

$$ \mathbf{L}(\boldsymbol{\phi},\mathbf{q},\boldsymbol{n}_i)\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; \mathbf{J}(\mathbf{q},\boldsymbol{n}_i)\,\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{v}_{\text{glissement}} \tag{3.27} $$

avec

$$ \boldsymbol{v}_{\text{glissement}} = \begin{pmatrix} {}^{C_1}\boldsymbol{v}_{(C_1,\mathcal{R}_{\omega_1}/\mathcal{R}_0)}{}^{t} & \cdots & {}^{C_i}\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{\omega_i}/\mathcal{R}_0)}{}^{t} & \cdots & {}^{C_n}\boldsymbol{v}_{(C_n,\mathcal{R}_{\omega_n}/\mathcal{R}_0)}{}^{t} \end{pmatrix}^{t}_{[3n\times 1]} $$

$$ \mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 & & & & \\ & \ddots & & \mathbf{0} & \\ & & \mathbf{J}_i & & \\ & \mathbf{0} & & \ddots & \\ & & & & \mathbf{J}_n \end{pmatrix}_{[3n\times nm]} \qquad \text{avec} \quad \mathbf{J}_i = \left({}^{P}\mathbf{A}_{C_i}{}^{t}\,\mathbf{J}_{p_i} \quad \begin{pmatrix} -\,r_R \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)_{[3\times m]} $$

$$ \mathbf{L} = \begin{pmatrix} {}^{P}\mathbf{A}_{C_1}{}^{t}\,\mathbf{L}_1 \\ \vdots \\ {}^{P}\mathbf{A}_{C_i}{}^{t}\,\mathbf{L}_i \\ \vdots \\ {}^{P}\mathbf{A}_{C_n}{}^{t}\,\mathbf{L}_n \end{pmatrix}_{[3n\times 6]} \qquad \text{avec} \quad \mathbf{L}_i = \left({}^{0}\mathbf{A}_{P}{}^{t} \quad -\,{}^{P}\widetilde{\boldsymbol{p}}_{C_i}\,{}^{0}\mathbf{A}_{P}{}^{t}\,\mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \right)_{[3\times 6]} $$

et

$$ \dot{\mathbf{q}} \;=\; \left(\dot{\mathbf{q}}_1{}^{t}\,\omega_1 \;\cdots\; \dot{\mathbf{q}}_i{}^{t}\,\omega_i \;\cdots\; \dot{\mathbf{q}}_n{}^{t}\,\omega_n \right)^{t}_{[nm\times 1]} \qquad \dot{\mathbf{x}} \;=\; \left(\dot{\boldsymbol{p}}^{t}\;\dot{\boldsymbol{\phi}}^{t} \right)^{t}_{[6\times 1]} $$

Le vecteur $\mathbf{q}$ regroupe l'ensemble des variables articulaires du système étudié. Cette forme permet de simplifier l'écriture du système présenté à l'équation (3.27). Pour cette formulation générale de la cinématique du système considéré, il est supposé que chaque ensemble des n « roue-patte » est constitué du même nombre m de *ddl*.

3.3 Modèle dynamique

Le modèle dynamique d'un système a pour objet d'exprimer les relations entre le torseur des efforts généralisés appliqués aux actionneurs du système et ses positions, vitesses et accélérations articulaires, et celui des efforts extérieurs qu'il exerce sur son environnement. L'étude de la dynamique d'un système est un problème qui, bien que classique, voit sa difficulté croître rapidement avec la complexité et le nombre de liaisons du système étudié. À ce titre, il est légitime de s'interroger sur l'intérêt et les bénéfices retirés d'un tel modèle. L'utilité du modèle dynamique peut intervenir à plusieurs niveaux. Du point de vue de la commande, celui-ci peut permettre de mieux maîtriser les effets dynamiques qui interviennent. L'analyse des forces en présence peut également conduire à identifier les paramètres inertiels, aider à la compréhension des phénomènes et déterminer les termes prépondérants.
Dans le cadre de cette étude, compte-tenu notamment de la répartition des masses du robot, de sa vitesse de déplacement et des vitesses de reconfiguration de ses membres, il semble, à première vue, que les termes prépondérants de la dynamique du robot soient dus aux effets inertiels de la plateforme du robot. Ainsi l'établissement du modèle dynamique complet du système ne semble pas nécessaire et le travail se limitera dans un premier temps à déterminer les termes de la matrice d'inertie du système.

3.3.1 Formalisme de Lagrange

Le formalisme de Lagrange, présenté dans cette étude, est l'un des plus couramment utilisés pour établir ce modèle. Il sert à décrire les équations de mouvements en termes de travail et d'énergie du système.
Habituellement, ce modèle s'écrit en fonction du vecteur des variables articulaires $\mathbf{q}$ et de ses dérivées successives. Dans le cas des robots mobiles, le vecteur de variables opérationnelles $\mathbf{x}$, décrivant la position et l'orientation de la plateforme, doit également être pris en considération pour bien tenir compte de tous les mouvements du système par rapport à son environnement. L'ensemble des paramètres généralisés considérés est ainsi défini par la matrice colonne $\mathbf{s}$.

$$\mathbf{s} = \left(\mathbf{x}^t \ \mathbf{q}^t\right)^t_{[(6+nm)\times 1]} \tag{3.28}$$

Ces paramètres sont reliés par des équations de contraintes du système qui sont directement issues du modèle cinématique établi à l'équation (3.27).

$$\mathbf{H}(\mathbf{s})\,\dot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{v}_{\text{glissement}} \tag{3.29}$$

où $\mathbf{H} = (\mathbf{L}\ \mathbf{J})$ correspond donc à la concaténation des matrices de locomotion $\mathbf{L}$ et jacobienne $\mathbf{J}$ du robot. D'après le formalisme développé jusqu'à présent, la dimension de $\mathbf{H}$ est $[3n\times(6+nm)]$.

Pour chaque corps S_k composant le système étudié, la vitesse de son centre de gravité $\dot{\boldsymbol{p}}_k$ et la vitesse angulaire projetée dans une base de ce corps $\boldsymbol{\omega}_k$, toutes deux exprimées par rapport à un repère galiléen, sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{p}}_k &= \mathbf{J}_{t_k}(\mathbf{s})\,\dot{\mathbf{s}} \\ \boldsymbol{\omega}_k &= \mathbf{J}_{r_k}(\mathbf{s})\,\dot{\mathbf{s}} \end{aligned} \tag{3.30}$$

où $\mathbf{J}_{t_k}$ et $\mathbf{J}_{r_k}$ représentent respectivement les jacobiennes de translation et de rotation du corps S_k considéré.

En considérant le cas idéal d'un système constitué de corps rigides reliés par des articulations parfaites (sans dissipation, sans jeu et sans flexibilité), soumis à aucune autre force extérieure que la gravité, et intégrant les contraintes cinématiques résultant des contacts « roue-sol », l'équation générale de la dynamique de ce système associée au paramètre généralisé s_i s'écrit sous la forme classique suivante :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{s}_i}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial s_i} = Q_i + \sum_{j=1}^{3n} H_{ji}\,\lambda_j \qquad i = \{1,\ldots,6{+}nm\} \tag{3.31}$$

avec

- s_i est le $i^{\text{ème}}$ paramètre de $\mathbf{s}$,
- $\mathcal{L} = T - U$ correspond au Lagrangien où T et U désigne respectivement l'énergie cinétique totale et l'énergie potentielle totale du système,
- Q_i est le $i^{\text{ème}}$ terme des efforts généralisés $\mathbf{Q}$ associé au paramètre s_i des actions extérieures autres que ceux dérivant de U,
- Les contraintes cinématiques dues aux contacts « roue-sol » sont appliquées à travers le produit $H_{ji}\,\lambda_j$ où λ_j est le $j^{\text{ème}}$ terme des multiplicateurs de Lagrange et H_{ji} est un élément de la matrice $\mathbf{H}$, explicitée précédemment qui rend compte de la cinématique du robot considéré.

L'ensemble des relations (3.31) constitue un système de $(6{+}nm)$ équations différentielles du second ordre couplées et non linéaires qui peut se résumer, sous forme matricielle, par la relation suivante.

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\,\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{N}(\mathbf{s},\dot{\mathbf{s}})\,\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{G}(\mathbf{s}) = \mathbf{Q} + \mathbf{H}^t(\mathbf{s})\,\boldsymbol{\lambda} \tag{3.32}$$

avec

- $\mathbf{M}(\mathbf{s})$, la matrice d'inertie du système. Elle est de dimension $[(6{+}nm){\times}(6{+}nm)]$ et est déterminée à partir de la matrice des masses $\mathbf{m}_k$ et la matrice d'inertie $\mathbb{I}_k$ et des jacobiennes de translation et de rotation définies par la relation (3.30) du corps S_k associé,

$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \sum_k \left(\mathbf{J}_{t_k}{}^t\,\mathbf{m}_k\,\mathbf{J}_{t_k} + \mathbf{J}_{r_k}{}^t\,\mathbb{I}_k\,\mathbf{J}_{r_k}\right) \tag{3.33}$$

- $\mathbf{N}(\mathbf{s},\dot{\mathbf{s}})$, la matrice des efforts généralisés regroupant les effets centrifuges et de Coriolis. Elle est de même dimension que $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ et son expression mathématique vaut :

$$\mathbf{N}(\mathbf{s},\dot{\mathbf{s}}) = \sum_k \left(\mathbf{J}_{t_k}{}^t\,\mathbf{m}_k\,\dot{\mathbf{J}}_{t_k} + \mathbf{J}_{r_k}{}^t\,\mathbb{I}_k\,\dot{\mathbf{J}}_{r_k} - \mathbf{J}_{r_k}{}^t\,(\widetilde{\mathbb{I}_k\mathbf{J}_{r_k}\dot{\mathbf{s}}})\,\mathbf{J}_{r_k}\right) \tag{3.34}$$

- $\mathbf{G}(\mathbf{s})$, le vecteur des efforts généralisés relatifs à la gravité. Il est de dimension $[(6+nm)\times 1]$ et est défini par l'expression suivante,

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \left(\frac{\partial U}{\partial s_1}, \ldots, \frac{\partial U}{\partial s_{(6+nm)}}\right)^t \tag{3.35}$$

- $\mathbf{Q}(\mathbf{s})$, le vecteur de dimension $[(6+nm)\times 1]$ des efforts généralisés des actionneurs.

$$\mathbf{Q}(\mathbf{s}) = \left(\mathbf{Q_x}^t \ \mathbf{Q_q}^t\right)^t \tag{3.36}$$

avec $\mathbf{Q_x} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{Q_q} = \{Q_i\}$ où $Q_i = \begin{cases} \tau_i & \text{pour un actionneur rotoïde} \\ f_i & \text{pour un actionneur linéaire} \end{cases}$

Considérant le cas du robot *HyLoS II* où tous les actionneurs sont des pivots, seuls des couples actionneurs $\boldsymbol{\tau}$ sont à considérer. L'expression des efforts généralisés des actionneurs est donc réduit à :

$$\mathbf{Q}(\mathbf{s}) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

- Le vecteur des multiplicateurs de Lagrange $\boldsymbol{\lambda}$ traduit, en combinaison avec $\mathbf{H}(\mathbf{s})$, les contraintes cinématiques des contacts. Chacun des termes de ce vecteur de dimension $[3n\times 1]$ correspond à une des composantes des forces de contacts ordonnées comme suit :

$$\boldsymbol{\lambda} = \left(\boldsymbol{f}_1^t, \ldots, \boldsymbol{f}_n^t\right)^t \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{f}_i = \begin{pmatrix} f_{\boldsymbol{t}_i} \\ f_{\boldsymbol{l}_i} \\ f_{\boldsymbol{n}_i} \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

3.3.2 Application au robot *HyLoS II*

L'application de ce modèle dynamique au robot *HyLoS II* consiste à établir les vitesses de translation et de rotation de chaque corps du robot conformément aux équations de la relation (3.30) pour déterminer les jacobiennes $\mathbf{J}_{t_k}$ et $\mathbf{J}_{r_k}$ associées.

3.3.2.1 Vitesses de la plateforme (corps S_0)

Les vitesses de la plateforme ont déjà été présentées précédemment à l'équation (3.20) lors de l'étude du modèle cinématique du robot. Elles sont à nouveau données en adoptant le formalisme proposé dans cette section.

La vitesse du centre de gravité P de la plateforme par rapport au sol et exprimée dans la base associée au sol est donnée par la relation (3.39). Il est à noter toutefois que ce vecteur peut être exprimé dans n'importe quelle base du système.

$$\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_{(P,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}_{/\mathcal{R}_0} = \mathbf{J}_{t_0}\,\dot{\mathbf{s}} \tag{3.39}$$

avec

$$\mathbf{J}_{t_0} = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} \end{pmatrix}$$

La vitesse de rotation de la plateforme par rapport au sol et exprimée dans la base de la plateforme – ce vecteur devant être écrit dans la même base que celle dans laquelle est exprimé le tenseur d'inertie $\mathbb{I}_0$ de la plateforme, par lequel il est multiplié par la suite – est donnée par la relation (3.40). Elle est ici projetée dans le repère $\mathcal{R}_P$. La matrice de découplage $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}$ est celle qui a déjà été définie précédemment à la relation (3.21).

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} &= {}^0\mathbf{A}_P{}^t \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\theta & 0 \\ s_\theta c_\psi & c_\theta & 0 \\ -s_\psi & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \\ &= {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}\, \dot{\boldsymbol{\phi}} \\ &= \mathbf{J}_{r_0}\, \dot{\mathbf{s}} \end{aligned} \tag{3.40}$$

avec

$$\mathbf{J}_{r_0} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} & \mathbf{0}_{3\times4} \end{pmatrix}$$

3.3.2.2 Vitesses des autres solides constituant le robot (corps S_k, pour $k \neq 0$)

Les vitesses des corps S_k, avec $k \neq 0$ (tout solide autre que la plateforme) composant le robot *HyLoS II* sont déterminées de façon générique de la manière suivante.

La vitesse du centre de gravité G_k du corps S_k par rapport au sol référencé par le repère $\mathcal{R}_0$ et exprimée dans la base de la plateforme associée au repère $\mathcal{R}_P$ – bien que l'expression de ce vecteur puisse être exprimée dans n'importe quelle base – est proposée à la relation (3.41) :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_{G_k} &= \boldsymbol{v}_{(G_k,S_k/\mathcal{R}_0)} \\ &= \boldsymbol{v}_{(G_k,S_k/\mathcal{R}_P)} + \boldsymbol{v}_{(G_k,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \\ &= \boldsymbol{v}_{(G_k,S_k/\mathcal{R}_P)} + \boldsymbol{v}_{(G_0,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} + \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \wedge {}^P\boldsymbol{p}_{G_k} \\ &= \begin{pmatrix} {}^{O_1}\widetilde{\boldsymbol{p}}_{G_k}\, \boldsymbol{\sigma}_1 & \cdots & {}^{O_k}\widetilde{\boldsymbol{p}}_{G_k}\, \boldsymbol{\sigma}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_k \end{pmatrix} + {}^0\mathbf{A}_P{}^t \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} - {}^P\widetilde{\boldsymbol{p}}_{G_k}\, {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \\ &= {}^P\mathbf{J}_{t\,G_k} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_k \end{pmatrix} + {}^0\mathbf{A}_P{}^t \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} - {}^P\widetilde{\boldsymbol{p}}_{G_k}\, {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{J}_{t_k}\, \dot{\mathbf{s}} \end{aligned} \tag{3.41}$$

où ${}^{O_i}\widetilde{\boldsymbol{p}}_{G_k}$ représente la matrice de pré-produit vectoriel du vecteur reliant le centre de chaque liaison O_i au centre de gravité G_k du corps S_k considéré et $\boldsymbol{\sigma}_i$, le vecteur indiquant la direction de l'axe de la liaison considérée. Les autres termes sont des éléments qui ont déjà été explicités précédemment.

La vitesse de rotation du corps S_k par rapport au sol, exprimée dans la base associée au repère $\mathcal{R}_{S_k}$ du corps S_k considéré, est donnée par la relation (3.42), ce vecteur devant être exprimé dans la même base que celle dans laquelle est écrit le tenseur d'inertie $\mathbb{I}_k$ du corps S_k considéré et par lequel il est multiplié par la suite.

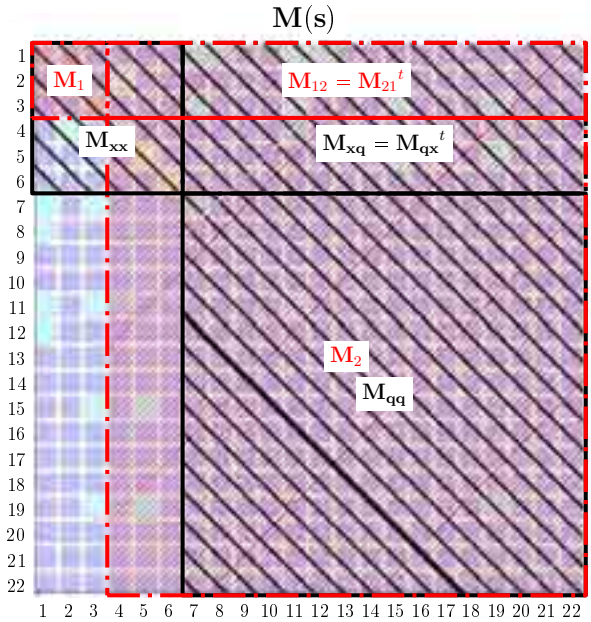
$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\omega}_k &= \boldsymbol{\omega}_{(S_k/\mathcal{R}_0)} \\
&= \boldsymbol{\omega}_{(S_k/\mathcal{R}_P)} + \boldsymbol{\omega}_{(\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} \\
&= {}^P\mathbf{A}_{S_k}{}^t \left[\begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_1 & \cdots & \boldsymbol{\sigma}_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_k \end{pmatrix} + {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \right] \\
&= {}^P\mathbf{A}_{S_k}{}^t \left[{}^P\mathbf{J}_{r\,S_k} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_k \end{pmatrix} + {}^0\mathbf{A}_P{}^t\, \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \right] \\
&= \mathbf{J}_{r_k}\, \dot{\mathbf{s}}
\end{aligned} \tag{3.42}$$

3.3.3 Résultats et Analyse

Une recherche des termes prépondérants de la dynamique du robot *HyLoS II* a été entreprise avec comme objectif de pouvoir simplifier le modèle associé. La lourdeur des expressions mathématiques obtenues pour un système de cette complexité ne permet pas de les traiter de manière analytique. Une analyse numérique de ce modèle dynamique a donc été mise en œuvre et est proposée ci-après.

Pour le type de système étudié, les éléments inertiels sont généralement les termes les plus influents du modèle dynamique. Une analyse de la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ du robot a donc été engagée. Calculée numériquement pour des configurations données du robot, cette matrice est ensuite interprétée en utilisant une représentation graphique sous la forme d'un diagramme matriciel correspondant à un tableau à deux entrées de dimension [22×22] où la valeur numérique de chacun de ses termes est représentée par un histogramme dont la hauteur est proportionnelle à cette valeur.
Toutefois la comparaison de tous les termes de la matrice entre eux n'a pas de sens compte-tenu du fait qu'ils sont exprimés avec des unités différentes. Il n'est donc pas possible de conclure directement sur l'influence des termes les uns par rapport aux autres dans sa représentation globale. Un découpage de $\mathbf{M}$, regroupant les termes inertiels de même catégorie, a donc été réalisé en suivant la relation (3.44) que la figure 3.10 permet d'illustrer. Les sous-matrices $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$ et $\mathbf{M}_{12}$ issues de ce découpage sont regroupées sur la figure 3.11 indiquant respectivement les éléments inertiels en kg, en kg.m^2 et en kg.m.

La figure 3.11 donne une représentation de la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ du robot *HyLoS II* pris dans sa configuration nominale ($q_{1_i} = 0$ et $q_{2_i} = -\frac{\pi}{2}$ rad) et sans inclinaison de sa plateforme (φ, ψ, θ nuls).



$$\mathbf{M}(\mathbf{s}) = \begin{pmatrix} \mathbf{M_{xx}} & \mathbf{M_{xq}} \\ \mathbf{M_{qx}} & \mathbf{M_{qq}} \end{pmatrix}_{[22\times 22]} \tag{3.43}$$

$$= \begin{pmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_2 \end{pmatrix}_{[22\times 22]} \tag{3.44}$$

FIG. 3.10 – Découpage de la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{s})$

L'un des premiers constats qui peut être fait est que la matrice d'inertie $\mathbf{M}$ est « creuse », c'est-à-dire qu'elle présente un grand nombre d'éléments nuls. Son allure générale est globalement diagonale.
L'examen particulier de la matrice $\mathbf{M_{qq}}$, incluse dans la représentation des termes de la matrice d'inertie de la figure 3.11(c) permet d'observer une matrice diagonale par bloc dont chacun correspond à un des quatre ensembles « roue-patte » du robot. Le fait que les termes de couplage de cette sous-matrice $\mathbf{M}_2$ soient nuls exprime l'indépendance de ces ensembles les uns par rapport aux autres. En revanche ces ensembles « roue-patte » ont une influence sur la plateforme du robot comme le montre les termes de couplage non nuls présentés à la figure 3.11(b).
La figure 3.11(a) permet de retrouver la valeur masse totale du robot *HyLoS II*, soit 25 kg.

La matrice d'inertie a également été calculée pour des configurations différentes, tant au niveau articulaire qu'au niveau opérationnel, pour des variations importantes d'orientation de la plateforme et des états articulaires dissymétriques. L'influence inertielle des solides constituant les ensembles « roue-patte » varie alors plus ou moins, mais l'ordre de grandeur de ces termes est à chaque fois conservé.

Pour conclure sur la prépondérance de terme(s) inertiel(s) particulier(s), le calcul de l'énergie cinétique totale T du système a été envisagé. Celle-ci est calculée à l'aide de la relation (3.45) établie pour un état postural donné et des vitesses des paramètres généralisés fixées. Au-delà de la valeur de l'énergie cinétique totale T du système, l'intérêt s'est porté sur la contribution de chacun des termes T_{ij} – calculés à partir de la relation (3.46) – pour permettre d'observer les éléments prépondérants. La figure 3.12 illustre la contribution des termes de l'énergie cinétique totale du *HyLoS II* pris dans sa configuration nominale avec des vitesses des paramètres généralisés égales aux vitesses maximales atteintes par les termes correspondants lors des simulations réalistes présentées à la section 5.3.2.

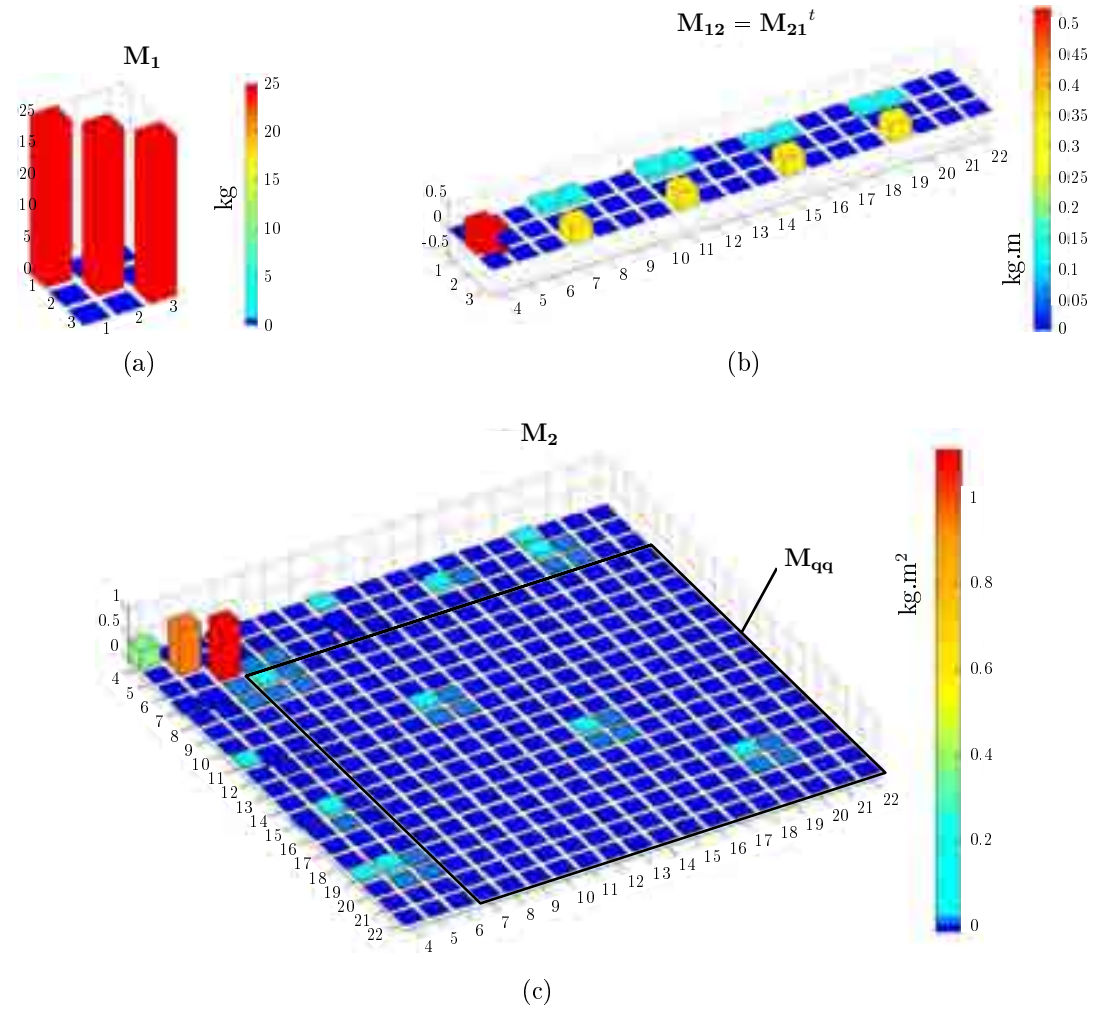


FIG. 3.11 – Matrice d'inertie du robot *HyLoS II* pris dans sa configuration nominale

$$T = \frac{1}{2}\,\dot{\mathbf{s}}^t\,\mathbf{M}(\mathbf{s})\,\dot{\mathbf{s}} \tag{3.45}$$

et

$$T = \sum_{i,j} T_{ij} \qquad \text{avec} \quad T_{ij} = \frac{1}{2}\,\dot{s}_i\,M_{ij}\,\dot{s}_j \tag{3.46}$$

Ces termes peuvent alors être comparés directement les uns aux autres. Chacun d'eux constitue leur contribution (exprimée en Joules) à l'énergie cinétique totale du robot *HyLoS II*. Leur comparaison permet d'identifier les termes prépondérants à considérer.
La forme générale de la représentation de l'énergie cinétique totale T ressemble à celle des différentes sous-matrices d'inertie présentées précédemment. L'analyse de la « forme matricielle » de T conduit à conclure de la prépondérance des 6 termes diagonaux relatifs à la plateforme ($T_{\mathbf{xx}}$) – ce qui pouvait être pressenti au vu de l'allure de $\mathbf{M}$. Cette prépondérance est telle que la somme de ces termes représentent 84% de l'énergie cinétique totale tandis que le plus grand des autres termes T_{ij} ne dépasse pas 1% de celle-ci. Compte-tenu du fait que T est étroitement liée à $\mathbf{M}$, les termes prépondérants $T_{\mathbf{xx}}$ pourront, par extension, être considérés comme ceux qui sont les plus influents pour les effets inertiels. Ainsi

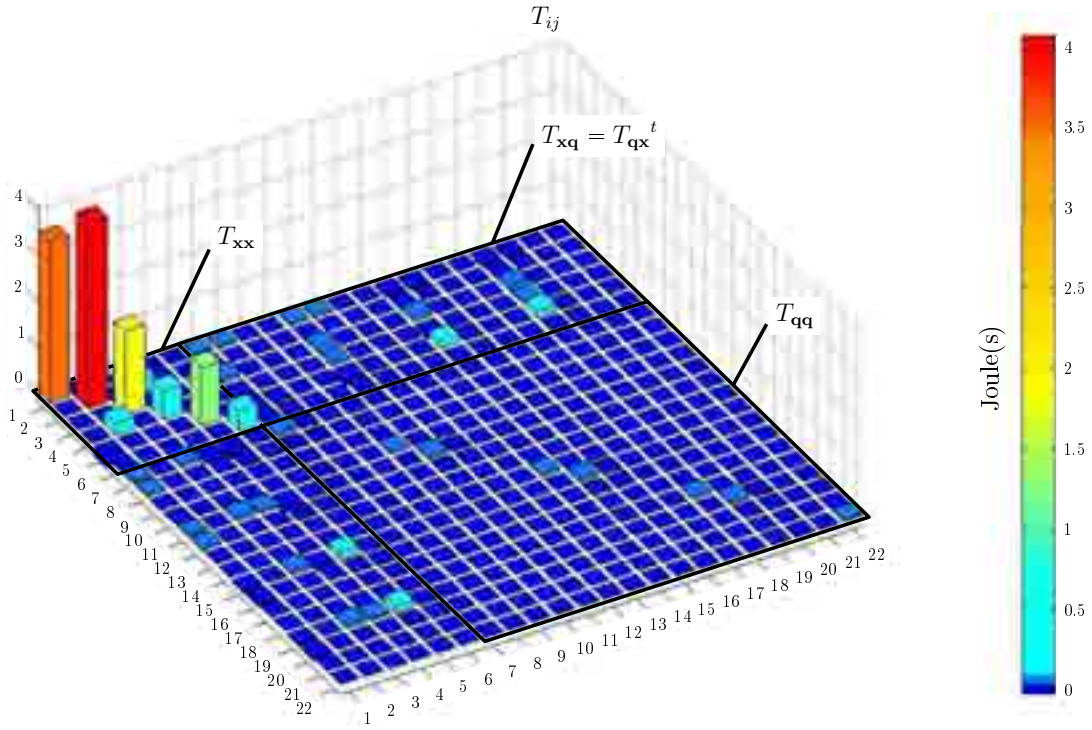


FIG. 3.12 – Contribution des paramètres généralisés $\mathbf{s}$ de l'énergie cinétique totale T du robot *HyLoS II* calculée pour sa configuration nominale et un vecteur des vitesses des paramètres généralisés $\dot{\mathbf{s}}$ donné

les termes prépondérants de la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ du robot *HyLoS II* sont les termes diagonaux de la plateforme.

L'analyse des termes de la matrice $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ du robot *HyLoS II* permet de conclure sur la prépondérance des termes inertiels de la plateforme du rover. La mise en place du modèle dynamique peut donc se limiter aux calculs des effets inertiels de la plateforme.

Chapitre 4

Méthodes pour la mesure de la stabilité

La stabilité du système étudié est l'indice métrique principal utilisé pour corriger la posture du robot. À ce titre, la définition et l'évaluation du critère de stabilité est un point essentiel du travail entrepris. Débutant par une analyse assez large des différentes marges de stabilité proposées au cours des quatre dernières décennies, ce chapitre présente, dans les sections qui suivent, le modèle de mesure de la stabilité du robot utilisé dans cette étude et les résultats de simulations à travers lesquelles ce modèle a été évalué.

4.1 Modèles pour l'évaluation de la stabilité

Assurer la stabilité d'un système de locomotion est une vaste problématique qui fait déjà l'objet d'un nombre important d'études. La majorité de ces études est réalisée pour des applications sur des systèmes à pattes (robots marcheurs, bipèdes, quadrupèdes, hexapodes, etc) pour lesquels la stabilité est une condition *sine qua non* de l'intégrité du système lors de son évolution.
Pour déterminer la stabilité d'un système, il faut d'abord pouvoir en donner une définition précise et la mesurer. La mesure de la stabilité est utilisée pour quantifier la capacité instantanée du robot à résister au basculement face à des perturbations internes ou externes, ce basculement étant la principale manifestation de la perte de stabilité d'un système. À travers les études menées sur le sujet au cours des trente dernières années, le critère de stabilité d'un système a beaucoup évolué, gagnant en précision et en complexité. De manière globale, la mesure de la stabilité est établie soit sur un critère statique, soit sur un critère dynamique. La revue des différents critères existants est présentée selon cette distinction.

4.1.1 Marges de stabilité statique

Un des premiers critères de stabilité largement utilisé est celui proposé par McGhee et Frank en 1968 [McGhee 68]. Celui-ci consiste à considérer que le système est statiquement stable tant que la projection du centre de gravité du robot reste à l'intérieur du polygone de sustentation – défini comme étant l'enveloppe convexe obtenue en joignant les points d'appui du véhicule. Toutefois la validité de ce critère se limite au cas des terrains plats et réguliers. En 1979, McGhee et Iswandhi adaptent ce critère pour des véhicules évoluant sur des terrains irréguliers en projetant le polygone obtenu précédemment sur un plan horizontal [McGhee 79].
La marge de stabilité statique MSS *(Static Stability Margin, SSM)* associée à ces critères se définit alors comme la plus courte distance entre la projection du centre de gravité du système sur le polygone de sustentation et chacun des côtés du polygone comme cela est illustré à la figure 4.1.

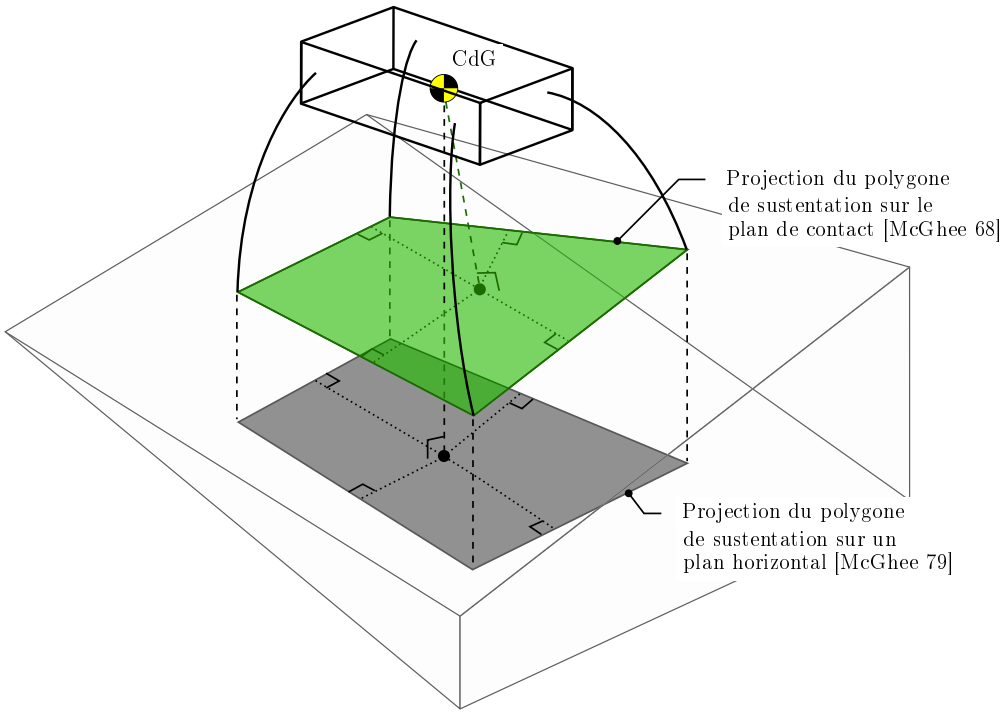


FIG. 4.1 – Marges de stabilité statique d'après [McGhee 68] et [McGhee 79]

Cette marge présente l'avantage d'être facile à évaluer, mais son sens physique est très limité. Il ne permet pas notamment de distinguer une stabilité différente entre deux systèmes qui auraient le même polygone de sustentation et une position de la projection de leur centre de gravité identique mais dont l'un aurait un centre de masse plus haut que l'autre (cf. Figure 4.2).

Le principal défaut de ces critères est donc qu'ils ne font pas intervenir la hauteur du centre de gravité. Pourtant l'éloignement du centre de masse par rapport au sol a une forte influence sur la stabilité : plus le centre de gravité d'un système est bas, plus ce

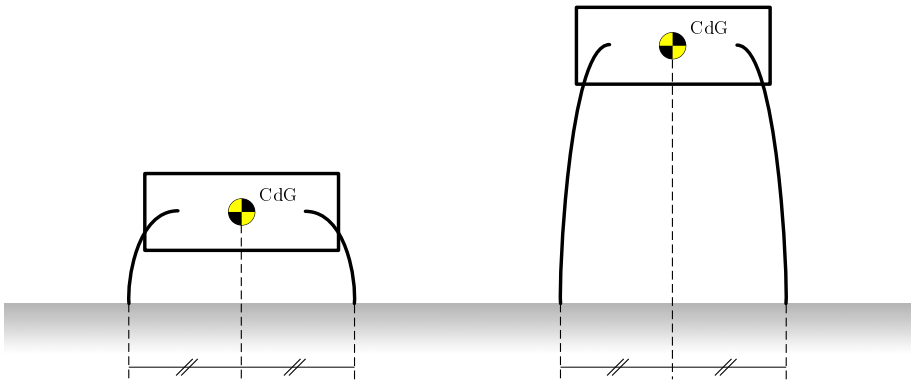


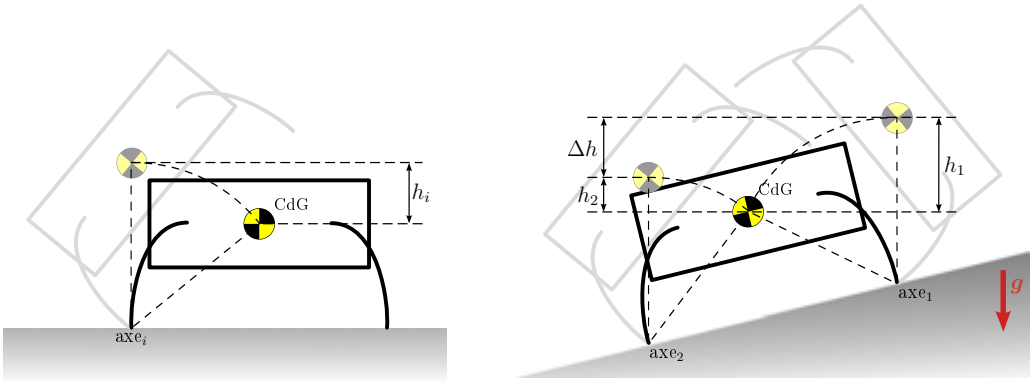
FIG. 4.2 – Illustration du problème lié aux marges de stabilité statique de McGhee : ces deux systèmes présentent la même marge de stabilité.

dernier est stable. Par exemple, c'est la raison pour laquelle les grues de construction ou de levage (cf. Figure 4.3) sont fortement lestées à leur base, ou que les *sumotori* prennent cette position caractéristique (cf. Figure 4.4) avant le début du combat.

FIG. 4.3 – Grue de levage

FIG. 4.4 – *Sumotori* avant le combat

Dans le but d'améliorer la mesure de la stabilité d'un système locomoteur sur des terrains irréguliers, Messuri et Klein [Messuri 85] proposent en 1985 un autre critère qui s'appuie sur une analyse énergétique du système pour assurer sa stabilité. Le principe de ce critère de stabilité est de comparer les énergies potentielles nécessaires pour faire pivoter le centre de gravité du véhicule autour de chacun des axes de basculement – axes correspondants aux côtés du polygone de sustentation (cf. Figure 4.5). Chacune de ces énergies potentielles se calcule à partir de la variation maximale de hauteur, h_i atteinte par le centre de gravité du système lors du renversement de ce dernier.
À la figure 4.5(b) est illustrée une vue latérale d'un système quadrupède montrant une comparaison géométrique des niveaux de stabilité énergétique correspondant aux frontières avant (axe_1) et arrière (axe_2) du polygone de sustentation du système considéré. La variation de hauteur h_1 étant plus grande que h_2 : l'énergie requise pour renverser le véhicule est, dans cette configuration, plus faible pour un basculement par l'arrière que par l'avant.
La stabilité optimale pour un système donné dans un environnement donné correspond alors à la position du centre de gravité où ces énergies sont égales, autrement-dit la position du centre de gravité pour laquelle toutes les hauteurs h_i sont égales.



(a) (b)

FIG. 4.5 – Principe de la marge énergétique de stabilité selon [Messuri 85]

La figure 4.6 montre l'approche géométrique du calcul de cette variation de hauteur h_i, qui est exprimée par l'équation (4.1) dans le cas général d'un terrain quelconque.

$$h_i = |\boldsymbol{r}_i| \, (1 - \cos\theta) \, \cos\psi \tag{4.1}$$

où l'indice i indique le côté du polygone de sustentation C_iC_{i+1} pris comme axe de basculement. $\boldsymbol{r}_i$ est alors défini comme étant le vecteur allant de l'axe de basculement C_iC_{i+1} au centre de gravité du robot perpendiculairement à cet axe de basculement. Le plan limite de basculement, également défini, correspond au plan vertical intersectant l'axe de renversement. θ est l'angle que forme le vecteur $\boldsymbol{r}_i$ avec ce plan, et ψ est l'angle d'inclinaison de l'axe de basculement avec l'axe horizontal – angle qui se retrouve également entre la projection de $\boldsymbol{r}_i$ sur le plan limite de basculement et l'axe vertical.

Sous ces conditions, la marge énergétique de stabilité MES *(Energy Stability Margin, ESM)* correspondante se définit alors comme le minimum des énergies potentielles correspondantes aux différents axes de basculement potentiels.

$$S_{\text{MES}} = \min(m \, g \, h_i) \tag{4.2}$$

avec m, la masse du système considéré et g, la norme de l'accélération due à la gravité.

La MES s'avère être une mesure de stabilité statique plus efficace que la précédente, puisqu'elle donne une idée quantitative de l'énergie que peut absorber le système avant de se retourner. De plus, elle prend en compte l'influence de la hauteur du centre de gravité du système sur la stabilité de ce dernier. Cependant, elle ne considère pas les effets dynamiques pendant le mouvement du robot.

Hirose *et al.* ([Hirose 98, Hirose 01]) proposent, sur la base du travail de Messuri, une marge énergétique de stabilité normalisée MESN *(Normalized Energy Stability Margin, NESM)* définie par l'équation suivante :

$$S_{\text{MESN}} = \frac{S_{\text{MES}}}{m \, g} = \min(h_i) \tag{4.3}$$

où h_i est issue de l'expression (4.1).

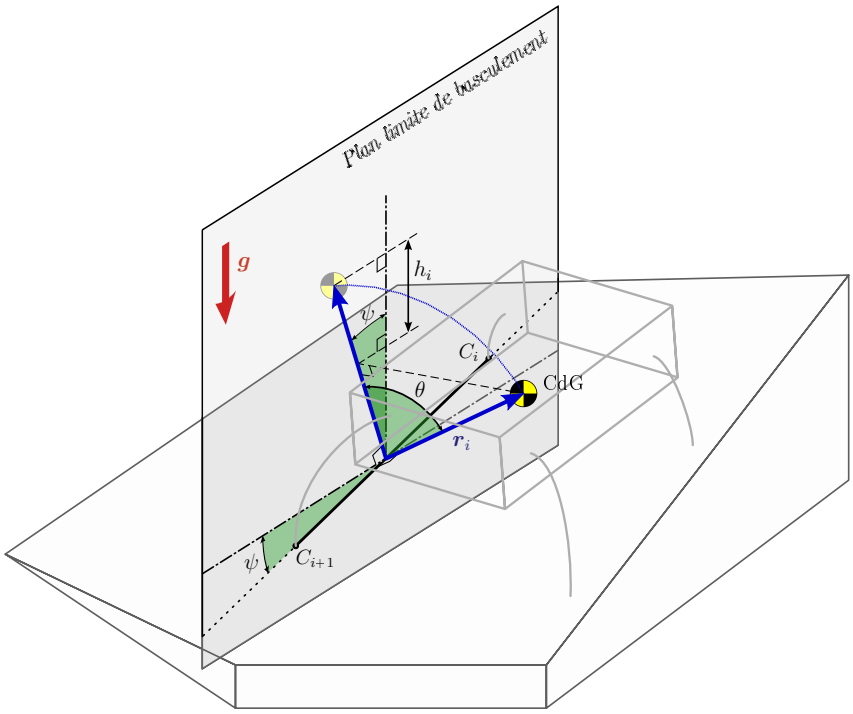


FIG. 4.6 – Calcul de la marge énergétique de stabilité dans le cas général

Des études comparatives [Garcia 02a, Garcia 02b] montrent que ce critère se révèle être celui qui donne la mesure de la stabilité statique la plus efficace pour des robots marcheurs sur terrains accidentés. Toutefois, les perturbations dues aux effets dynamiques ne sont toujours pas prises en compte ce qui, dans plusieurs applications où les masses déplacées sont importantes ou bien lorsque les vitesses de déplacement des véhicules considérés sont importantes, peut s'avérer problématique ; dans ces cas, des mesures de stabilité dynamique semblent mieux adaptées.

4.1.2 Marges de stabilité dynamique

Le premier critère de stabilité dynamique a été proposé en 1976 par Orin pour des systèmes quadrupèdes [Orin 76]. Il s'agit d'une extension de la méthode de projection du centre de gravité présentée précédemment à la section 4.1.1. Ce critère de stabilité dynamique consiste à considérer le robot comme dynamiquement stable lorsque le centre de pression reste à l'intérieur du polygone de sustentation. Le centre de pression est alors défini comme étant la projection du centre de masse sur le plan d'appui selon l'axe de la résultante des forces agissant sur le centre de masse ; la marge de stabilité dynamique MSD *(Dynamic Stability Margin, DSM)* associée correspond à la plus courte distance entre le centre de pression et chacun des côtés du polygone de sustentation (cf. Figure 4.7) [Gonzalez 98].
L'inconvénient de cette méthode est que, en statique (lorsque la seule force considérée est la gravité) et en terrain horizontal, elle coïncide avec la marge de stabilité statique de McGhee vue précédemment. Dans ces conditions, l'effet de la hauteur du système

considéré n'est donc pas pris en compte, alors que celui-ci joue un rôle prépondérant sur la stabilité (cf. Section 4.1.1). De plus, comme pour la marge de stabilité statique, la marge de stabilité dynamique n'est pas optimale du point de vue énergétique en terrain incliné ; donc, pour le cas où le centre de gravité se situerait au dessus du point correspondant au maximum de la marge de stabilité dynamique, une perturbation renverserait plutôt le robot vers le haut que vers le bas.

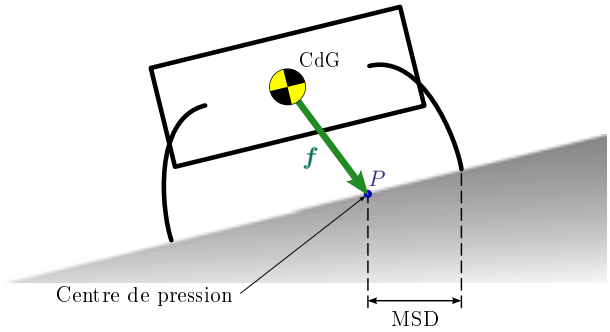


FIG. 4.7 – Principe de la marge de stabilité dynamique proposée par [Orin 76]

Par la suite, Kang *et al.* ([Kang 97]) ont redéfini le critère de stabilité dynamique, initialement proposé par Orin, comme étant le point du plan d'appui où le moment des forces de pression s'annule, permettant ainsi de prendre en compte le moment dynamique au centre de masse. Ce critère est rebaptisé centre de masse effectif CME *(Effective Mass Center, EMC)*. Dans le cadre d'études sur le contrôle de robots bipèdes et quadrupèdes évoluant dans des modes de locomotion dynamiquement stables, Vukobratovic définit ce critère comme le point de moment nul *(Zero Moment Point, ZMP)*, c'est-à-dire le lieu du polygone de sustentation où s'annule le moment résultant du torseur des composantes normales de la réaction du sol [Vukobratovic 70]. Toutefois, ces deux critères sont équivalents puisque le centre de pression et le point de moment nul sont confondus [Goswami 99, Sardain 04]. De plus, Yoneda et Hirose ont démontré que le critère de stabilité dynamique associé à la méthode du CME ou du ZMP n'est applicable que lorsque le polygone de sustentation se limite à un plan [Yoneda 97] ; il n'est donc pas adapté pour des systèmes évoluant sur des terrains irréguliers.

Parallèlement à cette définition, d'autres critères de stabilité dynamique fondés sur la notion de moment ont été proposés. Les moments considérés sont ceux qui se créent sous l'action des effets dynamiques autour des limites du polygone de sustentation du robot. Les forces et les moments appliqués au centre de gravité du robot peuvent provoquer la déstabilisation du système, pouvant entraîner le renversement de celui-ci. Pendant cette phase de retournement, le robot perd la plupart de ses appuis, de sorte que les points de contact qui sont maintenus au sol sont ceux qui sont alignés, formant un axe de rotation autour duquel le robot bascule (cf. Figure 4.8).
La force et le moment d'interaction entre le système et le sol, notés respectivement $\boldsymbol{f}_R$ et $\boldsymbol{m}_R$, résultent de l'addition des forces de contact $\boldsymbol{f}_{r_i}$ de chaque point d'appui et des moments qu'ils génèrent sur le centre de gravité. Ils créent un moment $\boldsymbol{m}_i$ autour du $i^{\text{ème}}$ axe de basculement qui doit compenser les forces et les moments de déstabilisation pour

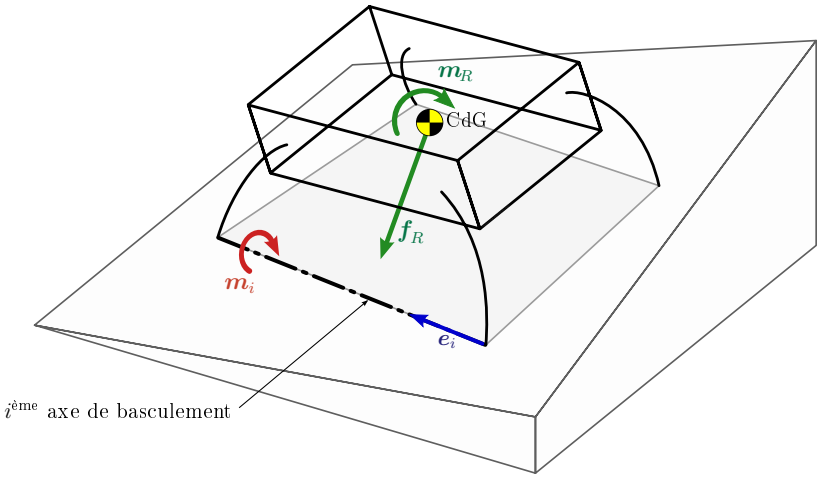


FIG. 4.8 – Principe de la marge de stabilité dynamique selon [Lin 93]

assurer la stabilité du robot. Lorsque cette compensation n'est pas suffisante, le système est considéré comme dynamiquement instable.

S'appuyant sur cette idée, Lin et Song ont développé une nouvelle définition de la marge de stabilité dynamique MSD *(Dynamic Stability Margin, DSM)*[1] comme étant le minimum des moments résultants $\boldsymbol{m}_i$ correspondant à chacune des rotations autour de chaque arête du polygone de sustentation, normalisés par le poids du système [Lin 93], ce qui mathématiquement se traduit par :

$$S_{\text{MSD}} = \min_i \left(\frac{m_i}{mg} \right) \qquad \text{avec} \quad m_i = (\boldsymbol{f}_R \wedge \boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{m}_R) \cdot \boldsymbol{e}_i \tag{4.4}$$

où $\boldsymbol{p}_i$ correspond au vecteur position du centre de gravité par rapport au $i^{\text{ème}}$ axe de basculement du polygone de sustentation, $\boldsymbol{e}_i$ est le vecteur unitaire porté par l'axe de basculement considéré, pris conventionnellement dans le sens horaire.
Dans ces conditions, un moment $\boldsymbol{m}_i$ positif – c'est-à-dire qui a la même direction et le même sens que le $\boldsymbol{e}_i$ correspondant – se traduit par une impossibilité pour le système de se retourner suivant ce $i^{\text{ème}}$ axe du polygone de sustentation. À l'inverse, un moment $\boldsymbol{m}_i$ négatif signifie que le système va pivoter autour de l'axe correspondant du polygone et que le système est instable. Si tous les moments $\boldsymbol{m}_i$ sont positifs, le système est alors considéré comme dynamiquement stable.

Quelques années après, Yoneda et Hirose [Yoneda 96, Yoneda 97] ont proposé un critère de stabilité de retournement *(Tumble Stability Judgment, TSJ)* utilisant aussi la notion de moments autour des axes de retournement potentiels, très semblable au critère de la MSD établie par Lin et Song. Ce critère montre son principal intérêt dans son application sur des manipulateurs mobiles (cf. Figure 4.10) en essayant d'analyser la stabilité de ces systèmes en tenant compte des forces de réaction, même celles issues de la manipulation, en plus des effets inertiels et gravitationnels. Le moment $\boldsymbol{m}_i$ autour du $i^{\text{ème}}$ axe

[1] Cette abréviation se réfère aussi à la marge de stabilité dynamique de Orin. Toutefois, l'utilisation du sigle MSD *(ou DSM)* fait référence à la marge de stabilité de Lin et Song; l'abréviation CME *(ou EMC)* est alors utilisée pour désigner la marge de stabilité dynamique de Orin.

de basculement est calculé exactement de la même manière que dans l'équation (4.4). Dans ces conditions, le critère de stabilité correspondant s'énonce comme suit : le système étudié est considéré comme dynamiquement stable s'il existe un point d'appui C_j dans la direction de rotation qui s'oppose au basculement du robot (cf. Figure 4.9), ce qui se traduit mathématiquement par la condition énoncée par l'équation (4.5).

$$\big((\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j) \wedge \boldsymbol{n}_j\big) \cdot m_i\, \boldsymbol{e}_i > 0 \tag{4.5}$$

où $\boldsymbol{p}_j$ est un vecteur donnant la position du point d'appui C_j, avec $j \neq i$ et où $\boldsymbol{n}_j$ représente le vecteur unitaire normal à la surface ayant le point d'appui C_j comme origine.

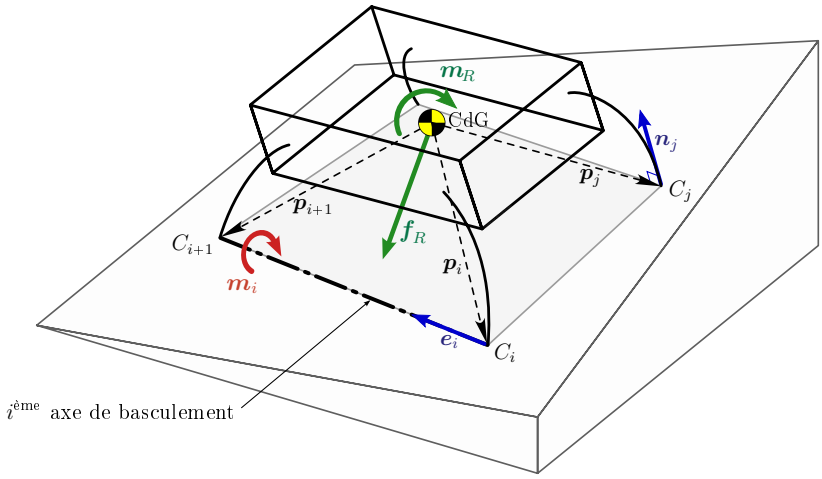


FIG. 4.9 – Principe de la marge de stabilité dynamique d'après [Yoneda 97]

Une fois que le système est déterminé comme stable selon l'équation (4.5), la marge de stabilité de retournement MSR *(Tumble Stability Margin, TSM)* est donnée par le minimum des moments $\boldsymbol{m}_i$ autour des frontières du polygone de sustentation étant donné la force et le moment de réaction du sol ($\boldsymbol{f}_R$ et $\boldsymbol{m}_R$), normalisé par le poids du robot :

$$S_{\text{MSR}} = \min_i \left(\frac{|\boldsymbol{m}_i|}{mg} \right) \tag{4.6}$$

Jusqu'ici, les mesures de stabilité dynamique présentées – à l'exception du CME – s'appuient sur la notion de moments de basculement autour des axes-frontières du polygone de sustentation du système considéré. Papadopoulos et Rey [Papadopoulos 96, Rey 97] proposent une approche différente pour résoudre les problèmes de stabilité des manipulateurs mobiles du type de ceux présentés à la figure 4.10. Ce critère de stabilité dynamique, noté MSAF pour mesure de la stabilité angle-force *(Force-Angle Stability Measure, FASM)*, peut être appliqué à des systèmes soumis à des effets d'inertie et à des forces de manipulation, qui travaillent sur tout type de terrain. Cette marge de stabilité présente plusieurs avantages. Outre la possibilité de prise en considération des effets dynamiques du robot dans son évaluation de la stabilité, ce critère a montré de bonnes performances lors d'études comparatives sur les marges de stabilité [Garcia 02b]. De plus il bénéficie d'une relative simplicité de mise en œuvre et son algorithme convient très bien à l'exécution

(a) Manipulateur mobile de travaux d'entretien de lignes électriques *(Kyushu Electronic Power Co., Inc.)*

(b) Véhicule mobile adapté à l'entretien des forêts *(Plustech Oy)*

FIG. 4.10 – Exemples de manipulateurs mobiles

en temps réel qui est recherchée. Pour ces raisons, le modèle retenu pour estimer la stabilité du robot au cours de ses déplacements correspond à ce critère. Une présentation détaillée de celui-ci, suivie d'une évaluation dans le cadre considéré, est proposée à la section suivante.

4.1.3 Marge de stabilité utilisée

La mesure de la stabilité mise en place dans ces travaux s'appuie sur la définition de la marge de stabilité dynamique de Papadopoulos et Rey [Papadopoulos 96]. Ce critère permet de rendre compte de la stabilité d'un système en évolution sur un terrain quelconque et soumis à des forces extérieures pouvant être de natures différentes (forces inertielles, forces de manipulation). Il consiste à déterminer l'angle υ_i formé par la contribution au basculement $\boldsymbol{f}_i^*$ du torseur de l'effort total $\boldsymbol{\tau_t}$ appliqué sur le robot autour du $i^{\text{ème}}$ axe de retournement du polygone de sustentation et le vecteur normal à ce même axe et passant par le centre de gravité du système.

L'évaluation de cette marge de stabilité dynamique passe par la définition de plusieurs éléments qui sont décrits ci-après et qui sont également représentés à la figure 4.11. Ainsi, l'axe de basculement $\mathbf{a}_i$ relie deux points de contact consécutifs et l'ensemble des $\mathbf{a}_i$ définit le polygone de sustentation du système considéré. La définition mathématique des $\mathbf{a}_i$, présentée à l'équation (4.7), s'exprime en fonction des vecteurs $\mathbf{p}_i$ donnant la position des points de contact par rapport au centre de gravité du véhicule.

$$\begin{cases} \mathbf{a}_i &= \mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i \qquad \text{pour} \quad i = \{1, ..., n\text{-}1\} \\ \mathbf{a}_n &= \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_n \end{cases} \tag{4.7}$$

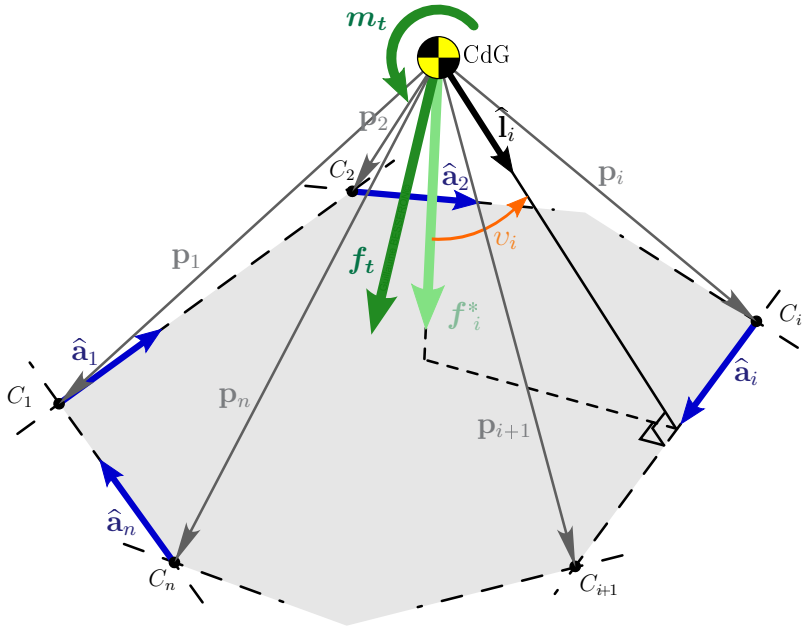


FIG. 4.11 – Marge de stabilité dynamique de Papadopoulos et Rey [Papadopoulos 96]

$\hat{\mathbf{a}}_i$ définit alors le vecteur unitaire de l'axe de basculement $\mathbf{a}_i$. Le vecteur normal à l'axe de basculement $\mathbf{a}_i$ passant par le centre de gravité, définit le vecteur $\mathbf{l}_i$. Son expression obtenue par projection, s'écrit alors :

$$\mathbf{l}_i \quad = \quad \left(\mathbb{1}_{3\times3} - \hat{\mathbf{a}}_i\hat{\mathbf{a}}_i^{\,t}\right)\mathbf{p}_{i+1} \tag{4.8}$$

où $\mathbb{1}_{3\times3}$ correspond à la matrice identité de dimension 3 et $\hat{\mathbf{a}}_i\hat{\mathbf{a}}_i^{\,t}$ désigne l'opérateur de projection d'un vecteur sur l'axe de vecteur directeur $\mathbf{a}_i$.

Il convient ensuite de considérer le torseur des efforts extérieurs regroupant tous les efforts autres que ceux résultant du contact (efforts inertiels ou gravitationnels) appliqué au système et exprimé au centre de gravité. Ce torseur est noté $\boldsymbol{\tau_t} = \{\boldsymbol{f_t}, \boldsymbol{m_t}\}$ où $\boldsymbol{f_t}$ représente l'effort résultant et $\boldsymbol{m_t}$ est le moment résultant exprimé au centre de gravité. Seule la contribution au basculement selon l'axe considéré de ce torseur d'effort est nécessaire pour mesurer l'instabilité du véhicule selon cet axe. Ainsi, $\boldsymbol{f}_i$ et $\boldsymbol{m}_i$, respectivement la contribution de l'effort résultant $\boldsymbol{f_t}$ et du moment résultant $\boldsymbol{m_t}$ sont obtenus par projection respective sur le plan défini par la normale $\mathbf{a}_i$ et sur l'axe de vecteur directeur $\mathbf{a}_i$.

$$\boldsymbol{f}_i = \left(\mathbb{1}_{3\times3} - \hat{\mathbf{a}}_i\hat{\mathbf{a}}_i^{\,t}\right)\boldsymbol{f_t} \tag{4.9}$$

et

$$\boldsymbol{m}_i = \left(\hat{\mathbf{a}}_i\hat{\mathbf{a}}_i^{\,t}\right)\boldsymbol{m_t} \tag{4.10}$$

L'équation (4.11) définit ensuite le vecteur-force $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{m}i}$ équivalent à la contribution au basculement par le moment résultant :

$$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{m}i} = \frac{\mathbf{l}_i \wedge \boldsymbol{m}_i}{\|\mathbf{l}_i\|^2} \tag{4.11}$$

ce qui permet d'écrire la contribution au basculement $\boldsymbol{f}^*_i$ du torseur de l'effort total $\boldsymbol{\tau_t}$ appliqué au centre de gravité du système autour de l'axe $\boldsymbol{a}_i$:

$$\boldsymbol{f}^*_i = \boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{f_{m}}_i \tag{4.12}$$

La mesure de la stabilité de Papadoupoulos et Rey correspond alors à l'angle entre le vecteur $\mathbf{l}_i$ et le vecteur d'effort $\boldsymbol{f}^*_i$ de contribution au basculement, dont l'expression est donnée à l'équation suivante :

$$\upsilon_i = \sigma_i \arccos\left(\widehat{\boldsymbol{f}}^{*\,t}_i \, \widehat{\mathbf{l}}_i\right) \tag{4.13}$$

où $-\pi \leqslant \upsilon_i \leqslant \pi$ et σ_i donne le signe de υ_i en fonction de l'orientation relative de $\widehat{\boldsymbol{f}}^*_i$ et de $\widehat{\mathbf{l}}_i$ selon les conditions suivantes :

$$\sigma_i = \begin{cases} +1 & \text{si} \quad \left(\widehat{\boldsymbol{l}}_i \wedge \widehat{\boldsymbol{f}}^*_i\right)^t \widehat{\mathbf{a}}_i < 0 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.14}$$

La marge de stabilité dynamique globale, notée S_{MSAF}, qui en résulte correspond alors à la valeur minimale de l'ensemble des mesures de stabilité selon chaque axe de basculement :

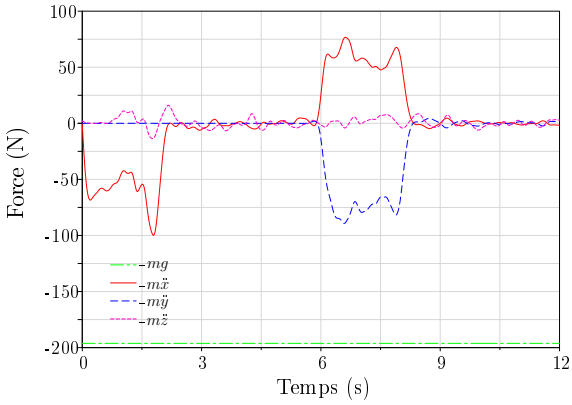
$$S_{\text{MSAF}} = \min_i(\upsilon_i) \qquad \text{pour} \quad i = \{1, ..., n\} \tag{4.15}$$

Cette grandeur scalaire est une mesure instantanée de la marge de stabilité du système. Lorsque sa valeur est positive, le système est considéré comme stable et sa stabilité est d'autant plus grande que la valeur de la marge est grande. À l'inverse, une marge de stabilité négative traduit le fait que le système est en train de basculer suivant l'axe considéré. Une valeur nulle de cette marge indique que le système est en limite de basculement. En d'autres termes, cette marge de stabilité rend compte de la marge de manœuvre possible pour le système avant son basculement, et une optimisation de la stabilité du véhicule consiste à rendre cette mesure maximale.

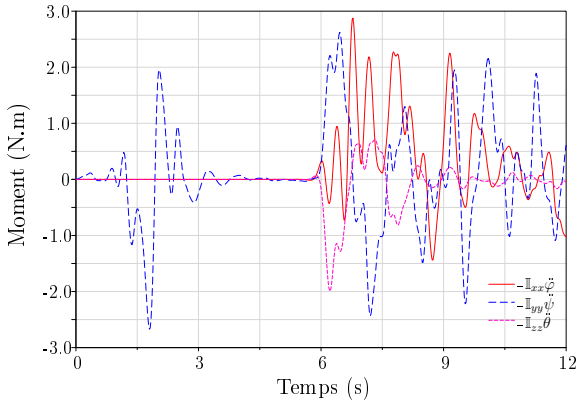
4.2 Évaluation et analyse du critère de stabilité

Le choix de cette métrique de la stabilité a été évaluée en simulation numérique sur des cas « canoniques ». L'objectif annoncé de ces simulations est de vérifier la validité de la marge de stabilité utilisée dans des cas où la dynamique du système est non négligeable, voire importante. L'analyse de la dynamique du robot présentée à la section 3.3.3 a permis de conclure sur la prépondérance des termes d'inertie de la plateforme du véhicule. C'est donc en considérant les efforts gravitationnels et inertiels du robot que la mesure de la stabilité du système utilisée dans cette étude et définie à la section précédente est évaluée à travers des simulations décrites ci-après. Les simulations réalisées sont de deux types. Le premier consiste à faire réaliser à la maquette numérique du robot une trajectoire

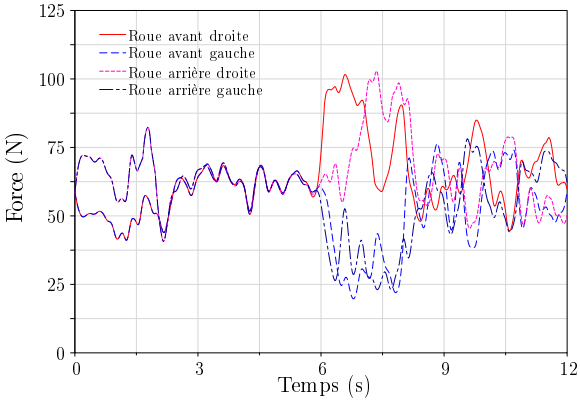
(a) Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation



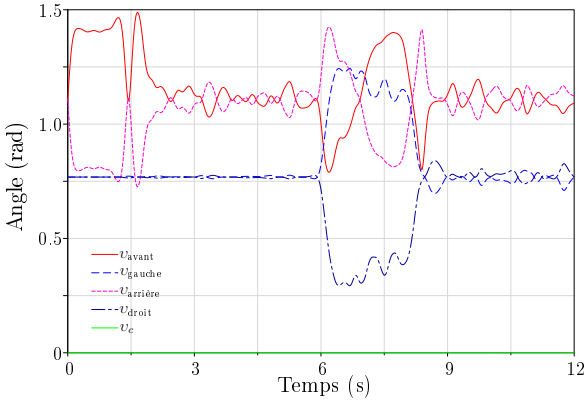
(b) Évolution des forces inertielles



(c) Évolution des moments inertiels



(d) Évolution des forces de contact



(e) Évolution des angles de basculement

FIG. 4.12 – Résultats de simulation - Virage à 90° à 6 m/s

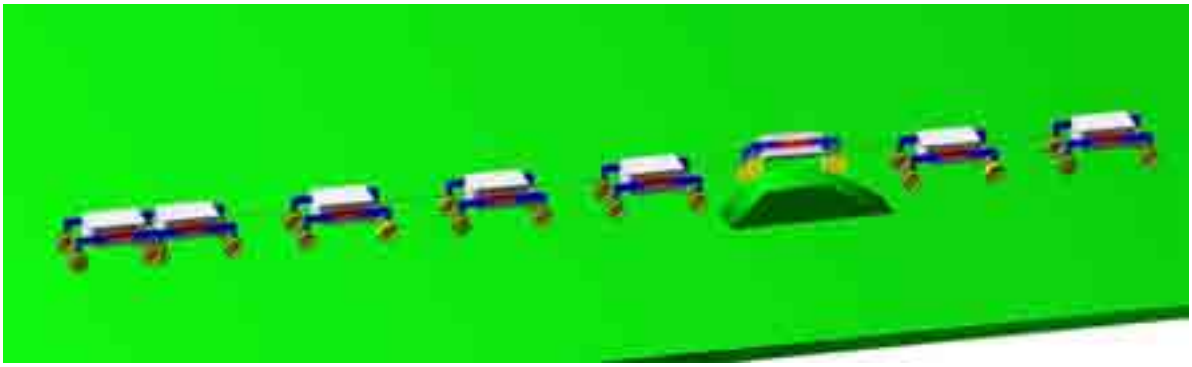
comportant un virage serré de 90° à grande vitesse sur un sol horizontal. Le second type de simulation effectuée correspond au cas où le robot subit une perturbation liée à une brusque variation géométrique du terrain se présentant sur son côté latéral droit lors d'une évolution en ligne droite.

Les résultats de trois simulations sont présentés dans cette section. La première correspond à une simulation du premier type avec un déplacement imposé du robot de 6 m/s (soit près de 22 km/h), ce qui nécessite des capacités de motorisation qui vont bien au-delà de celles du robot *HyLoS II*. Les deux autres simulations sont du second type décrit précédemment, la différence entre les deux se faisant sur la vitesse d'avance. Dans un cas celle-ci est de 0,6 m/s et dans l'autre, elle est de 1,2 m/s et conduit au retournement du véhicule.
Chacune de ces simulations comporte également une phase initiale d'accélération due à la rampe de vitesse imposée pour atteindre la vitesse désirée.
Il est à noter qu'aucune correction de posture n'est apportée dans ces simulations ; le robot fonctionne ici en boucle ouverte dans sa position nominale ($q_{1_i} = 0$ et $q_{2_i} = -\frac{\pi}{2}$ rad). D'autre part, les courbes de résultats de simulations présentées aux figures 4.12, 4.13 et 4.14 ont été filtrées de façon à améliorer leur lisibilité.

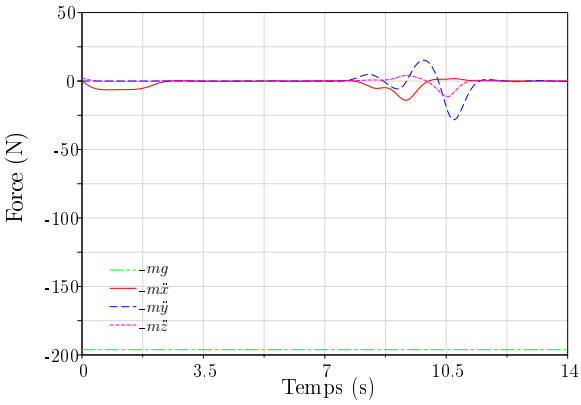
❑ La première simulation permet d'observer le comportement du robot et plus particulièrement l'évolution de sa marge de stabilité lorsqu'il est soumis à des effets inertiels importants. Dans ce cas, celles-ci sont principalement dues à deux phénomènes. Le premier correspond à la rampe de vitesse imposée initialement pour atteindre la vitesse désirée de déplacement du robot de 6 m/s. Durant deux secondes, le robot subit une accélération longitudinale $\ddot{x}$ (de l'ordre du quart de la pesanteur) qui génère une force inertielle opposée au déplacement du véhicule. Celle-ci apparaît très distinctement à la figure 4.12(b). Un moment inertiel autour de l'axe $\boldsymbol{y}$ du robot est également ressenti, comme le montre la figure 4.12(c). Ces perturbations inertielles ont une influence directe sur les forces normales de contact, illustrées à la figure 4.12(d). L'observation des efforts normaux des roues arrières (roues 3 et 4) qui deviennent supérieurs à ceux des roues avants (roues 1 et 2) durant la phase momentanée d'accélération initiale est une manifestation du transfert de masse vers l'arrière du robot, engendré par ces effets dynamiques. Compte-tenu de la définition du critère de stabilité utilisé dans cette étude et de la possibilité de prendre en considération la dynamique du robot, les différentes constatations précédentes se retrouvent également dans l'analyse de la stabilité du système effectuée à travers l'observation de l'évolution des angles de basculement définis à la section 4.1.3 et illustrés à la figure 4.12(e). Ainsi la diminution de l'angle de basculement arrière $\upsilon_{\text{arrière}}$ avec l'augmentation dans les mêmes proportions de l'angle de basculement avant υ_{avant}, ainsi que la non-variation des angles de basculement latéraux υ_{gauche} et υ_{droit} correspondent clairement aux caractéristiques du transfert de masse vers l'arrière du véhicule évoqué précédemment.
Une fois la phase d'accélération terminée, peu après la deuxième seconde de simulation, les effets inertiels devenant nuls et le terrain sur lequel évolue le robot étant horizontal, les forces normales des contacts se répartissent équitablement sur les quatre roues. L'image de la stabilité du robot est cohérente avec cette situation : les angles de basculement ont une allure constante et sont égaux deux à deux suivant qu'il est question de υ_{avant} et de $\upsilon_{\text{arrière}}$ ou de υ_{gauche} et de υ_{droit}.

La deuxième manifestation des perturbations inertielles ressenties dans cette simulation est due au changement de direction relativement important qui commence aux alentours de la 6ème seconde du temps de simulation et dont les effets inertiels sont accentués par la grande vitesse de déplacement du robot. La corrélation entre les différentes courbes présentées à la figure 4.12 est préservée. Dans le virage, le robot est soumis simultanément à une décélération longitudinale et une accélération latérale, environ un tiers plus importante. Les forces d'inertie correspondantes provoquent à nouveau un déplacement de l'équilibre du système qui se manifeste par une nouvelle répartition des forces normales de contact cohérentes avec les effets inertiels observés : les forces normales de contact sur les roues du côté latéral droit (roues 1 et 3) deviennent plus importantes que celles du côté latéral gauche (roues 2 et 4). Les angles de basculement du véhicule retranscrivent également le transfert de l'équilibre vers l'extérieur du virage, ce qui correspond au côté latéral droit du véhicule.
À la sortie du virage, après 9 secondes de simulation, le robot se déplaçant à vitesse constante en ligne droite, les accélérations de sa plateforme sont à nouveau négligeables, voire nulles. Les conséquences sont alors les mêmes que celles de la phase intermédiaire précédant l'entrée du robot dans le virage.
La vitesse élevée de déplacement du robot implique des mesures d'accélérations très bruitées car plus sensibles aux moindres perturbations, ce qui se ressent à travers les mesures des efforts de contact et l'évaluation de la marge de stabilité, et ce, malgré le filtrage appliqué. Les vitesses d'avance du robot dans les deux autres simulations présentées ci-après étant sensiblement plus faibles, les courbes de résultats des différentes mesures effectuées sont beaucoup plus lisses.

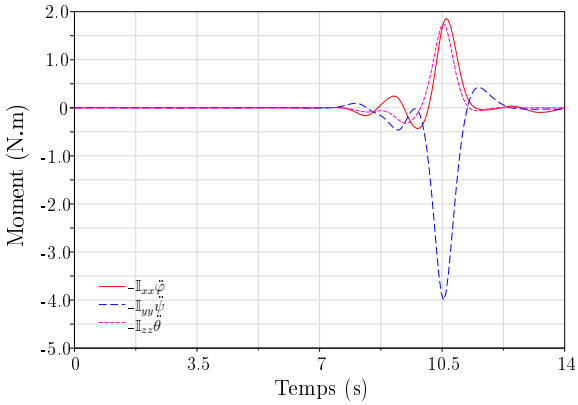
❑ La deuxième simulation, dont les résultats sont présentés à la figure 4.13, correspond au cas où le robot évolue sur un sol horizontal et rencontre une butte le long de son parcours. Cette discontinuité géométrique du terrain conduit naturellement à générer des perturbations au niveau des accélérations du robot dont les efforts inertiels associés sont représentés aux figures 4.13(b) et 4.13(c). L'analyse des angles de basculement (cf. Figure 4.13(e)) rendant compte de sa stabilité permet de montrer la corrélation avec ces effets inertiels et les forces normales de contact. La mise en péril de la stabilité du robot par son flanc gauche est bien marquée par l'angle de basculement υ_{gauche} correspondant. De même les pertes de contact successives des roues 2 puis 1, observées lors de la simulation, apparaissent distinctement à la figure 4.13(d).
Comme pour la précédente simulation, la phase d'accélération initiale correspondant à la rampe de vitesse nécessaire pour atteindre la vitesse d'avance désirée est également détectée. Les conséquences sont identiques à celles détaillées dans l'analyse des résultats de la première simulation. Cependant les effets interviennent dans des proportions plus faibles compte-tenu du fait que la vitesse d'évolution du robot est beaucoup moins importante.
De même, les phases d'accélérations nulles sont également observables ; celles-ci sont d'ailleurs plus nettes étant donné encore une fois que la dynamique du système est plus faible que lors de la première simulation.



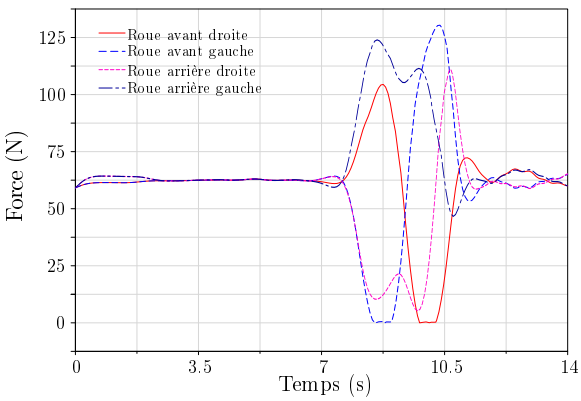
(a) Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation



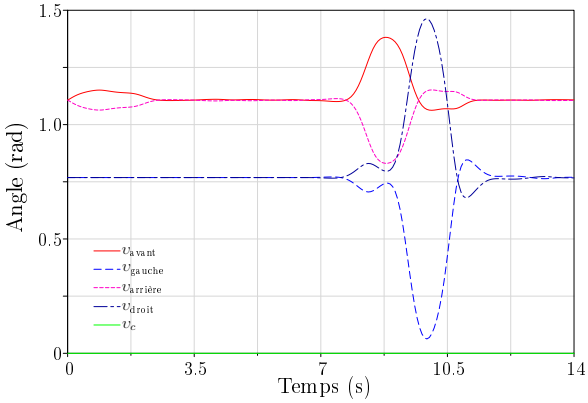
(b) Évolution des forces inertielles



(c) Évolution des moments inertiels

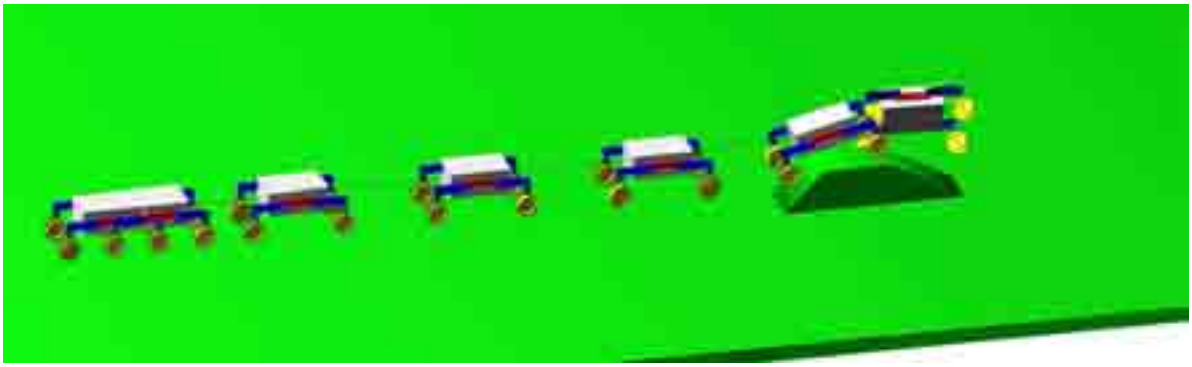


(d) Évolution des forces de contact

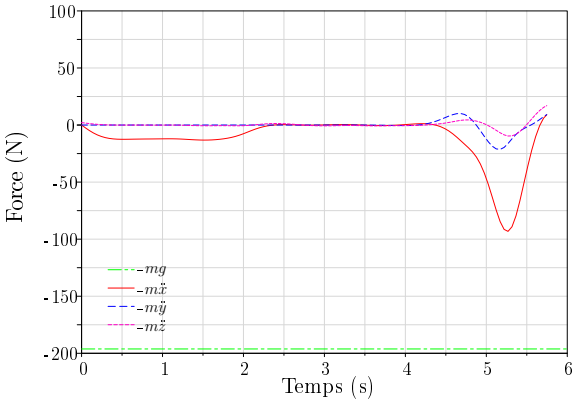


(e) Évolution des angles de basculement

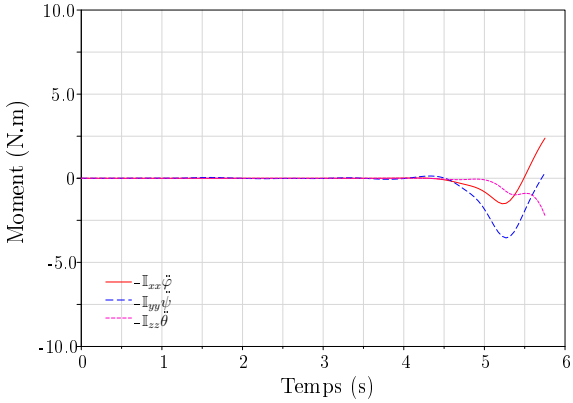
FIG. 4.13 – Résultats de simulation - Franchissement d'une butte à 0,6 m/s



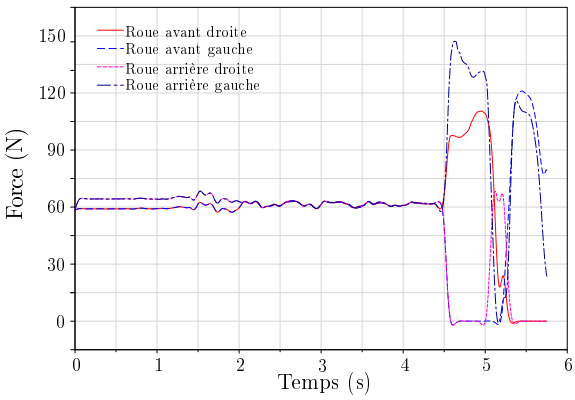
(a) Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation



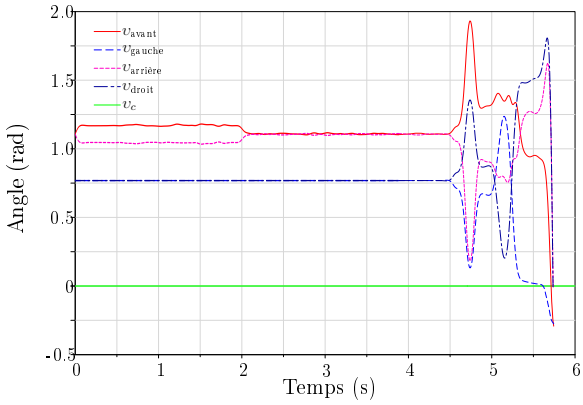
(b) Évolution des forces inertielles



(c) Évolution des moments inertiels



(d) Évolution des forces de contact



(e) Évolution des angles de basculement

FIG. 4.14 – Résultats de simulation - Franchissement d'une butte à 1,2 m/s

❑ La dernière simulation proposée à la figure 4.14 est identique à celle qui vient d'être présentée à ceci près que la vitesse de déplacement du robot est deux fois plus importante. De ce fait, lorsque le robot se heurte à la butte du terrain, il subit un retournement conduisant à la perte de stabilité un peu avant la $6^{\text{ème}}$ seconde du temps de simulation. Les interprétations sur les conséquences des phases correspondant à la rampe de vitesse et à la phase intermédiaire de non-accélération juste avant le franchissement de la butte sont également valables dans cette simulation. La marge de stabilité détecte bien la phase de retournement du robot *via* le côté latéral gauche (cf. Figure 4.14(e)) et la corrélation temporelle avec l'évolution des forces normales aux contacts est vérifiée comme le montre la figure 4.14(d) où la perte de contact des roues du flanc droit (roues 1 et 3) au moment du renversement est bien notifiée.

En conclusion de l'ensemble de cette analyse de la stabilité, la corrélation temporelle entre les efforts inertiels, les forces de contact et l'évaluation de la stabilité du système, ainsi que la cohérence des résultats devant les différentes perturbations subies par le système rendent satisfaisante la définition du critère de stabilité utilisée dans cette étude.

Chapitre 5

Commande découplée de robots mobiles redondants

Le contrôle des mouvements du robot *HyLoS II* repose sur une commande par inversion de son modèle cinématique. L'objectif du modèle cinématique inverse est de déterminer, à partir d'une configuration articulaire $\mathbf{q}$ donnée, les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ du robot mobile étudié qui permettent de garantir une vitesse désirée $\dot{\mathbf{x}}$ de la plateforme dans l'espace opérationnel tout en minimisant les glissements des roues en contact avec le sol. La détermination de ce modèle passe par l'inversion du modèle cinématique direct qui est transcrit par le système d'équations linéaires (3.27). De plus la dynamique assez faible du système dans le cadre de cette étude corrobore la supposition de roulement sans glissement. Cette hypothèse conduit à considérer un nouveau système d'équations (5.1) qui se trouve être le point de départ de la résolution du modèle cinématique inverse.

$$\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; \mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{5.1}$$

5.1 Études préliminaires pour la commande

5.1.1 Indice de mobilité et redondance

La capacité d'un système à se mouvoir tient à la présence de liaisons entre les différents corps constituant son architecture mécanique. D'autre part, le nombre de degrés de mobilité d'un mécanisme doit offrir les degrés de liberté suffisants pour l'exécution de la tâche désirée. Lorsque le nombre des degrés de mobilité est supérieur au nombre de degrés de liberté nécessaires, le système considéré est dit *redondant*.

Une analyse topologique du système étudié permet de déterminer son indice de mobilité m_Σ, dont la formule, connue sous le nom de relation de Grübler, est donnée à l'équation suivante :

$$m_\Sigma = \sum_{i=1}^{j} f_i - d(j - b + 1) \tag{5.2}$$

où b correspond au nombre de corps constituant le système, j est le nombre de liaisons, f_i représente le nombre de mobilités de chaque liaison et d vaut 3 ou 6 suivant que le système évolue dans le plan ou dans l'espace.

L'application de cette formule au type de robots sur lequel porte ces travaux (cf. Section 3.1.1) conduit à un indice de mobilité de $n(m-3)+6$ où n représente le nombre de pattes du robot et m, le nombre d'articulations dont dispose chaque patte en incluant celle de la roue ; b vaut $nm+2$ (n pattes consituées de m corps auxquels il faut rajouter la plateforme et le sol), j vaut $n(m+1)$ (n pattes comportant m liaisons et n liaisons roue/sol) et $\sum f_i$ est égal à $n(m+3)$ (m liaisons simples à 1 *ddl* pour chacune des n pattes et n liaisons roue/sol à 3 *ddl*).
Chaque patte étant supposée cinématiquement identique aux autres et la tâche principale devant se réaliser dans l'espace ($d=6$), l'ensemble « roue-patte » doit comporter un minimum de 3 articulations (incluant celle de la roue) pour permettre d'obtenir les 6 degrés de liberté de mouvements (position et orientation) de la plateforme. Au-delà, le robot mobile considéré présente des redondances cinématiques.

Dans le cas du robot *HyLoS II*, chacun des 4 éléments « roue-patte » comporte 4 liaisons rotoïdes ; il s'agit donc d'un robot mobile hybride roues-pattes redondant dont l'indice de mobilité est de 10. Cette valeur correspond aux 6 *ddl* de la plateforme de l'espace opérationnel, représenté par le paramètre $\mathbf{x}$, auxquels s'ajoutent les 4 *ddl* des mobilités internes (1 par patte) de l'architecture du robot qui témoignent de sa redondance cinématique.
Grâce à ces mobilités supplémentaires, une commande de la posture du robot *HyLoS II* est envisageable. Celle-ci vient s'ajouter à la commande de trajectoire inhérente à tout robot mobile.

5.1.2 Singularités cinématiques

Les cas de singularité cinématique se manifestent sur le système par une perte locale de la possibilité d'engendrer une vitesse le long ou autour d'une certaine direction. Ils peuvent avoir une incidence directe sur la commande du système considéré et méritent, à ce titre, d'être évoqués. Dans le cas des systèmes redondants, les singularités du premier ordre correspondent aux configurations vérifiant l'équation suivante [Khalil 99] :

$$\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^t) = 0 \tag{5.3}$$

où $\mathbf{J}$ représente la Jacobienne du système.

Les configurations singulières du robot *HyLoS II* sont limitées. Elles correspondent notamment au cas où le deuxième segment de la patte se trouve dans le prolongement du

premier, c'est-à-dire où q_{2_i} est nul. Cependant, ce cas se révèle technologiquement impossible compte-tenu des limitations des débattements angulaires des articulations imputées aux courses des vérins (cf. Annexe B.1).

Il existe également un autre cas particulier de singularité cinématique qui se manifeste par une augmentation du nombre de degrés de mobilité du système. Il s'ensuit que, pour des configurations spécifiques, les mouvements de certaines liaisons ne génèrent plus de vitesse dans l'espace opérationnel, ce qui représente une perte locale de génération du mouvement. L'indice de mobilité, calculé précédemment avec la relation (5.2), ne tient compte ni du rang du système d'équations du modèle cinématique, ni de la géométrie des articulations alors que celui-ci doit correspondre au nombre de paramètres cinématiques indépendants dans les équations du modèle cinématique (5.1) :

$$m_r = \dim(\mathbf{s}) - \mathrm{rang}(\mathbf{H}) \tag{5.4}$$

où $\mathbf{s}$ et $\mathbf{H}$ sont définis précédemment aux relations (3.28) et (3.29).

Dans le cas du robot *HyLoS II*, cet indice de mobilité dépend des normales aux contacts et de la configuration du robot. Sauf dégénérescence du rang du système de contraintes, le nombre de degrés de mobilité est égal à 10, c'est-à-dire que toutes les équations du modèle cinématique (5.1) sont indépendantes. Cependant certaines configurations conduisent à un indice de mobilité supérieur à celui établi précédemment par la relation de Grübler (5.2). Ces cas correspondent à une augmentation du rang de la matrice Jacobienne et se traduisent par l'apparition de mobilités internes partielles au niveau des axes de directions. Les vitesses articulaires correspondant à ces liaisons deviennent alors indépendantes des autres paramètres cinématiques du véhicule. Dans ces configurations, les mobilités supplémentaires apparaissent au niveau des axes de directions qui sont alors colinéaires aux normales aux contacts. La figure 5.1 illustre ce phénomène à travers la représentation des diverses configurations évoquées.

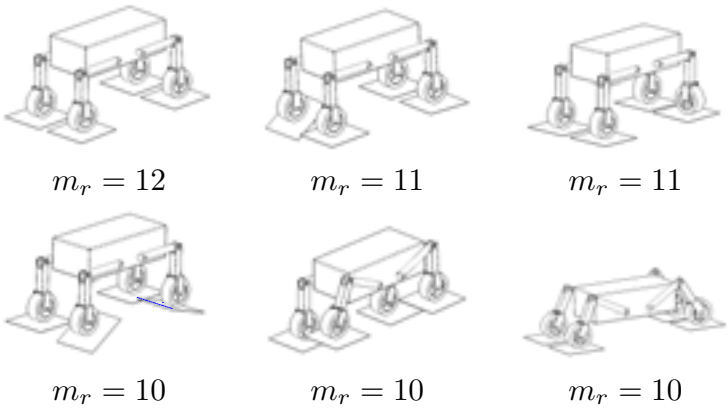


FIG. 5.1 – Illustration des singularités cinématiques du robot *HyLoS* [Grand 07a]

Cette gestion de la dégénérescence de l'ordre est une difficulté supplémentaire qui peut être traitée à travers la mise en place de la commande des déplacements du système.

5.2 Commande des déplacements du robot

5.2.1 Approches pour la commande de robots redondants

La spécificité cinématique qu'apporte la redondance doit être prise en considération lors de la mise en place de la commande de ces systèmes. Depuis plusieurs années, la commande des robots redondants donne lieu à un champ de recherche important, particulièrement dans le domaine des robots manipulateurs.

La détermination du nombre de degrés de mobilité, ou indice de mobilité, effectuée à la section 5.1.1, se révèle très utile dans l'étude de la commande. Celui-ci renseigne en effet sur le nombre de paramètres à commander pour contrôler tous les mouvements du robot. Dans le cas particulier des systèmes redondants, le nombre de paramètres de commande est donc supérieur au nombre de degrés de liberté de la tâche à réaliser.
Malgré un accroissement de la complexité de leur commande, les robots redondants présentent des avantages intéressants. Les redondances cinématiques peuvent notamment être mises à contribution pour satisfaire des critères d'optimisation variés tout en assurant bien entendu la réalisation de la tâche principale dans l'espace opérationnel. C'est sur cette propriété que s'est portée la mise en œuvre de la commande des robots mobiles à haut degré de mobilité qui font l'objet de cette étude.
Plusieurs approches pour la commande sont alors envisagées.

❑ Une première approche consiste à compléter le vecteur d'état de commande à hauteur du nombre de degrés de mobilité [Baillieul 85, Chang 86, Nenchev 92]. Cette solution, mise en place dans le cadre de la thèse de [Grand 04a], est issue de la détermination de l'indice de mobilité effectuée précédemment (cf. Section 5.1.1). Parmi les 10 paramètres d'état nécessaires au contrôle de toutes les mobilités des robots *HyLoS*, 3 sont classiquement dédiés à la commande de la localisation, définie par le vecteur $\boldsymbol{\xi}_t$; les 7 autres définissent l'état de la posture $\boldsymbol{\xi}_p$. Le vecteur des variables opérationnelles $\mathbf{x}$ étant de dimension 6, 4 paramètres linéaires indépendants doivent être définis pour compléter le vecteur d'état de la commande. C'est ainsi que le demi-empattement de chaque roue e_i, correspondant à la distance entre le centre de la roue considérée et le centre de gravité, projetée sur le vecteur longitudinal $\boldsymbol{x}_p$ du repère de plateforme $\mathcal{R}_P$, est considéré. Le vecteur d'état de commande $\boldsymbol{\xi}$ établi pour les robots *HyLoS* est tel que :

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{pmatrix} \quad \text{avec comme découpage particulier,} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_t &= (x\ y\ \theta)^t \\ \boldsymbol{\xi}_p &= (z\ \varphi\ \psi\ e_1\ e_2\ e_3\ e_4)^t \end{aligned} \tag{5.5}$$

et

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{J}_e\,\dot{\mathbf{q}} \tag{5.6}$$

Ceci revient à ajouter les équations de contraintes supplémentaires de la relation (5.6) au modèle cinématique simplifié (5.1). L'inversion de ce modèle cinématique, ainsi complété, s'effectue classiquement par une inversion de la matrice jacobienne rendue régulière par la concaténation de la jacobienne initiale $\mathbf{J}$, définie à l'équation (3.27) et de la matrice $\mathbf{J}_e$ traduisant les contraintes cinématiques supplémentaires.

Cette approche de la commande impose alors au robot une régulation continue de la posture autour d'une configuration déterminée. Elle ne semble donc pas compatible avec la mise en place de la nouvelle stratégie de commande de la posture présentée à la section 1.3, ce qui a conduit à travailler suivant une autre approche.

❑ Les nombreux travaux s'intéressant à la commande des robots manipulateurs redondants proposent des solutions portant sur la validation de contraintes supplémentaires ou l'exécution d'une tâche secondaire, compatible avec la réalisation de la tâche principale. La solution générale des systèmes redondants au problème de l'inversion du modèle cinématique est donnée par la formule suivante [Liegeois 77, Klein 95, Lenarčič 98] :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{+}\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} + \left(\mathbb{1} - \mathbf{J}^{+}\mathbf{J}\right)\dot{\mathbf{q}}_s \tag{5.7}$$

où $(\mathbb{1} - \mathbf{J}^{+}\mathbf{J})$ correspond à un opérateur de projection sur l'espace nul de l'application linéaire $\mathbf{J}$ du système considéré. $\mathbf{J}^{+}$ représente la matrice pseudo-inverse de $\mathbf{J}$ au sens de Moore-Penrose [Moore 20, Penrose 55] dont la définition et quelques propriétés sont rappelées en annexe C.5. $\dot{\mathbf{q}}_s$ est un vecteur quelconque correspondant à une tâche secondaire qui n'affecte pas la réalisation de la tâche principale $\dot{\mathbf{x}}$.

Par l'utilisation de la pseudo-inverse, le premier terme $\mathbf{J}^{+}\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}}$ constitue la solution générale qui minimise la norme euclidienne de $\|\dot{\mathbf{q}}\|$. L'existence et l'unicité de la pseudo-inverse est démontrée. De ce fait, même lorsque le système (5.1) n'est pas compatible, une solution – la plus proche au sens des moindres carrés qui minimise les normes matricielles de l'erreur $\|\mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}}\|$ et de la solution $\|\dot{\mathbf{q}}\|$ – est toujours considérée.
Le second terme de la solution (5.7), quant à lui, est au sens large un terme d'optimisation qui appartient au noyau de $\mathbf{J}$ et qui n'affecte donc pas la valeur de la variable opérationnelle $\dot{\mathbf{x}}$.
Sur le même schéma de résolution, une notion de priorité des tâches à exécuter est proposée par [Nakamura 87, Nakamura 91].

L'équation (5.7) constitue donc une solution du système (5.1). Elle donne les vitesses articulaires du robot à imposer pour assurer la tâche principale définie par le vecteur des vitesses opérationnelles $\dot{\mathbf{x}}$ tout en réalisant une tâche secondaire, désignée par le vecteur $\dot{\mathbf{q}}_s$ qui n'interfère pas avec la tâche primaire. Ce vecteur $\dot{\mathbf{q}}_s$ est un élément quelconque de l'espace articulaire pouvant servir à optimiser un critère de performance locale. Il prend généralement la forme du gradient d'une fonction scalaire définie positive ϕ telle que :

$$\nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial q_1} \;\cdots\; \frac{\partial\phi}{\partial q_i} \;\cdots\; \frac{\partial\phi}{\partial q_n}\right)^{t} \tag{5.8}$$

où q_i représente un des n éléments du vecteur $\mathbf{q}$ des variables articulaires du système.

La fonction ϕ dépend de l'état articulaire $\mathbf{q}$ du robot et représente le critère à optimiser. Dans la littérature, les exemples de fonction couramment donnés représentent des critères assurant un éloignement des butées ou augmentant la manipulabilité des articulations du système étudié.
Dans le cadre de ces travaux, un critère d'optimisation de la stabilité du robot s'appuyant sur la méthode des champs de potentiels, largement développée dans l'annexe A, a été

mis en place. L'application de ce critère peut alors s'effectuer suivant le processus décrit dans ce paragraphe. Toutefois cette approche de la commande n'a pas été retenue à cause de la définition de la tâche principale que constitue alors le vecteur des vitesses opérationnelles $\dot{\mathbf{x}}$. Le découpage de ce vecteur entre des termes relatifs à la trajectoire d'une part et des termes de posture d'autre part, présenté à l'équation (5.9), a conduit à mettre en place une nouvelle approche de la résolution du modèle cinématique inverse pour la commande.

❑ L'approche proposée et retenue pour la commande de robots mobiles hybrides reconfigurables repose essentiellement sur un découplage de la trajectoire et de la posture. La résolution détaillée de cette approche est présentée dans la section suivante.

5.2.2 Commande découplée par inversion du modèle cinématique

La méthode proposée dans cette étude pour résoudre le modèle cinématique inverse consiste en un découplage du système (5.1) dont chaque partie est ensuite résolue successivement. L'idée de départ de ce découplage original est issue de la volonté d'isoler les termes agissant sur la trajectoire de ceux relatifs à la posture du robot pour pouvoir agir séparément sur ces éléments. La vitesse désirée $\dot{\mathbf{x}}$, variable d'entrée du modèle cinématique inverse, a ainsi été découplée en un vecteur $\dot{\mathbf{x}}_t$ regroupant les variables liées à la trajectoire, et un vecteur $\dot{\mathbf{x}}_p$ incluant les variables influant sur la posture :

$$\dot{\mathbf{x}}_t = \mathbf{S}_t\,\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{S}_p\,\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \tag{5.9}$$

avec

$$\mathbf{S}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{[3\times 6]} \qquad \mathbf{S}_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{[3\times 6]} \tag{5.10}$$

La résolution du modèle cinématique inverse se déroule en trois étapes traitées consécutivement. Chacune d'elles consiste en la résolution d'un système d'équations issu de la projection de la relation (5.1) suivant un des axes du repère de contact $\mathcal{R}_{C_i}$ dans lequel cette dernière est exprimée. Ces étapes permettent d'en déduire successivement les vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}_i$ du robot conduisant au changement de posture, puis les vitesses de rotation propre de ses roues $\boldsymbol{\omega}$, et enfin les vitesses $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ responsables du changement de direction du véhicule.
Les matrices de sélection $\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}$, $\mathbf{S}_{\boldsymbol{\gamma}}$ et $\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}$ sont alors établies ; elles permettent d'isoler respectivement les variables articulaires relatives à la posture, celles responsables du changement de direction et celles relatives à la rotation des roues :

$$\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbb{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} \mathbb{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n(m-2)\times nm]}$$

$$\mathbf{S}_{\gamma} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n\times nm]} \qquad \mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} \mathbf{0} & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n\times nm]} \tag{5.11}$$

❑ La première étape de cet algorithme de résolution du modèle cinématique inverse consiste à projeter l'équation (5.1) suivant le vecteur normal au terrain $\boldsymbol{n}_i$ de chaque point de contact. Pour ce faire, la matrice de projection $\mathbf{P_n}$ est introduite, permettant d'éliminer les équations appartenant à chaque plan $(\boldsymbol{t}_i, \boldsymbol{l}_i)$.

$$\mathbf{P_n}\,\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; \mathbf{P_n}\,\mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{5.12}$$

avec

$$\mathbf{P_n} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n\times 3n]} \tag{5.13}$$

Grâce à l'utilisation de matrices de sélection définies à la relation (5.11), un découpage du système d'équations de la relation (5.12) est appliqué, permettant d'isoler les différents termes identifiés.

Une fois le découpage de la relation (5.12) réalisé, une analyse de chacun des termes est menée et conduit à éliminer et/ou à négliger certains d'entres eux.
Les termes relatifs à la trajectoire peuvent être considérés comme négligeables pour des angles de roulis et de tangages faibles. Ceux se rapportant à la vitesse de rotation des roues n'ont pas d'effet sur la posture du robot. De plus, l'influence quasi-nulle des vitesses angulaires de l'axe de direction des roues sur le champ des vitesses instantanées du robot conduit à négliger également le terme auquel celles-ci correspondent.

$$\underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_n}\mathbf{L}\mathbf{S}_t{}^t\right)\left(\mathbf{S}_t\dot{\mathbf{x}}\right)}}_{\text{négligeable}} \;+\; \left(\mathbf{P_n}\mathbf{L}\mathbf{S}_p{}^t\right)\left(\mathbf{S}_p\dot{\mathbf{x}}\right) \;+$$
$$\left(\mathbf{P_n}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}{}^t\right)\left(\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}\dot{\mathbf{q}}\right) \;+\; \underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_n}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\gamma}{}^t\right)\left(\mathbf{S}_{\gamma}\dot{\mathbf{q}}\right)}}_{\text{négligeable}} \;+\; \underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_n}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}{}^t\right)\left(\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{q}}\right)}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{0} \tag{5.14}$$

En résumé le modèle cinématique projeté suivant la normale au contact se réduit à la relation (5.15) pour laquelle des changements de variables ont été opérés.

$${}^{\mathbf{n}}\mathbf{L}_p\,\dot{\mathbf{x}}_p \;+\; {}^{\mathbf{n}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0} \tag{5.15}$$

La détermination du vecteur cinématique de posture $\dot{\mathbf{x}}_p$ à partir de ce regroupement d'équation n'est toutefois pas immédiate. En effet, ce système réduit comporte, dans le cas du robot *HyLoS II*, 4 équations à 3 inconnues, traduisant ainsi l'hyperstatisme du véhicule. La résolution de ce système surdéterminé peut être envisagée de différentes façons. L'ajout d'une variable supplémentaire, issue par exemple de la mise en place d'un système différentiel dont la solution technologique a déjà été évoquée aux sections 2.2.1.4 et 3.1.2, est l'une d'elles. Une autre technique de résolution envisageable consiste à éliminer une des équations en prenant par exemple celle qui présente la force normale au contact la plus faible. Une solution numérique à ce problème peut également être trouvée en utilisant la notion de pseudo-inverse (cf. Annexe C.5).

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_p &= -\,{}^{\mathbf{n}}\mathbf{L}_p{}^{+}\,{}^{\mathbf{n}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i \\ &= -\,{}^{\mathbf{n}}\mathbf{L}_p{}^{+}\,{}^{\mathbf{n}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\boldsymbol{\nabla} U \end{aligned} \tag{5.16}$$

où ${}^{\mathbf{n}}\mathbf{L}_p{}^{+}$ désigne la matrice pseudo-inverse de ${}^{\mathbf{n}}\mathbf{L}_p$.

Ainsi les données d'entrée de ce modèle cinématique réduit deviennent le vecteur $\dot{\mathbf{q}}_i$ des vitesses articulaires des pattes du robot. Celui-ci est alors remplacé par le gradient du potentiel $\boldsymbol{\nabla} U$ établi pour agir justement sur la posture du robot. Cette substitution, qui est le cœur de la nouvelle stratégie de commande dont cette étude fait l'objet, est développée postérieurement (cf. Section 5.2.3).

❑ La seconde étape de la résolution du modèle cinématique inverse repose sur la projection de la relation (5.1) suivant chaque axe longitudinal $\boldsymbol{t}_i$ du repère de contact considéré. Une nouvelle fois, une matrice de projection $\mathbf{P_t}$ est employée pour permettre à ce nouveau modèle cinématique réduit d'être établi.

$$\mathbf{P_t}\,\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; \mathbf{P_t}\,\mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{5.17}$$

avec

$$\mathbf{P_t} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n\times 3n]} \tag{5.18}$$

De même que précédemment, un découpage du système d'équations (5.17) est réalisé à l'aide des diverses matrices de sélection (5.11). L'analyse menée conjointement conduit comme auparavant à éliminer les termes relatifs au changement de direction du véhicule pour la même raison qui a amené à les négliger lors de la première étape.

$$\begin{aligned} &\left(\mathbf{P_t}\mathbf{L}\mathbf{S}_t{}^t\right)\left(\mathbf{S}_t\dot{\mathbf{x}}\right) \;+\; \left(\mathbf{P_t}\mathbf{L}\mathbf{S}_p{}^t\right)\left(\mathbf{S}_p\dot{\mathbf{x}}\right) \;+ \\ &\qquad \left(\mathbf{P_t}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}{}^t\right)\left(\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}\dot{\mathbf{q}}\right) \;+\; \underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_t}\mathbf{J}\mathbf{S}_\gamma{}^t\right)\left(\mathbf{S}_\gamma\dot{\mathbf{q}}\right)}}_{\text{négligeable}} \;+\; \left(\mathbf{P_t}\mathbf{J}\mathbf{S}_\omega{}^t\right)\left(\mathbf{S}_\omega\dot{\mathbf{q}}\right) = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{5.19}$$

Après simplification, le système est réduit à la relation suivante :

$${}^{\mathbf{t}}\mathbf{L}_t\,\dot{\mathbf{x}}_t \;+\; {}^{\mathbf{t}}\mathbf{L}_p\,\dot{\mathbf{x}}_p \;+\; {}^{\mathbf{t}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i \;+\; {}^{\mathbf{t}}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}}\,\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0} \tag{5.20}$$

La vitesse de rotation des roues est ainsi déterminée en résolvant l'équation (5.21). Dans ce cas, les entrées pour la résolution de cette relation sont le vecteur $\dot{\mathbf{q}}_i$ des vitesses articulaires des pattes du robot et le vecteur complet de contribution du mouvement de la plateforme du robot réparti entre les vecteurs $\dot{\mathbf{x}}_t$ et $\dot{\mathbf{x}}_p$. Tout comme à la première étape, $\dot{\mathbf{q}}_i$ est substitué par le gradient du potentiel $\boldsymbol{\nabla} U$. Le vecteur $\dot{\mathbf{x}}_t$ est imposé par la trajectoire à suivre et $\dot{\mathbf{x}}_p$ est directement issu du calcul de la première étape.

$$\boldsymbol{\omega} = -\,{}^{\mathbf{t}}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\omega}}{}^{-1}\left({}^{\mathbf{t}}\mathbf{L}_t\,\dot{\mathbf{x}}_t \;+\; {}^{\mathbf{t}}\mathbf{L}_p\,\dot{\mathbf{x}}_p \;+\; {}^{\mathbf{t}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i\right) \tag{5.21}$$

❑ La dernière étape de cet algorithme de résolution du modèle cinématique inverse pourrait correspondre, comme précédemment, à la projection de la relation (5.1) suivant chaque axe latéral $\boldsymbol{l}_i$ du repère de contact $\mathcal{R}_{C_i}$ associé :

$$\mathbf{P_l}\,\mathbf{L}\,\dot{\mathbf{x}} \;+\; \mathbf{P_l}\,\mathbf{J}\,\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{5.22}$$

avec

$$\mathbf{P_l} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}_{[n\times 3n]} \tag{5.23}$$

Cependant les simplifications apportées à cette relation conduisent à éliminer les termes relatifs à la cinématique de l'axe des roues qui ont une composante nulle dans la direction latérale du repère de contact, et à négliger les vitesses angulaires de l'axe de direction des roues compte-tenu, une nouvelle fois, de leur influence sur le champ des vitesses instantanées du robot.

$$\begin{aligned}\left(\mathbf{P_l}\mathbf{L}\mathbf{S}_t{}^t\right)\,\left(\mathbf{S}_t\dot{\mathbf{x}}\right) \;+\; \left(\mathbf{P_l}\mathbf{L}\mathbf{S}_p{}^t\right)\,\left(\mathbf{S}_p\dot{\mathbf{x}}\right) \;+ \\ \left(\mathbf{P_l}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}{}^t\right)\,\left(\mathbf{S}_{\mathbf{q}_i}\dot{\mathbf{q}}\right) \;+\; \underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_l}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\boldsymbol{\gamma}}{}^t\right)\,\left(\mathbf{S}_{\boldsymbol{\gamma}}\dot{\mathbf{q}}\right)}}_{\text{négligeable}} \;+\; \underbrace{\cancel{\left(\mathbf{P_l}\mathbf{J}\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}{}^t\right)\,\left(\mathbf{S}_{\boldsymbol{\omega}}\dot{\mathbf{q}}\right)}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{0}\end{aligned} \tag{5.24}$$

soit,

$${}^{\mathbf{l}}\mathbf{L}_t\,\dot{\mathbf{x}}_t \;+\; {}^{\mathbf{l}}\mathbf{L}_p\,\dot{\mathbf{x}}_p \;+\; {}^{\mathbf{l}}\mathbf{J}_{\mathbf{q}_i}\,\dot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{0} \tag{5.25}$$

La relation (5.25), obtenue après simplification, ne permet donc pas de déterminer directement les vitesses de changement de direction $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$, nécessaires à l'obtention du vecteur complet des vitesses articulaires désirées $\dot{\mathbf{q}}_d$.

Ces vitesses sont alors déduites en résolvant les équations de contraintes de non-holonomie (C.N.H.). Celles-ci conduisent à l'expression analytique des angles de direction $\boldsymbol{\gamma}$ compatibles en fonction des paramètres de vitesses opérationnelles et articulaires :

$$\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_i\} \qquad \text{avec} \qquad \tan\gamma_i = \frac{\left({}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} + {}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}\right)\cdot\boldsymbol{y}_P}{\left({}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)} + {}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}\right)\cdot\boldsymbol{x}_P} \tag{5.26}$$

avec ${}^P\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_P/\mathcal{R}_0)}$, la contribution des mouvements de la plateforme aux vitesses du point de contact C_i exprimée dans le repère $\mathcal{R}_P$ associé à la plateforme, dont l'expression est

donnée à l'équation (3.22) et ${}^{P}\boldsymbol{v}_{(C_i,\mathcal{R}_{A_i}/\mathcal{R}_P)}$, la vitesse du point de contact C_i dans le mouvement de la patte par rapport à la plateforme projetée dans le repère $\mathcal{R}_P$, explicitée par la relation (3.23).

À partir de l'expression (5.26) des angles de direction, un simple correcteur proportionnel sur l'erreur en position des angles de braquage permet ensuite de retrouver les vitesses de changement de direction $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ désirée.

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \{\dot{\gamma}_i\} \qquad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_i = K_\gamma(\gamma_i - \gamma_{i_m}) \tag{5.27}$$

où γ_{i_m} correspond à la mesure courante de l'angle de direction de la $i^{\text{ème}}$ roue du robot, γ_i est la consigne de l'angle de braquage de cette même roue issue de la relation (5.26) précédente et K_γ est un gain proportionnel.

Les relations (5.16), (5.21) et (5.27) établies lors de ces trois étapes amènent à l'écriture du modèle cinématique inverse. La totalité des variables articulaires ($\dot{\mathbf{q}}_i$, $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ et $\boldsymbol{\omega}$) assurant le déplacement du robot imposé par le vecteur de trajectoire $\dot{\mathbf{x}}_t$ tout en respectant les changements de posture éventuels, est ainsi déterminée.

L'ensemble de cette approche est résumé sur un schéma synoptique de la commande, proposé à la figure 5.2. Celui-ci donne une vue d'ensemble des différentes étapes-clés de cette approche et permet d'en faire la synthèse. Il rend également plus compréhensible le découplage en posture et en trajectoire réalisé pour le contrôle du système.
La section qui suit traite de la définition du terme d'optimisation de posture correspondant au gradient du potentiel $\boldsymbol{\nabla} U$ qui intervient dans la résolution de ce modèle.

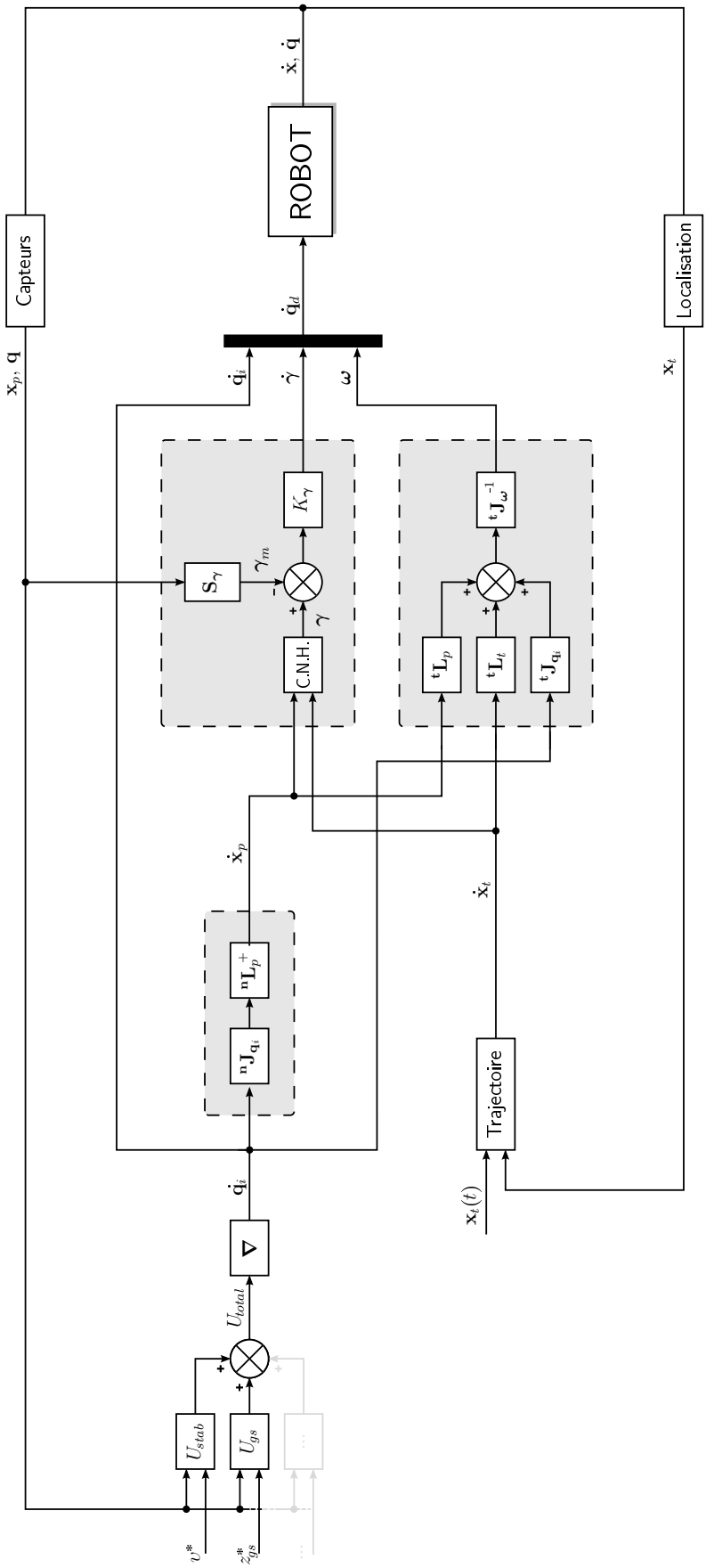


FIG. 5.2 – Synoptique de commande découplée par inversion du modèle cinématique

5.2.3 Définition du terme d'optimisation de gestion de la posture

D'après l'approche proposée, la commande des redondances cinématiques du système étudié est traitée à travers la mise en place du gradient d'un potentiel agissant sur la posture du robot. Ce potentiel est défini en suivant les principes de la méthode des champs de potentiels développée par [Khatib 86] et présentée plus largement à l'annexe A. Ce gradient de fonction potentielle, noté $\boldsymbol{\nabla} U$ de manière générale, a pour objectif, dans cette étude, d'influer sur la posture du robot en modifiant les valeurs articulaires correspondantes, de façon à satisfaire au mieux les conditions fixées par la fonction potentielle associée. En cela, il correspond à un terme d'optimisation de posture.

Comme exposé précédemment, la fonction potentielle globale U dont le gradient est calculé, résulte de la somme de fonctions dérivant d'un potentiel et pouvant être de nature répulsive ou attractive.

La régulation de posture mise en place dans cette stratégie de commande du robot est construite autour du maintien de la stabilité du véhicule. Les mobilités internes du robot sont donc mises à contribution pour assurer son intégrité au cours de ses déplacements sur des terrains naturels. Les sections suivantes présentent les différentes fonctions définies pour assurer ce contrôle.

5.2.3.1 Fonction potentielle relative au contrôle de la stabilité

La problématique de la conservation de la stabilité d'un système locomoteur tout-terrain est traitée par une fonction potentielle répulsive. Sa définition, donnée à la section A.2.1, permet d'obtenir l'effet recherché pour la gestion de posture du robot, à savoir d'opérer que lorsque la stabilité du véhicule se trouve menacée.

La stabilité du robot qui est donc évaluée s'appuie sur la marge de stabilité de Papadopoulos et Rey, établie précédemment à l'équation (4.15) [Papadopoulos 96]. Toutefois, le potentiel défini devant être continu et dérivable, la fonction potentielle relative au maintien de la stabilité ne découle pas directement de la marge de stabilité telle qu'elle est définie par Papadopoulos et Rey ; en fait, c'est la mise en place d'un potentiel répulsif pour chaque axe potentiel de basculement du système qui est utilisée. Ces potentiels sont définis par rapport à la mesure de l'angle de basculement relativement à l'axe considéré. La fonction potentielle relative à la stabilité, U_{stab} résulte alors de la somme des actions de chacune de ces fonctions.
L'expression mathématique de la fonction potentielle répulsive établie pour assurer le contrôle de la stabilité du système étudié est donnée par les deux équations suivantes :

$$U_{stab}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \ddot{\mathbf{x}}) = \sum_i U_{stab\,i}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \ddot{\mathbf{x}}) \tag{5.28}$$

avec

$$U_{stab\,i}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \ddot{\mathbf{x}}) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\, k_{stab} \left(\dfrac{1}{\upsilon_i(\mathbf{q}, \mathbf{x}, \ddot{\mathbf{x}})} - \dfrac{1}{\upsilon^*} \right)^2 & \text{pour} \quad \upsilon_i \leqslant \upsilon^* \\ 0 & \text{pour} \quad \upsilon_i > \upsilon^* \end{cases} \tag{5.29}$$

où υ_i est l'angle de basculement associé au $i^{\text{ème}}$ axe de basculement et υ^* est la mesure seuil de l'angle de basculement traduisant la limite de stabilité. Il est à noter que cette mesure limite de l'angle de basculement est identique quel que soit l'axe de basculement considéré. k_{stab} correspond à un gain constant. La détermination de l'angle de basculement υ_i est établie à l'équation (4.13) dans le chapitre dédié à l'étude sur l'évaluation de la stabilité des systèmes locomoteurs.

Avec la définition de ce potentiel répulsif relatif à la stabilité, l'angle limite de basculement υ^* indique le seuil de la mesure de la stabilité à partir duquel une force virtuelle issue du potentiel défini précédemment agit sur le robot pour le maintenir dans une posture considérée comme stable. Sa valeur permet de jouer sur la sensibilité du système à réagir à une perturbation. Plus sa valeur est faible, plus grand est l'espace des configurations admissibles dans lequel le robot peut évoluer sans avoir à se reconfigurer. Cependant si la valeur limite de basculement υ^* est trop proche de υ_c, la valeur critique de retournement[1], l'action sur les mobilités internes du robot conduisant à une modification de sa posture peut s'avérer inefficace. Il faut donc fixer une valeur de l'angle limite de basculement υ^* qui soit suffisamment grande pour permettre d'anticiper la régulation de posture du robot, sans toutefois être trop importante pour ne pas limiter la zone de configurations admissibles ne nécessitant pas de modification de posture.

Intuitivement il est facile de se rendre compte que l'action de ce potentiel de maintien de la stabilité tend à abaisser le centre de gravité du robot augmentant ainsi l'angle de basculement υ_i. Cependant l'abaissement du centre de gravité qui correspond à une diminution de la garde au sol du véhicule, conduit à l'obtention d'une posture du robot qui limite son franchissement. C'est pourquoi il est nécessaire d'agir en parallèle sur le robot pour empêcher que sa garde au sol ne soit trop faible. C'est le rôle joué par la fonction qui est présentée dans la section suivante.

5.2.3.2 Fonction potentielle relative au maintien de la garde au sol

La fonction potentielle décrite dans cette section a pour objectif de maintenir le centre de gravité du robot à une distance suffisante du sol afin d'éviter que la plateforme de ce dernier ne rentre en collision avec le terrain. Cette distance, appelée « garde au sol » et notée z_{gs} correspond à l'espace entre la plateforme du robot et le plan moyen de contact. Celle-ci est évaluée à partir de la mesure des angles articulaires de chaque patte du robot et reconstruite en utilisant le modèle géométrique direct. En pratique, la garde au sol peut également être évaluée en utilisant un capteur de distance placé sous la plateforme du robot. En outre, cette méthode présente l'avantage de pouvoir prendre en compte la présence éventuelle de roches (ou toute autre variation géométrique sporadique du terrain) risquant de heurter le châssis.
Son action est à la fois complémentaire et antagoniste à celle de la fonction potentielle liée à la stabilité ; complémentaire parce que, sans elle, le robot cherchant à obtenir une

[1]En théorie, υ_c est nul, ce qui correspond au cas où les actions de l'effort total résultant ramené au centre de gravité du robot sont dans le plan passant par l'axe de basculement considéré et le centre de gravité (cf. Figure 4.11)

meilleure stabilité verrait son centre de gravité s'abaisser de plus en plus et antagoniste parce que son effet s'oppose à celui de la fonction potentielle assurant la stabilité.

Dans un premier temps, une fonction potentielle attractive avait été mise en place pour réaliser cette action. Celle-ci contraignait le robot à conserver sa garde au sol proche de sa valeur nominale, notée z_{gs}^0. L'expression mathématique associée à cette fonction est donnée par l'équation suivante,

$$U_{gs}(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} k_{gs} \left(z_{gs}(\mathbf{q}) - z_{gs}^0 \right)^2 \tag{5.30}$$

où z_{gs} représente la mesure de la garde au sol du robot pour une configuration $\mathbf{q}$ donnée et où k_{gs} correspond à un gain positif constant.

Cependant, le fait de choisir la valeur nominale de la garde au sol ou toute autre valeur particulière comme valeur vers laquelle la garde au sol du robot devait tendre, pouvait sembler restrictif et presque arbitraire, bien que, dans le cas de la valeur nominale, cette position présente des avantages dans la transmission des mouvements articulaires. C'est la raison pour laquelle la limitation du véhicule à avoir une garde au sol trop basse, a ensuite été réalisée à l'aide d'une fonction potentielle répulsive.
Selon cette stratégie, une garde au sol limite z_{gs}^*, en dessous de laquelle le système ne doit pas descendre, est déterminée et un potentiel répulsif associé est défini de telle sorte qu'une modification de la posture n'intervienne que lorsque la mesure de la garde au sol z_{gs} est inférieure à sa valeur limite (cf. Équation (5.31)).
Cette réflexion est une illustration de l'adaptabilité de cette méthode.

$$U_{gs}(\mathbf{q}) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_{gs} \left(\frac{1}{z_{gs}(\mathbf{q})} - \frac{1}{z_{gs}^*} \right)^2 & \text{pour} \quad z_{gs} \leqslant z_{gs}^* \\ 0 & \text{pour} \quad z_{gs} > z_{gs}^* \end{cases} \tag{5.31}$$

5.2.3.3 Application du potentiel global défini

Au final, conformément à l'application de la méthode des champs de potentiels, la fonction potentielle globale correspond à la somme de tous les potentiels définis.

$$U(\mathbf{q}) = U_{stab}(\mathbf{q}) + U_{gs}(\mathbf{q}) \tag{5.32}$$

Comme évoqué précédemment, d'autres fonctions peuvent être rajoutées. Par exemple, une fonction optimisant la manœuvrabilité du robot, à travers la minimisation de la valeur de ses angles de chasse δ_{d_i}, peut être mise en place.
De plus il est possible, en jouant sur les gains de chacune des fonctions potentielles, d'établir une priorité entre celles-ci. Dans le cas de cette étude, cette pondération est faite en faveur du potentiel relatif au maintien de la stabilité.

5.3 Simulations pour l'évaluation de la commande

La loi de commande pour la gestion de posture proposée dans le cadre de ces travaux a été évaluée en simulation numérique. Celle-ci a nécessité la mise en œuvre d'importantes ressources. Une première étape de la modélisation du robot, de son environnement et de sa commande associée a été réalisée avec le logiciel de calcul numérique Matlab™. Le simulateur cinématique qui en a résulté a permis de valider le modèle cinématique développé à la section 3.2, ainsi que le découplage posture/trajectoire établi pour la résolution du modèle cinématique inverse (cf. Section 5.2.2) nécessaire à la commande de gestion de posture mise en place.

Une modélisation dans un environnement dynamique a ensuite été établie à l'aide du logiciel de simulation de systèmes mécaniques MSC.ADAMS™ et a conduit aux simulations qui sont présentées ci-après. Compte-tenu de la complexité des calculs requis par la loi de commande développée, une bibliothèque de calculs permettant la réalisation de la commande du robot a été développée. Cette bibliothèque écrite en langage C, une fois compilée, est chargée au lancement du logiciel MSC.ADAMS™.

5.3.1 Simulation « canonique » : Cas d'une pente simple

L'objectif de la simulation présentée dans cette section est d'observer et de valider le principe de fonctionnement de la loi de commande adoptée pour la gestion de posture du robot *HyLoS II*. Pour cela, la géométrie du terrain et la trajectoire imposée au robot ont été choisies afin de réduire le nombre de paramètres influents, l'objectif étant de mettre en évidence les effets de cette commande sur les changements de configuration du système. De ce fait, cette simulation « canonique » met en scène un robot évoluant en ligne droite à la vitesse de 0,6 m/s ($\dot{\mathbf{x}}_t = (0{,}6\ \ 0\ \ 0)^t$) sur un terrain constitué de deux zones planes horizontales de départ et d'arrivée et d'une pente présentant une inclinaison d'environ 34° (0,59 rad). La figure 5.3 en est l'illustration et présente les positions successives du robot lors de son évolution au cours de cette simulation.
L'angle limite de basculement υ^* choisi pour la fonction potentielle relative à la stabilité est fixé à 0,6 rad et la garde au sol limite z_{gs}^* – en dessous de laquelle le robot ne doit pas descendre – est de 0,18 m.

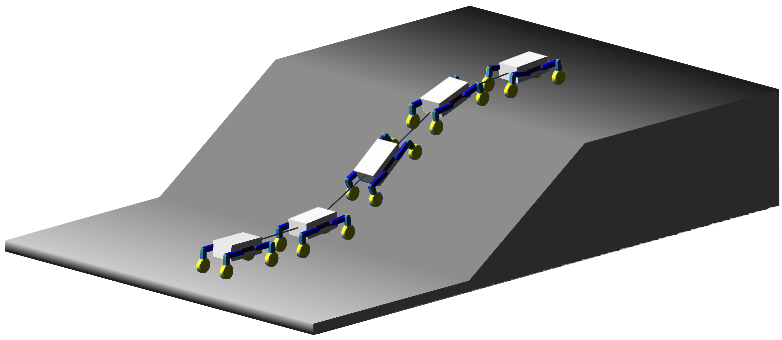


FIG. 5.3 – Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation « canonique »

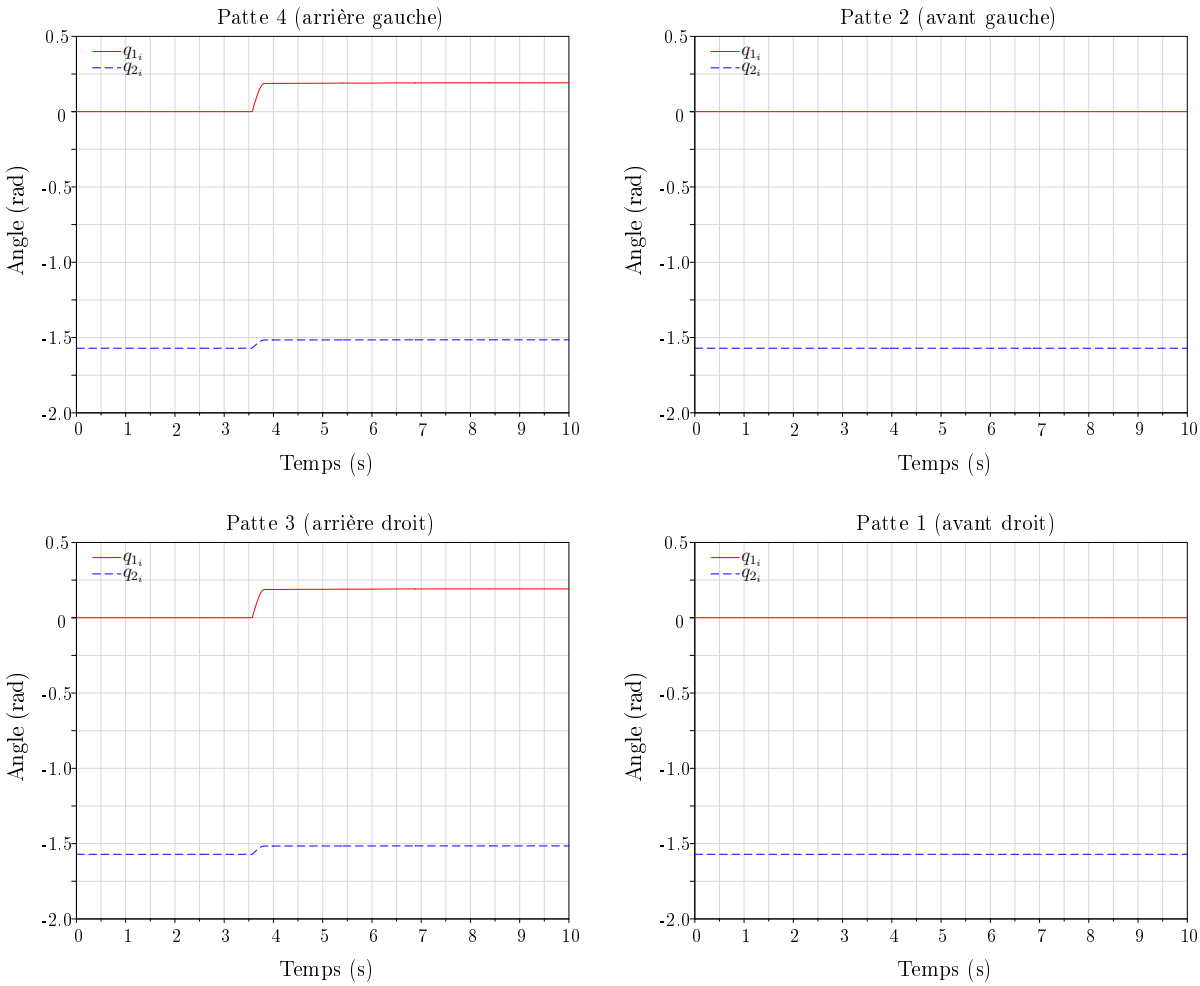


FIG. 5.4 – Évolution des positions articulaires (q_{1_i} et q_{2_i}) des pattes du robot

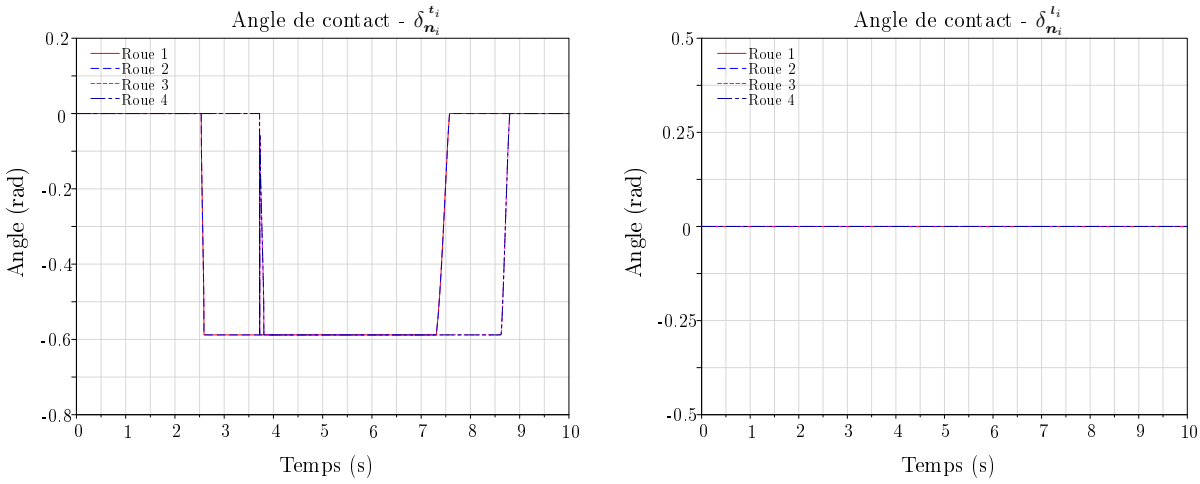


FIG. 5.5 – Évolution des angles de contact exprimés dans le repère global $\mathcal{R}_0$

La configuration posturale initiale du robot correspond à la configuration nominale pour laquelle les q_{1_i} sont nuls et les q_{2_i} valent $-\frac{\pi}{2}$ rad. La figure 5.4 permet d'observer l'évolution de chacune des huit variables articulaires évoquées précédemment. Compte-tenu de la trajectoire rectiligne imposée, l'angle de braquage de l'axe de direction de chaque roue n'est pas sollicité. L'évolution au cours de la simulation de la variable articulaire q_{3_i} correspondant à cet angle n'est donc pas présentée.
Les évolutions de la garde au sol et de la marge de stabilité du robot, évaluées tout au long de la simulation, sont proposées respectivement aux figures 5.6 et 5.7.

Lorsque le robot entame le franchissement de la pente – vers 2,5 s du temps de simulation (comme le montre l'évolution des angles des normales au contact présentée à la figure 5.5) – l'orientation de la plateforme du robot évolue en conséquence : dans le cas présent, l'angle de tangage du robot augmente. Cette modification de la posture générale du véhicule se traduit par une évolution des angles de basculement du robot, notamment par une diminution de l'angle de basculement de l'axe arrière (celui reliant les pattes 3 et 4) et par une augmentation de celui de l'axe avant (celui reliant les pattes 1 et 2).
Compte-tenu du fait que, comme pour tous les véhicules classiques, l'empattement du robot est supérieur à sa voie, les angles de basculement, tels qu'ils ont été définis (cf. Figure 4.11), sont, sur un terrain plat et horizontal, plus faibles pour les axes latéraux que pour ceux de l'avant et de l'arrière ; ceci corrobore le fait que les véhicules sont plus sensibles au retournement latéral qu'à des retournements par l'avant ou par l'arrière. L'attaque frontale de l'ascension de cette pente par le robot impose des variations des angles de basculement, uniquement pour les axes avant et arrière.
La diminution de la marge de stabilité, déterminée comme étant le minimum des quatre angles de basculement, correspond ainsi au moment où l'angle de basculement arrière devient plus faible que ceux des axes de retournement latéraux, ce qui intervient après 3,5 s de simulation (cf. Figure 5.7).

Dans le cas où aucun contrôle de la posture n'est assuré, la marge de stabilité du robot décroît au-delà de la marge de stabilité limite υ^*, fixée à 0,6 rad, en deçà de laquelle la stabilité du robot est jugée critique. Celle-ci se stabilise aux environs de 0,5 rad lorsque les roues arrières du robot viennent à leur tour à s'engager dans la pente. À partir de là, plus aucune variation d'orientation de la plateforme n'a lieu, jusqu'à ce que les roues avant arrivent à la fin de la pente vers 7 s, entraînant alors un retour progressif vers l'état postural initial du robot.

En revanche, lorsque le contrôle de posture est activé, le comportement du robot est identique au cas précédent, jusqu'à ce que la marge de stabilité du véhicule atteigne la valeur de la marge de stabilité critique. À cet instant, qui se situe un peu après 3,5 secondes de simulation (cf. Figure 5.7), une correction de posture est engagée comme le montrent les courbes d'évolution des positions angulaires des articulations du robot, présentées à la figure 5.4.
Comme attendu, dès que la marge de stabilité devient inférieure à la marge de stabilité critique, un champ de potentiel est créé (cf. Figure 5.8) et conduit à une modification de la posture en agissant sur les articulations du robot, ce qui permet de contenir la perte de la stabilité engendrée par le franchissement de la pente. Le temps que dure l'action du potentiel (près de 0,3 s) tient au fait que le robot ne s'est pas encore complètement

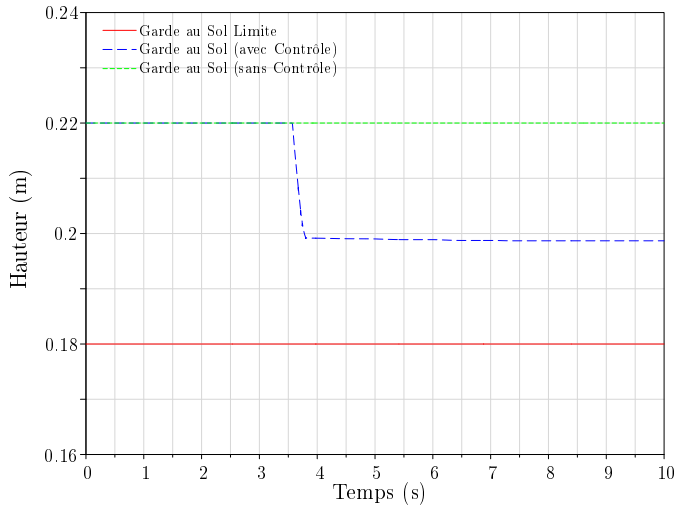


FIG. 5.6 – Évolution de la garde au sol

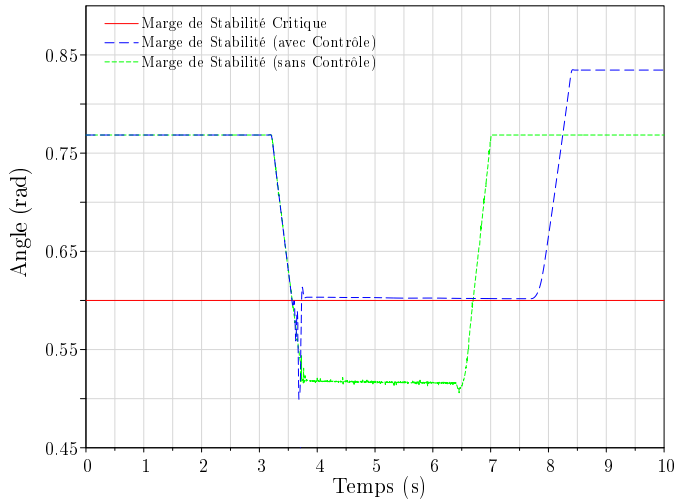


FIG. 5.7 – Évolution de la marge de stabilité

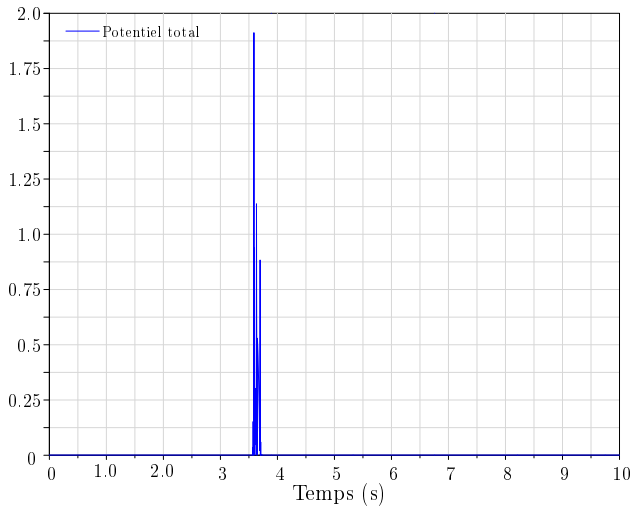


FIG. 5.8 – Évolution du potentiel total au cours de la simulation

engagé dans la pente, ce qui entraîne une évolution de l'orientation du véhicule. Mais une fois que les quatre roues de celui-ci se trouvent dans la montée, l'inclinaison de la plateforme ne varie plus ; le potentiel associé tend à se stabiliser et s'annule une fois que la reconfiguration du robot conduit à ramener la marge de stabilité juste au-dessus de la limite critique de la stabilité.
Aux alentours de la $7^{\text{ème}}$ seconde de simulation, le robot arrive au bout de la pente et voit alors l'inclinaison de sa plateforme s'annuler progressivement. Ainsi la marge de stabilité augmente et s'éloigne de la limite de stabilité sous le seul fait du changement d'inclinaison du terrain. Aucun potentiel n'est créé étant donné que la marge de stabilité et la garde au sol du robot sont supérieures à leurs limites respectives. La nouvelle posture du robot fait que le niveau de la stabilité du robot est différent de celui initial.

La loi de commande a eu l'effet recherché : une modification de la posture du robot a été engagée lorsque les critères d'évaluation mis en place, dans le cas présent les mesures de la garde au sol et de la stabilité, ont indiqué une situation exigeant la reconfiguration du système.

5.3.2 Simulation « réaliste » : Cas d'un terrain naturel

Les termes « simulation » et « réalisme » doivent toujours être associés avec prudence. Une simulation ne retourne des informations réalistes que dans la limite du contexte dans laquelle elle a été établie. La modélisation qui est à la base de la simulation effectuée peut toujours être affinée et s'approcher davantage de la réalité.

La simulation présentée dans cette section rend compte du comportement d'un robot agile – bénéficiant de mobilités internes actives lui permettant de modifier son état postural – effectuant une trajectoire « complexe » sur un terrain naturel accidenté. Elle a pour objectif d'éprouver la loi de commande de gestion de posture du robot en le soumettant à de fortes sollicitations et permettre d'évaluer notamment son efficacité et sa réactivité.

5.3.2.1 Génération de terrain naturel

Outre la mise en place du contrôle de posture dans le simulateur dynamique, cette simulation a nécessité de s'intéresser à la modélisation géométrique de terrains. Il existe un grand nombre de méthodes différentes ou de théories de générations de terrains. La théorie des fractales, l'algorithme de Perlin, la triangulation de Delaunay, l'utilisation des séries de Fourier sont quelques unes de celles-ci. La discussion sur la modélisation numérique de terrains n'ayant pas d'intérêt particulier dans cette étude, ces méthodes n'ont pas fait l'objet d'analyses approfondies.

La représentation de la géométrie du terrain utilisé dans cette étude est un modèle numérique de terrain (MNT) construit à partir d'une carte d'altitude z du sol en fonction des coordonnées (x, y) projetées dans le plan horizontal. Cette méthode, très couramment utilisée, permet de représenter des terrains existants ou virtuels – issus respectivement de données réelles, ou bien générées de manière aléatoire. La carte d'élévation utilisée donnant nécessairement une représentation discrète du terrain, une étape d'interpolation de MNT est requise pour obtenir une représentation continue du terrain utilisé.
La figure 5.9 donne une illustration d'un terrain généré à partir des modèles utilisés, et qui

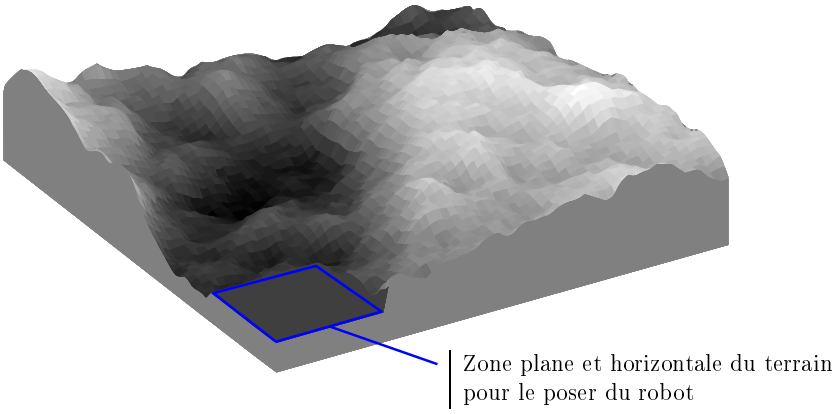
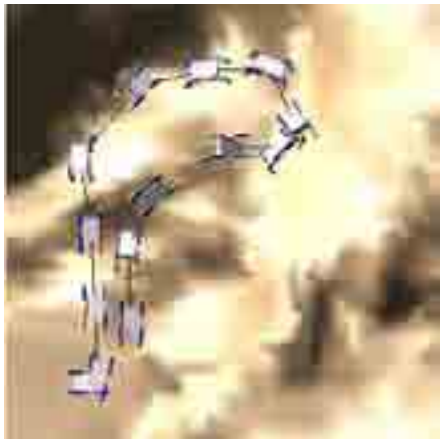


FIG. 5.9 – Exemple de terrain « réaliste » généré par fractale surfacique

est ensuite intégré dans le logiciel de simulation du comportement dynamique du robot. Il est à noter que chaque terrain utilisé comporte pour les besoins de la simulation une zone plane et horizontale permettant l'initialisation des différents paramètres de robot – cette phase s'avère d'ailleurs également nécessaire lors des essais expérimentaux de la plateforme *HyLoS*.

5.3.2.2 Trajectoire « complète »

Une des composantes qui donne du « réalisme » à cette simulation tient au fait que, en plus de l'évolution du robot sur un MNT représentatif d'un environnement naturel, le robot effectue une trajectoire mettant à contribution toutes les liaisons relatives au changement de direction. C'est par cette sollicitation importante des angles de braquage (q_{3_i} – cf. Figure 5.13) que la trajectoire imposée est jugée « complète ».
Il est à noter toutefois qu'aucune commande de suivi de trajectoire n'a été appliquée. Le robot reçoit les données d'entrée du vecteur d'état relatif à la trajectoire $\dot{\mathbf{x}}_t$, sans tenir compte d'un éventuel écart de position par rapport à la trajectoire désirée. De plus la trajectoire considérée ne tient pas compte de l'élévation de terrain et la trajectoire imposée correspond à la trajectoire projetée sur le plan horizontal. Ces considérations expliquent en partie l'écart plus important du robot en position par rapport à la trajectoire désirée lorsque celui-ci se trouve sur une partie du terrain dont l'inclinaison est importante.



Vue de dessus

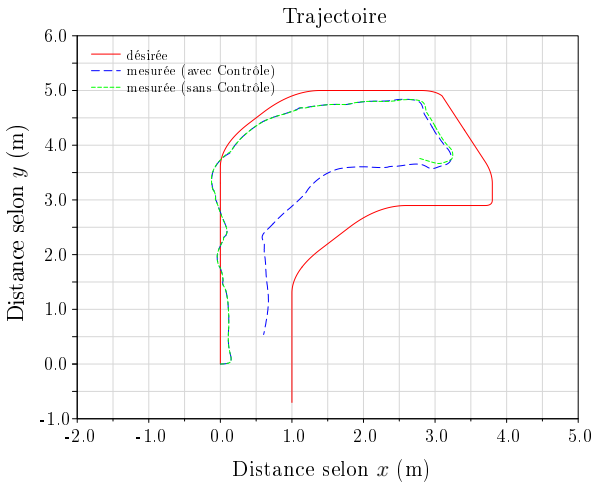


FIG. 5.10 – Trajectoire effectuée par le robot lors de la simulation « réaliste »

5.3.2.3 Résultats

En dehors de la trajectoire désirée, il est nécessaire de préciser également quelques paramètres d'entrée spécifiques à cette simulation. Ainsi, la garde au sol limite z_{gs}^* est fixée à 0,18 m et l'angle limite de basculement υ^* choisi pour l'activation de la fonction potentielle relative à la stabilité est fixé à 0,35 rad, soit environ 20°. Sauf indication particulière, les courbes présentées dans cette section correspondent au cas où le robot bénéficie du contrôle de posture.

(a) Sans contrôle (b) Avec contrôle

FIG. 5.11 – Séquence de mouvements du robot illustrant la simulation « réaliste »

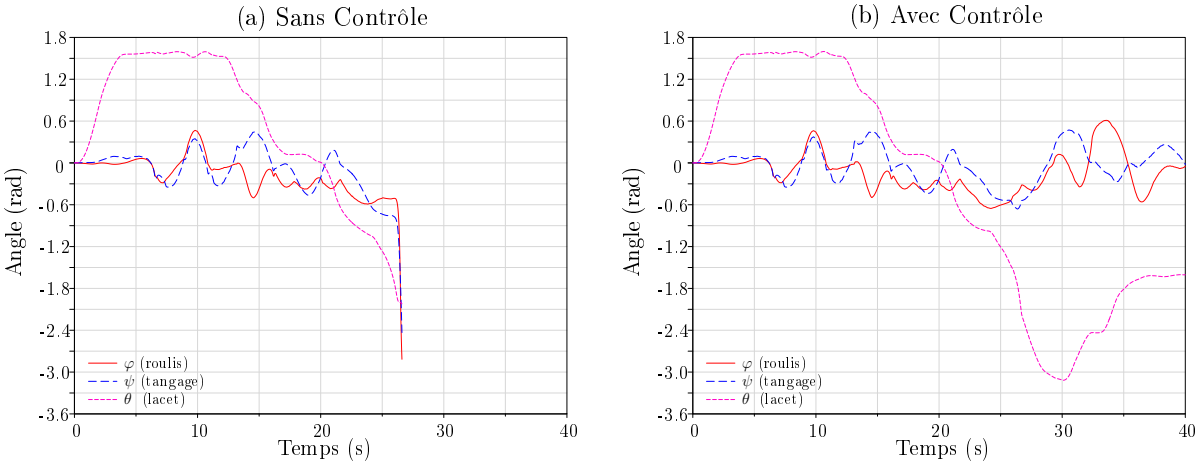


FIG. 5.12 – Évolution des orientations de la plateforme du robot exprimées dans $\mathcal{R}_0$

Le temps simulé est de 40 secondes, ce qui correspond au temps nécessaire au robot pour réaliser la trajectoire désirée. Néanmoins, dans le cas où le contrôle de posture n'est pas activé, compte-tenu du renversement du robot, la simulation est arrêtée aux alentours de la 26ème seconde du temps de simulation, comme le montrent les figures 5.12(a), 5.15 et 5.16.

La figure 5.11 propose un résumé de la simulation « réaliste » en présentant des positions successives du robot dans les cas où le contrôle de posture développé dans le cadre de ces travaux est – ou non – activé. L'un des constats les plus évidents, est que, pour une trajectoire désirée identique, lorsque le robot est dépourvu de la commande de gestion de posture, celui-ci subit un basculement latéral qui entraîne une perte complète de son intégrité alors que, si ce dernier bénéficie du contrôle de posture, sa stabilité est préservée et il peut ainsi mener sa mission d'exploration à terme.

La figure 5.14, représentant l'évolution des angles des normales aux contacts $\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{t}_i}$ et $\delta_{\boldsymbol{n}_i}^{\boldsymbol{l}_i}$ du robot lors de la simulation, permet d'apprécier les importantes sollicitations du robot lors de son évolution sur le terrain fortement accidenté proposé. Les conséquences directes de ces excitations sont des variations importantes de l'inclinaison de la plateforme pour les angles de roulis φ et de tangage ψ (cf. Figure 5.12), qui elles-mêmes entraînent directement une modification de la marge de stabilité du robot (cf. Figure 5.16).

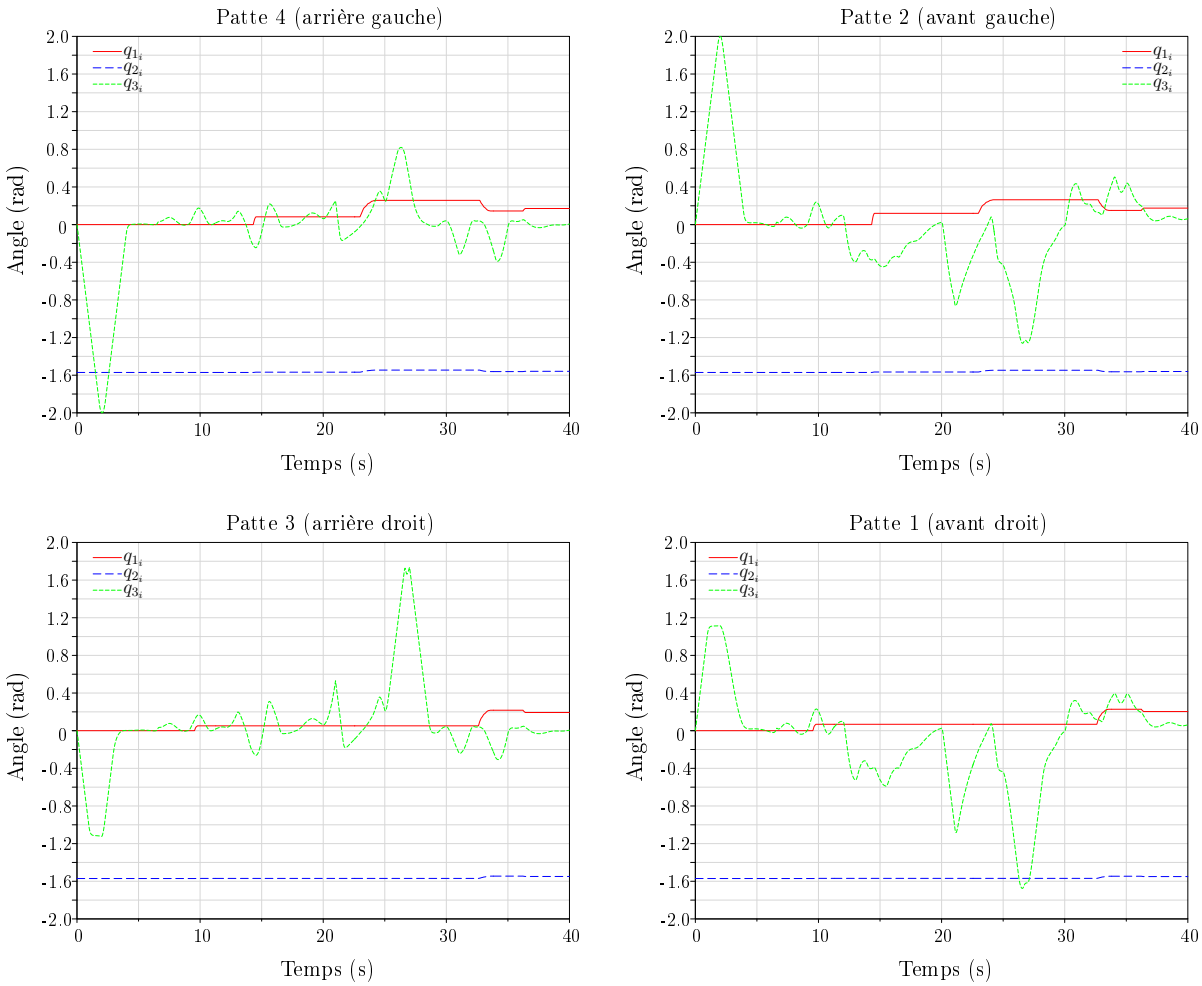


FIG. 5.13 – Évolution des positions articulaires (q_{1_i}, q_{2_i} et q_{3_i}) des pattes du robot

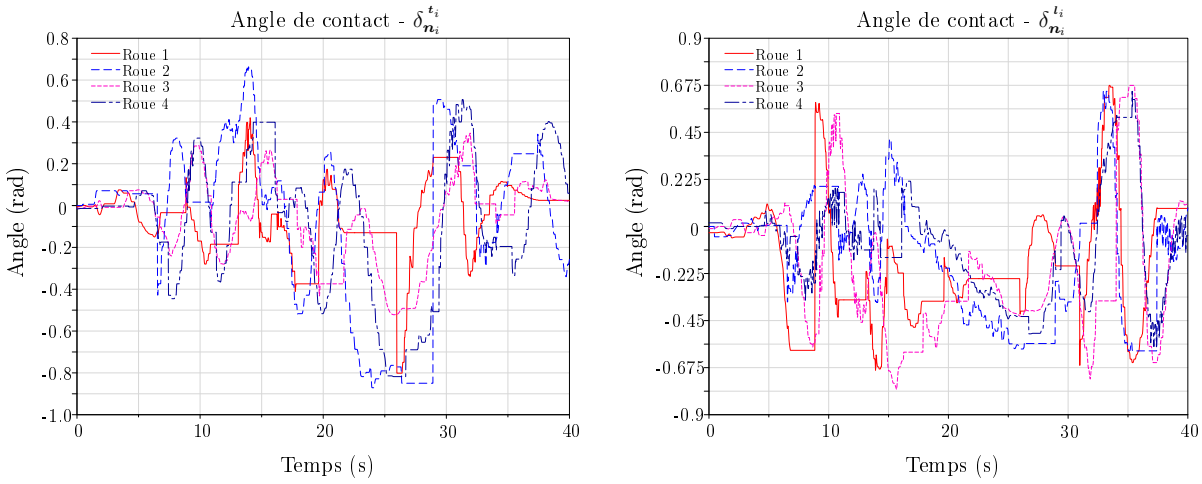


FIG. 5.14 – Évolution des angles de contact exprimés dans le repère global $\mathcal{R}_0$

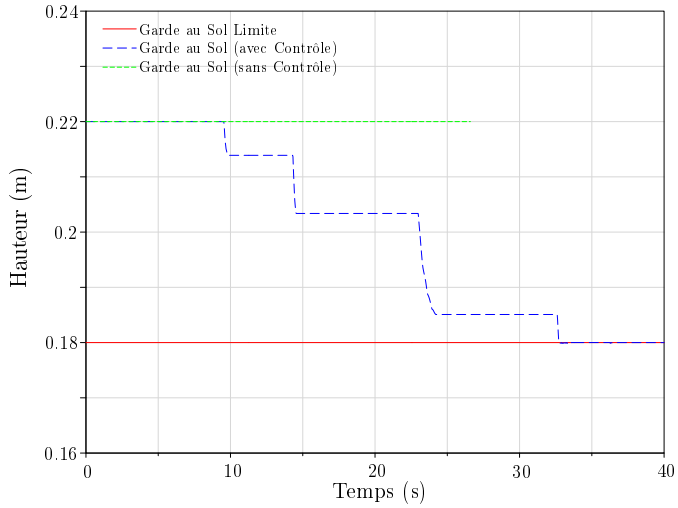


FIG. 5.15 – Évolution de la garde au sol

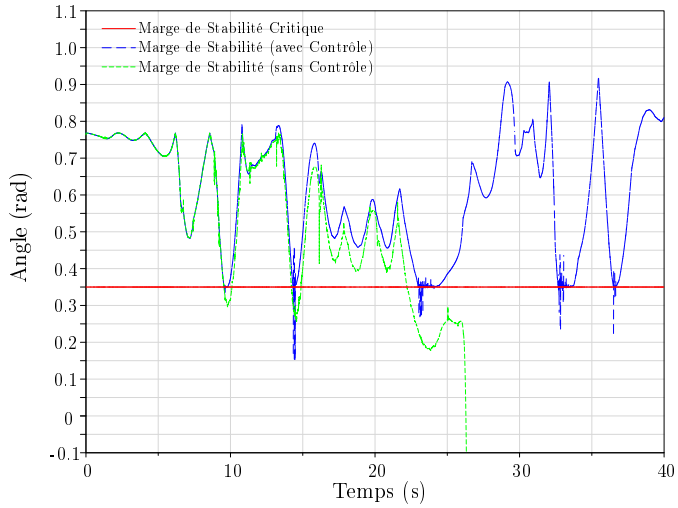


FIG. 5.16 – Évolution de la marge de stabilité

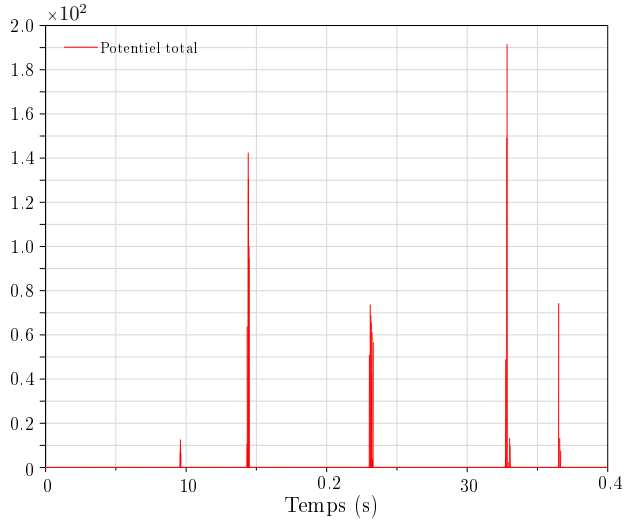


FIG. 5.17 – Évolution du potentiel total au cours de la simulation

Sans revenir sur le principe de fonctionnement du contrôle de posture, détaillé largement dans le cas de la simulation « canonique » (cf. Section 5.3.1), l'analyse conjointe des figures 5.15, 5.16 et 5.17 conduit à comprendre ce qui permet au robot d'assurer son maintien de stabilité lors de son évolution sur le terrain considéré.
La courbe du potentiel proposée à la figure 5.17 correspond à la somme des potentiels relatifs à la stabilité et à la garde au sol. Cette courbe se caractérise par des piques qui coïncident avec les phases où la marge de stabilité devient inférieure à la marge de stabilité critique, correspondant à l'angle de basculement limite ($\upsilon^* = 0{,}35\,\mathrm{rad}$), et où la garde au sol passe sous le seuil de la garde au sol limite ($z_{gs}^* = 0{,}18\,\mathrm{m}$). Le potentiel ainsi généré a pour effet de modifier les positions articulaires des pattes correspondantes dans le sens du maintien de la stabilité et de la garde au sol. Aux mêmes phases de génération du potentiel correspond donc bien une reconfiguration des positions articulaires, comme le montrent les courbes de la figure 5.13.
À la figure 5.16, la courbe de la marge de stabilité du robot sans contrôle montre des dépassements non corrigés par rapport à la marge de stabilité limite allant jusqu'à une marge de stabilité nulle, puis négative qui traduit la limite de basculement, puis le basculement effectif du robot. La courbe de la marge de stabilité du robot avec le contrôle de posture permet d'observer que la stabilité du robot est préservée au cours de toute la simulation. Les quelques dépassements qui apparaissent à chaque phase où la reconfiguration est engagée sont dus aux effets inertiels qui sont pris en compte dans la mesure de la marge de stabilité.

Un autre résultat intéressant de cette simulation est la correction de posture due à l'action simultanée des maintiens de la stabilité et de la garde au sol du robot. En effet, les conservations de la stabilité et de la garde au sol telles qu'elles sont définies ont des actions contraires dans le sens où l'intervention de l'une limite celle de l'autre, comme cela a déjà été présenté lors de la définition du terme d'optimisation de posture à la section 5.2.3.2. Comme cela a été précisé à la section 5.2.3.3, la priorité est donnée à l'action du maintien de la stabilité du robot. Dans cette simulation le rapport des gains de pondération entre la fonction potentielle chargée du maintien de la stabilité et celle relative à la garde au sol est de 5 (respectivement $k_{stab} = 100\ \mathrm{s}^{-1}$ et $k_{gs} = 20\ \mathrm{m}^2.\mathrm{s}^{-1}$). Il est à noter que ces gains n'ont pas la même unité et qu'ils sont réglés de manière empirique. Leur comparaison s'effectue donc en fonction de leur ordre de grandeur relative.
Dans ces conditions, d'après les graphiques des figures 5.15 et 5.16, une solution satisfaisant à ces deux contraintes antagonistes est néanmoins trouvée.

En définitive, cette simulation permet de valider l'efficacité du contrôle de posture pour la préservation de l'intégrité du robot (maintiens de la stabilité et de la garde au sol) lors de l'exécution de sa mission d'exploration d'un environnement naturel accidenté.

Conclusion et Perspectives

Ce mémoire présente une approche originale de la problématique de la locomotion des systèmes autonomes évoluant dans un environnement naturel. Celle-ci s'articule autour de la mise en place d'une commande de l'état postural d'un robot à haute mobilité hybride « roue-patte » permettant d'assurer son intégrité au cours de son évolution sur un terrain accidenté.

Contributions principales

S'appuyant sur l'analyse des systèmes locomoteurs autonomes existants, la conception d'un système mobile tout-terrain prenant en considération les contraintes spécifiques liées à la locomotion en milieu extérieur, a été proposée et a conduit à la réalisation complète du robot *HyLoS II*. Cette plateforme expérimentale à haute mobilité, constituée de quatre ensembles « roue-patte » de 4 *ddl* chacun, soit 16 *ddl* au total, constitue une contribution technologique à la problématique posée.

D'autre part, les mobilités internes intrinsèques aux systèmes étudiés permettent de mettre en place des commandes des mouvements du robot qui améliorent ses capacités d'évolution sur des terrains naturels présentant des pentes et des dévers. La stratégie de commande mise en place dans ces travaux a cherché à assurer la stabilité du robot en limitant les phases de reconfiguration, consommatrices d'énergie. Pour ce faire, une loi de commande originale de gestion de la posture à travers l'action d'une fonction potentielle (issue de la méthode des champs de potentiels) s'appuyant sur une mesure de la stabilité dynamique a été mise en place. Celle-ci permet d'engager une action corrective de l'état postural du système lorsque la stabilité du véhicule est mise en péril, et ceci, sans imposer de posture spécifique prédéterminée.

La commande de mouvements du robot nécessite la modélisation de son système de locomotion de façon à prédire son comportement en boucle fermée. Une modélisation cinématique générale des systèmes mobiles hybrides « roue-patte » a donc été établie et appliquée au robot *HyLoS II*. Mettant à profit les redondances cinématiques liées aux mobilités internes du robot, la loi de commande présentée s'appuie sur l'inversion du modèle découplé. Elle permet d'assurer indépendamment la réalisation de la trajectoire désirée et la gestion de la posture du robot *HyLoS II*.

Outre sa mise en œuvre à proprement parler, ce principe de commande a conduit à déterminer un critère de stabilité fiable et adapté au déplacement sur des terrains naturels d'un système de locomotion reconfigurable. Ce critère de stabilité, qui intègre notamment les effets dynamiques prépondérants subis par le robot au cours de ses déplacements, a été validé et évalué en simulation numérique.

Enfin, le fonctionnement de l'ensemble de ce processus de commande conduisant au comportement désiré du robot a été vérifié et éprouvé à travers la simulation dynamique du robot *HyLoS II* évoluant sur un terrain naturel quelconque et intégrant les différents modèles développés durant ces travaux de thèse. Ce mode de déplacement apporte une contribution originale dans le domaine de la locomotion de systèmes à haute mobilité.

Perspectives

L'implémentation sur le robot *HyLoS II* de la stratégie de commande mise en place durant ces travaux de thèse est en cours et devrait permettre sa validation expérimentale. Les premiers essais expérimentaux ont, d'ores et déjà, conduit à valider un certain nombre de performances attendues : capacités de mouvements internes (espace de travail, vitesse de reconfiguration), capacités de déplacements (plateforme omnidirectielle, vitesse d'avance), puissance des différents actionneurs.

Concernant également le robot *HyLoS II*, une évolution technologique de la plateforme expérimentale peut être envisagée. Celle-ci consiste à intégrer le système différentiel, présenté précédemment à la section 2.2.1.4. La mise en œuvre de cette solution technique, dont plusieurs points de dimensionnement ont déjà été réglés, pourrait assurer l'isostatisme du système et permettre de maintenir, passivement et en permanence, le contact des quatre roues avec le sol. Sur ce point, la solution actuellement mise en place consiste à mesurer le courant dans les actionneurs des vérins pour détecter les phases éventuelles de perte de contact « roue-sol » et d'engager alors une action de reconfiguration des pattes pour recouvrer ce contact.

Au niveau de la stratégie de commande des mouvements du robot, la flexibilité de la méthode des champs de potentiels utilisée permet d'envisager des extensions au comportement du système. Par exemple, une contrainte supplémentaire sur la posture du robot contribuant au maintien de sa manœuvrabilité peut être ajoutée. L'aptitude d'un véhicule à manœuvrer est fortement dépendante de la valeur de ses angles de chasse δ_{d_i} (cf. Figure 3.7) : plus faible est cet angle, meilleure est sa manœuvrabilité. Le contrôle de celle-ci pourrait alors se manifester à travers une fonction potentielle attractive visant à limiter l'augmentation de l'angle de chasse des pattes du robot.

Quant au mode de locomotion mis en place dans cette étude, il est dédié principalement aux déplacements du robot évoluant sur un terrain composé d'une succession de déclivités (longitudinales et/ou latérales) plus ou moins importantes. Toutefois ce mode de locomotion ne permet pas d'adaptation de posture contribuant à l'amélioration du franchissement lorsque la surface du terrain présente des discontinuités de type « marche » dont

la hauteur est supérieure au rayon des roues. Pour étendre les capacités de déplacements des systèmes étudiés, une stratégie de franchissement adaptée à ce type d'environnement consiste à implémenter un comportement en admittance sur chaque patte du robot. Ceci revient à obtenir simultanément un mouvement de recul et un mouvement vertical pour chaque patte en contact frontal avec un obstacle. La compliance naturelle des pattes du robot *HyLoS II*, due à la réversibilité des actionneurs, favorise la mise en œuvre de ce comportement.

Faisant appel à une toute autre approche, l'amélioration des capacités de franchissement peut être envisagée par une méthode d'apprentissage, qui est d'ailleurs déjà utilisée dans le cadre de certains travaux menés au sein de l'équipe SIMA de l'ISIR. Le principe de cette méthode s'appuie sur une approche évolutionniste : à partir de l'évaluation de critères pertinents (par exemple maximisation de la capacité de franchissement, minimisation de la consommation énergétique), les comportements du robot se déplaçant sur des terrains naturels sont évalués et classés. Les comportements les moins efficaces sont rejetés, alors que les meilleurs sont croisés et réévalués. Les générations successives de comportements conduisent le robot à améliorer ses capacités de franchissement. Le comportement retenu le conduit à coordonner ses mouvements pour lui permettre de se déplacer sur des terrains naturels en s'adaptant aux difficultés rencontrées liées à l'environnement, sans avoir établi au préalable un mode de locomotion adapté au terrain. Selon cette approche, les modes de locomotion, tels qu'ils sont décrits dans ce mémoire, sont, en quelque sorte, fusionnés.

Bibliographie

[Alexander 92] R.M. Alexander. *Mechanics of Animal Locomotion.* Advances in Comparative and Environmental Physiology, 1992.

[Andrade 98] G. Andrade, F. BenAmar, P. Bidaud and R. Chatila. *Modeling Robot-Soil Interaction for Planetary Rover Motion Control.* In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'98, vol. 1, pages 576–581, Victoria, B.C., Canada, October 1998.

[Apostolopoulos 00] D. Apostolopoulos, M.D. Wagner, B. Shamah, L. Pedersen, K. Shillcutt and W.L. Whittaker. *Technology and Field Demonstration of Robotic Search for Antarctic Meteorites.* International Journal of Robotics Research, vol. 19, no. 11, pages 1015–1032, 2000.

[Apostolopoulos 01] Dimitrios S. Apostolopoulos. *Analytical Configuration of Wheeled Robotic Locomotion.* PhD thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, April 2001.

[Baillieul 85] J. Baillieul. *Kinematic programming alternatives for redundant manipulators.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'85, vol. 2, pages 722–728, St Louis, March 1985.

[Barr 81] A.H. Barr. *Superquadrics and Angle-Preserving Transformations.* IEEE Computer Graphics and Applications, vol. 1, pages 11–23, 1981.

[Barraquand 92] J. Barraquand, B. Langlois and J.-C. Latombe. *Numerical Potential Field Techniques for Robot Path Planning.* IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 22, no. 2, pages 224–241, March-April 1992.

[Bekker 69] M.G. Bekker. Introduction to terrain-vehicle systems. 1969.

[Belforte 90] G. Belforte. *Locomotion Solutions for Mobile Robots.* Industrial Robot, vol. 17, no. 4, pages 217–221, 1990.

[Ben-Israel 03] Adi Ben-Israel and Thomas N.E. Greville. Generalized inverses : Theory and applications. - 2nd edition. Springer, 2003. ISBN : 978-0387002934.

[BenAmar 00] F. BenAmar, V. Budanov, P. Bidaud, F. Plumet and G. Andrade. *A high mobility redundantly actuated mini-rover for self adaptation to terrain-characteristics.* In 3rd Int. Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'00, pages 105–112, 2000.

[BenAmar 04] F. BenAmar, Ch. Grand, G. Besseron and F. Plumet. *Performance Evaluation of Locomotion Modes of an Hybrid Wheel-Legged Robot for Self-Adaptation to Ground Conditions.* In 8th ESA Workshop on Advanced Space Technologies for Robotics and Automation, ESA'04, Noordwijk, Pays-Bas, 2004.

[Bluebotics] Bluebotics. *Shrimp III, Mobile platform for Rough Terrain.* `http://www.bluebotics.com/solutions/Shrimp/`.

[Bouloubasis 07] Antonios K. Bouloubasis and Gerard T. McKee. *The Mobility System of the Multi-Tasking Rover (MTR).* In International Conference on Robotics and Automation, ICRA'07, pages 4919–4924, Roma, Italy, April 2007.

[Brackenburry 97] John Brackenburry. *Carterpillar kinematics.* Nature, vol. 390, pages 453–+, December 1997.

[Brackenbury 99] John Brackenbury. *Fast locomotion in caterpillars.* Journal of Insect Physiology, vol. 45, no. 6, pages 525–533, June 1999.

[Campbell 91] S. L. Campbell and C. D. Jr. Meyer. Generalized inverses of linear transformations. Dover Publications, April 1991. ISBN : 978-0486666938.

[Campion 96] G. Campion, G. Bastin and B. D'Andrea-Novel. *Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, pages 47–62, 1996.

[Caracciolo 99] Luca Caracciolo, Alessandro De Luca and Stefano Iannitti. *Trajectory Tracking Control of a Four-wheel Differentially Driven Mobile Robot.* In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics & Automation, ICRA'99, vol. 4, pages 2632–2638, Detroit, Michigan, USA, May 1999.

[Chan 07] Brian Chan, Susan Ji, Catherine Koveal and A. E. Hosoi. *Mechanical Devices for Snail-like Locomotion.* Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 18, pages 111–116, February 2007.

[Chang 86] P.H. Chang. *A Closed-Form Solution for the Control of Manipulators with Kinematic Redundancy.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'86, vol. 3, pages 9–14, San Francisco, April 1986.

[Chun 87] Wendell Chun. *Ground vehicle options.* In SPIE The International Society of Optical Engineering - Mobile robots II, vol. 852, pages 188–194, Cambridge, MA, USA, November 1987.

[Cohen-Tannoudji 73] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu and F. Laloë. Mécanique quantique. Hermann, 1973.

[Collineo] Collineo. *Shrimp IV, Système Robotique à Haute Mobilité.* `http://www.collineo.net/`.

[Dobrolyubov 86] A. I. Dobrolyubov. *The Mechanism of Locomotion of Some Terrestrial Animals by Travelling Waves of Deformation.* Journal of Theoretical Biology, vol. 119, no. 4, pages 457–466, 1986.

[Dobrolyubov 02] A. I. Dobrolyubov and G. Douchy. *Peristaltic Transport as the Travelling Deformation Waves.* Journal of Theoretical Biology, vol. 219, pages 55–61, 2002.

[EDEN] Projet EDEN. *Robotics in Natural Environments.* `http://www.laas.fr/~simon/eden/index.php`.

[Full 93] R. J. Full, K. Earls, M. Wong and R. Caldwell. *Locomotion like a wheel?* Nature, vol. 365, pages 495–+, October 1993.

[Ganz 80] Carl Ganz. Biomechanics an approach to vertebrate biology. 1980.

[Garcia 02a] E. Garcia, J. Estremera and P. Gonzales de Santos. *A Classification of Stability Margins for Walking Robots.* In International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'02, pages 799–808, Paris, France, September 2002. .

[Garcia 02b] E. Garcia, J. Estremera and P. Gonzales de Santos. *A Comparative Study of Stability Margins for Walking Machines.* Robotica, vol. 20, pages 595–606, 2002.

[Ge 02] S.S. Ge and Y.J. Cui. *Dynamic Motion Planning for Mobile Robots Using Potential Field Method.* Autonomous Robots, vol. 13, no. 3, pages 207–222, November 2002.

[Gonzalez 98] P. Gonzalez de Santos, M. A. Jimenez and M. A. Armada. *Dynamic Effects in Statically Stable Walking Machines.* Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 23, no. 1, pages 71–85, September 1998.

[Goswami 99] A. Goswami. *Postural Stability of Biped Robots and the Foot-Rotation Indicator (FRI) Point.* The International Journal of Robotics Research, vol. 18, no. 6, pages 523–533, 1999.

[Grand 04a] Ch. Grand. *Optimisation et Commande des Modes de Déplacements des Systèmes Locomoteurs Hybrides Roue-Patte. Application au Robot Hylos.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), Décembre 2004.

[Grand 04b] Ch. Grand, F. BenAmar, F. Plumet and Ph. Bidaud. *Stability and Traction Optimization of a Reconfigurable Wheel-Legged Robot.* The International Journal of Robotics Research, vol. 23, no. 10-11, pages 1041–1058, October-November 2004. .

[Grand 07a] C. Grand, F. Ben Amar and F. Plumet. *Motion Kinematics Analysis of Wheeled-Legged Rover Over 3D Surface With Posture Adaptation.* In Proceedings of the 12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science, Besançon, France, June 2007.

[Grand 07b] Ch. Grand, Ph. Bidaud and N. Jarrassé. *Innovative concept of unfoldable wheel with an active contact adaptation mechanism.* In 12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science, Besançon, France, June 2007.

[Haddad 98] H. Haddad, M. Khatib, S. Lacroix and R. Chatila. *Reactive Navigation in Outdoor Environments Using Potential Fields.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'98, vol. 2, pages 1232–1237, Leuven, Belgium, May 1998.

[Halme 99] Aarne Halme, Ilkka Leppänen and Sami Salmi. *Development of WorkPartner-Robot - Design of Actuating and Motion Control System.* In 2nd International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'99, Portsmouth, England, September 1999.

[Halme 03] Aarne Halme, Ilkka Leppänen, Jussi Suomela, Sami Ylönen and Ilkka Kettunen. *WorkPartner : Interactive Human-Like Service Robot for Outdoor Applications.* International Journal of Robotics Research, vol. 22, no. 7-8, pages 627–640, July-August 2003.

[Henschel 90] J. R. Henschel. *Spiders wheel to escape.* South African Journal of Science, vol. 86, pages 151–152, 1990.

[Hirose 91] Shigeo Hirose. *Three Basic Types of Locomotion in Mobile Robots.* In International Conference on Advanced Robotics, ICAR'91, vol. 1, pages 12–17, Pisa, Italy, June 1991.

[Hirose 93] Shigeo Hirose. Biologically inspired robots (snake-like locomotors and manipulators). 1993.

[Hirose 98] S. Hirose, H. Tsukagoshi and K. Yoneda. *Normalized Energy Stability Margin : Generalized Stability Criterion for Walking Vehicles.* In International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'01, pages 71–76, Brussels, Belgium, November 1998.

[Hirose 01] S. Hirose, H. Tsukagoshi and K. Yoneda. *Normalized Energy Stability Margin and its Contour of Walking Vehicles on Rough Terrain.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'01, pages 181–186, Seoul, Korea, May 2001. .

[Iagnemma 00] Karl D. Iagnemma, Adam Rzepniewski, Steven Dubowsky, Paolo Pirjanian, Terrance L. Huntsberger and Paul S. Schenker. *Mobile Robot Kinematic Reconfigurability for Rough Terrain.* In SPIE, Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotic Systems, vol. 4196, pages 413–420, October 2000.

[Ifremer-AUV] Ifremer-AUV. *Les robots "grands fonds" dans le monde - Robots autonomes sans câble.* `http://www.ifremer.fr/exploration/engin/robot/liste.htm`.

[Kaneko 04] K. Kaneko, F. Kanehiro, S. Kajita, H. Hirukawa, T. Kawasaki, M. Hirata, K. Akachi and T. Isozumi. *Humanoid robot HRP-2.* In IEEE International

Conference on Robotics and Automation, ICRA'04, vol. 2, pages 1083–1090, May 2004.

[Kang 97] D.O. Kang, Y.J. Lee, S.H. Lee, Y.S. Hong and Z.A. Bien. *A Study On an Adaptive Gait for a Quadruped Walking Robot Under External Forces.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'97, vol. 4, pages 2777–2782, Albuquerque, NM, USA, April 1997.

[Kemurdjian 92] A. Kemurdjian, V. Gromov, V. Mishkinyuk, V. Kucherenko and P. Sologub. *Small Marsokhod Configuration.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'92, vol. 1, pages 165–168, Nice, France, 1992.

[Khalil 86] Wisama Khalil and Jean-François Kleinfinger. *A New Geomtric Notation for Open and Closed-Loop Robots.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'86, vol. 3, pages 1174–1179, April 1986.

[Khalil 99] Wisama Khalil and Étienne Dombre. Modélisation, identification et commande des robots - 2ème Édition. Hermès Science Publications, 1999.

[Khatib 86] Oussama Khatib. *Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots.* The International Journal of Robotics Research, vol. 5, no. 1, pages 90–98, Spring 1986. .

[Khosla 88] P. Khosla and R. Volpe. *Superquadric Artificial Potentials for Obstacle Avoidance and Approach.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'88, vol. 3, pages 1778–1784, Philadelphia, PA, April 1988.

[Klaassen 02] Bernhard Klaassen, Ralf Linnemann, Dirk Spenneberg and Frank Kirchner. *Biomimetic Walking Robot Scorpion : Control and Modeling.* Robotics and Autonomous Systems, vol. 41, no. 2-3, pages 69–76, November 2002.

[Klein 95] Charles A. Klein, Caroline Chu-Jenq and Shamim Ahmed. *A New Formulation of the Extended Jacobian Method and its Use in Mapping Algorithmic Singularities for Kinematically Redundant Manipulators.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 11, no. 1, pages 50–55, 1995.

[Koditschek 87] D.E. Koditschek. *Exact Robot Navigation By Means Of Potential Functions : Some Topological Considerations.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'87, vol. 4, pages 1–6, 1987.

[Lauria 02] M. Lauria, Y. Piguet and R. Siegwart. *Octopus - An Autonomous Wheeled Climbing Robot.* In 5th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'02, pages 315–322, 2002.

[Lauria 03] Michel Lauria. *Nouveaux concepts de locomotion pour véhicules tout-terrain robotisées.* PhD thesis, École Poytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, 2003.

[Lawrence 66] R.F. Lawrence. *New dune spiders (Sparassidae) from the Namib Desert, South West Africa.* vol. 17, pages 1–15, 1966.

[Lenarčič 98] Jadran Lenarčič. *Effective Secondary Task Execution of Redundant Manipulators.* In Cambridge University Press, editeur, Robotica, vol. 16, pages 457–462, July 1998.

[Leppänen 98] I. Leppänen, S. Salmi and A. Halme. *Workpartner, Hut Automation's New Hybrid Walking Machine.* In 1st International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'98, Brussels, Belgium, November 1998.

[Lhomme-Desages 08] Damien Lhomme-Desages. *Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles sur sol naturel.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 2008.

[Liegeois 77] A. Liegeois. *Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms.* IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-7, pages 868–871, 1977.

[Lin 93] B.-S. Lin and S.-M. Song. *Dynamic Modeling, Stability and Energy Efficiency of a Quadrupedal Walking Machine.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'93, vol. 3, pages 367 – 373, May 1993. .

[McGhee 68] R.B. McGhee and A.A. Frank. *On the Stability Properties of Quadruped Creeping Gaits.* Mathematical Bioscience, vol. 3, pages 331–351, 1968.

[McGhee 79] R.B. McGhee and G.I. Iswandhi. *Adaptive Locomotion for a Multilegged Robot Over Rough Terrain.* IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol. SMC-9, pages 176–182, 1979.

[Merminod 00] B. Merminod and Y. Crausaz. *Nouvelle application pour le robot Shrimp,* rapport de projet de diplôme. Rapport technique, ASL-EPFL, 2000. supervisé par T. Estier et R. Piguet.

[Messuri 85] D.A. Messuri and C.A. Klein. *Automatic Body Regulation for Maintaining Stability of a Legged Vehicle During Rough-Terrain Locomotion.* IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-1, no. 3, pages 132–141, September 1985. .

[Michaud 01] Stéphane Michaud. *Mini Shrimp,* rapport de projet de semestre. Rapport technique, ASL-EPFL, 2001. supervisé par M. Lauria et T. Estier.

[Michaud 02] S. Michaud, A. Schneider, R. Bertrand, P. Lamon, R. Siegwart, M. van Winnendael and A. Schiele. *SOLERO : Solar Powered Exploration Rover.* In 7th ESA Workshop on Advanced Space Technologies for Robotics and Automation, ASTRA'02, November 2002.

[Michaud 03] F. Michaud, D. Létourneau, J.-F. Paré, M.-A. Legault, R. Cadrin, M. Arsenault, Y. Bergeron, M.-C. Tremblay, F. Gagnon, M. Millette, P. Lepage, Y. Morin and S. Caron. *Azimut - a Multi-Modal Locomotion Robotic Platform.* In SPIE's 17th Annual International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation, and Controls, 2003.

[Michaud 05] F. Michaud, D. Létourneau, J.-F. Paré, M.-A. Legault, R. Cadrin, M. Arsenault, Y. Bergeron, M.-C. Tremblay, F. Gagnon, M. Millette, P. Lepage, Y. Morin and S. Caron. *Multi-Modal Locomotion Robotic Platform Using Leg-Track-Wheel Articulations.* Autonomous Robots, Special Issue on Unconventional Robotic Mobility, vol. 18, no. 2, pages 137–156, March 2005.

[Moore 20] E. H. Moore. *The Reciprocal of the General Algebraic Matrices.* American Mathematical Society, vol. 26, pages 394–395, 1920.

[Nakamura 87] Yoshihiko Nakamura, Hideo Hanafusa and Tsuneo Yoshikawa. *Task-Priority Based Redundancy Control of Robot Manipulators.* International Journal of Robotics Research, vol. 6, no. 2, pages 3–15, 1987.

[Nakamura 91] Yoshihiko Nakamura. Advanced robotics : Redundancy and optimization. 1991.

[NASA/MER] NASA/MER. *Mars Exploration Rover Mission.* `http://marsrovers.jpl.nasa.gov/home/index.html`.

[Nenchev 92] Dragomir N. Nenchev. *Restricted Jacobian Matrices of Redundant Manipulators in Constrained Motion Tasks.* International Journal of Robotics Research, vol. 11, no. 6, pages 584–597, 1992.

[Newman 79] W.H. Newman and R.F. Sproull. Principles of interactive computer graphics. McGaw Hill, New York, 1979.

[Orin 76] D.E. Orin. *Interactive Control of a Six-legged Vehicle with Optimization of Both Stability and Energy.* PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1976.

[Ostrowski 95] James Patrick Ostrowski. *The Mechanics and Control of Undulatory Robotic LocomotionAzimu.* PhD thesis, California Institute Of Technology, Pasadena, CA, USA, September 1995.

[Papadopoulos 96] E.G. Papadopoulos and D.A. Rey. *A New Measure of Tipover Stability Margin for Mobile Manipulators.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'96, vol. 4, pages 3111–3116, Minneapolis, MN USA, April 1996. .

[Paul 81] R.C.P. Paul. Robot manipulators : Mathematics, programming and control. MIT Press, Cambridge, 1981.

[Penrose 55] Roger Penrose. *A Generalized Inverse for Matrices.* Cambridge Philosophical Society, vol. 51, pages 406–413, 1955.

[Petit Robert 01] Le Petit Robert. Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française. 2001.

[Pieper 68] D.L. Pieper. *The Kinematics of Manipulators under Computer Control.* PhD thesis, Stanford University, 1968.

[Playter 06] R. Playter, M. Buehler and M. Raibert. *BigDog.* In Unmanned Systems Technology VIII, vol. 6230, 2006.

[Rey 97] D.A. Rey and E.G. Papadoupoulos. *On-line Automatic Tipover Prevention for Mobile Manipulators.* In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'97, pages 1273–1278, Grenoble, France, September 1997. .

[Rimon 92] E. Rimon and D.E. Koditschek. *Exact Robot Navigation Using Ariticial Potential Functions.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 8, pages 501–518, October 1992. .

[Roberts 65] L.G. Roberts. Homogeneous matrix representation and manipulation of n-dimensional constructs. MIT Lincoln Lab., May 1965.

[Rollins 98] E. Rollins, J. Luntz, A. Foessel, B. Shamah and W. Whittaker. *Nomad : A Demonstration of the Transforming Chassis.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'98, vol. 1, pages 611–617, Leuven, Belgium, May 1998.

[Sardain 04] Philippe Sardain and Guy Bessonnet. *Forces Acting on a Biped Robot. Center of Pressure - Zero Moment Point.* IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, vol. 34, no. 5, pages 630 – 637, September 2004.

[Shamah 01] Benjamin Shamah, Michael D. Wagner, Stewart Moorehead, James Teza, David Wettergreen and William L. Whittaker. *Steering and Control of a Passively Articulated Robot.* SPIE, Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotics Systems IV, vol. 4571, 2001.

[Shimoda 05] S. Shimoda, Y. Kuroda and K. Iagnemma. *Potential Field Navigation of High Speed Unmanned Ground Vehicles on Uneven Terrain.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'05, pages 2828–2833, Barcelona, Spain, April 2005.

[Siegwart 02] R. Siegwart, P. Lamon, T. Estier, M. Lauria and R. Piguet. *Innovative Design for Wheeled Locomotion in Rough Terrain.* Robotics and Autonomous Systems, vol. 40, pages 151–162, 2002.

[Siegwart 04] Roland Y. Siegwart and Illah Reza Nourbakhsh. Autonomous mobile robots. April 2004. ISBN-13 : 978-0-262-19502-7.

[Spenko 08] M. Spenko, G.C. Haynes, J.A. Saunders, M.R. Cutkosky, A.A. Rizzi, R.J. Full and D.E. Koditschek. *Biologically Inspired Climbing with a Hexapedal Robot.* Journal of Field Robotics, vol. 25, no. 4-5, pages 223–242, April 2008.

[Squyres 04a] S. W. Squyres, R. E. Arvidson and J. F. Bell *et al. The Opportunity Rover's Athena Science Investigation at Meridiani Planum, Mars.* Science, vol. 306, no. 5702, pages 1698 – 1703, December 2004.

[Squyres 04b] S. W. Squyres, R. E. Arvidson and J. F. Bell *et al. The Spirit Rover's Athena Science Investigation at Gusev Crater, Mars.* Science, vol. 305, no. 5685, pages 794 – 799, August 2004.

[Sørensen 03] M.J. Sørensen. *Artificial Potential Field Approach to Path Tracking for a Non-Holonomic Mobile Robot.* In 11th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'03, Rhodes, Greece, 2003. .

[Universalis 07] Encyclopædia Universalis. 2007.

[Vles 07] F. Vles. *Sur les Ondes Pédieuses de Mollusques Reptateurs.* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, vol. 145, pages 276–278, 1907.

[Von Sybel 61] H. Von Sybel. *Increasing of Driving Forces in Terrain Through Push-Walk Process.* In 1st International Conference on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems, ICMSVS'61, Torino, Italy, July 1961.

[Vukobratovic 70] M. Vukobratovic, A.A. Frank and D. Juricic. *On the Stability of Byped Locomotion.* In IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 17, pages 25–36, 1970.

[Walton 90] Michael Walton, Bruce C. Jayne and Albert F. Bennett. *The Energetic Cost of Limbless Locomotion.* Science, vol. 249, pages 524–527, 1990.

[Weisbin 99] R. C. Weisbin, G. Rodriguez, S. P. Schenker, Das H., S. Hayati, T. E. Baumgartner, M. Maimone, I. A. Nesnas and R. A. Volpe. *Autonomous Rover Technology for Mars Sample Return.* In 5th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space, ISAIRAS '99, pages 1–10, Noordwijk, The Netherlands, June 1999.

[Wettergreen 97] D. Wettergreen, M. Bualat, D.A. Christian, K. Schwehr, H. Thomas, D. Tucker and E. Zbinden. *Operating Nomad during the Atacama Desert Trek.* In International Conference on Field and Service Robotics, Canberra, Australia, December 1997.

[Wilcox 07] Brian H. Wilcox, Todd Litwin, Jeff Biesiadecki, Jaret Matthews, Matt Heverly, Jack Morrison, Julie Townsend, Norman Ahmed, Al Sirota and Brian Cooper. *ATHLETE : A Cargo Handling and Manipulation Robot for the Moon.* Journal of Field Robotics, vol. 24, no. 5, pages 421–434, April 2007.

[Wong 78] Jo Yung Wong. Theory of ground vehicles. 1978.

[Ylönen 02] S. Ylönen and A. Halme. *Further Development and Testing of the Hybrid Locomotion of WorkPartner Robot.* In 5th International Conference on Climbing and Walking Robots, CLAWAR'05, Paris, France, 2002.

[Yoneda 96] K. Yoneda and S. Hirose. *Tumble Stability Criterion of Integrated Locomotion and Manipulation.* In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS'96, pages 870–876, 1996. .

[Yoneda 97] K. Yoneda and S. Hirose. *Three-Dimensional Stability Criterion of Integrated Locomotion and Manipulation.* Journal of Robotics and Mechatronics, vol. 9, no. 4, pages 267–274, May 1997.

Annexe A

Méthode des champs de potentiels

Initialement proposée par [Khatib 86] pour l'évitement d'obstacles en temps réel de robots manipulateurs et de robots mobiles, la méthode des champs de potentiels est, depuis quelques années maintenant, largement utilisée pour la commande de robot et la planification de mouvement. Cette méthode bénéficie d'une analyse mathématique assez élégante et d'une relative simplicité de mise en œuvre. Très largement utilisée pour la planification et le suivi de trajectoire de robots, ainsi que pour l'évitement d'obstacles dans des applications de robots manipulateurs et/ou de robots mobiles évoluant sur des sols plats [Khosla 88, Barraquand 92, Ge 02], elle est plus récemment utilisée pour la navigation de robots mobiles en milieu extérieur [Haddad 98, Sørensen 03] pouvant se déplacer à vive allure [Shimoda 05].

A.1 Description de la méthode

Le concept de base de cette méthode réside dans le fait de considérer le robot comme un système isolé soumis à un champ de forces artificielles – un peu à l'image d'une particule chargée sous l'influence d'un champ de potentiels. Ces forces n'ont pas d'origine physique, à l'inverse de la gravité par exemple, mais elles traduisent les caractéristiques de l'environnement dans lequel le système évolue. Elles dérivent directement d'un potentiel qui peut être soit répulsif, soit attractif (cf. Équation (A.3)). À chacune de ces forces est donc associé un potentiel défini selon sa fonction. Partant du principe physique qu'un système tend à se retrouver dans une configuration qui minimise son état énergétique, des fonctions potentielles répulsives U_{rep} sont définies pour éloigner le système des configurations indésirables, pour tenir compte des contraintes alors que des fonctions potentielles attractives U_{att} permettent de s'approcher des configurations désirées, d'atteindre un but.

Le robot est alors soumis à un potentiel global U résultant de la somme de l'ensemble des fonctions potentielles considérées qui lui indique le comportement global souhaité à adopter dans cet environnement donné,

$$U = \sum_{i,j} \left(U_{rep\,i} + U_{att\,j} \right) \tag{A.1}$$

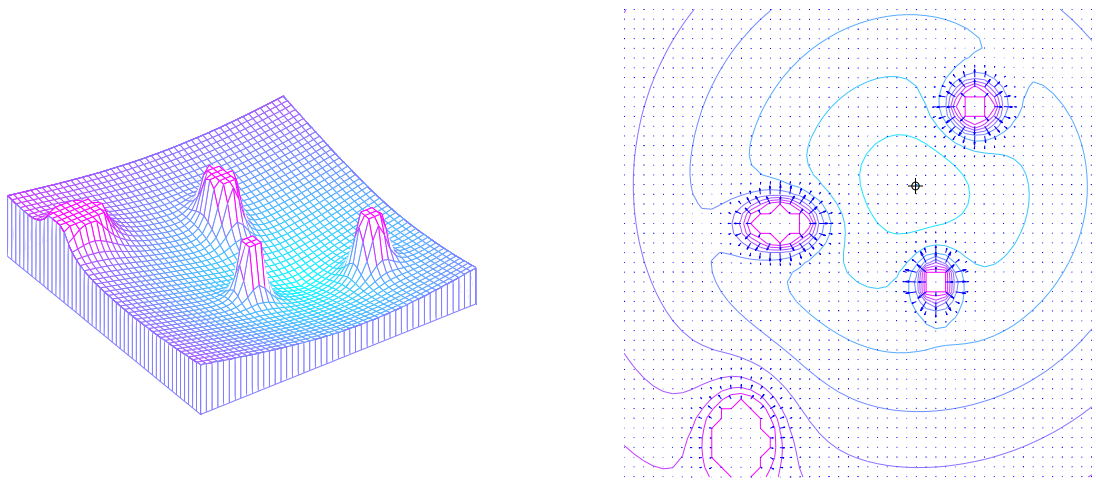
Le champ de forces global F est donc lui aussi défini par la somme des différentes forces artificielles mises en jeu,

$$\boldsymbol{F} = \sum_{i,j} \left(\boldsymbol{F}_{rep\,i} + \boldsymbol{F}_{att\,j} \right) \tag{A.2}$$

avec

$$\boldsymbol{F}_{rep\,i} = -\boldsymbol{\nabla} U_{rep\,i} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{F}_{att\,j} = -\boldsymbol{\nabla} U_{att\,j} \tag{A.3}$$

Par exemple, dans le cas particulier de la navigation avec évitement d'obstacle d'un robot mobile, des fonctions potentielles répulsives sont définies pour signifier la position de ces obstacles, alors qu'une fonction potentielle attractive permet d'indiquer au robot le lieu à atteindre. Le champ potentiel résultant défini dans un espace cartésien permet ainsi d'avoir une représentation du terrain sur lequel évolue le robot et de symboliser les zones à éviter – comme pourrait le signifier la figure A.1 où ⌖, correspondant au potentiel minimum de l'environnement donné, désignerait le point à atteindre. L'exemple où une fonction potentielle répulsive est associée à un obstacle et une fonction potentielle attractive au but à atteindre est souvent considéré compte-tenu du fait qu'il permet de visualiser facilement le problème posé.



Représentation 3D — Champs de forces associé

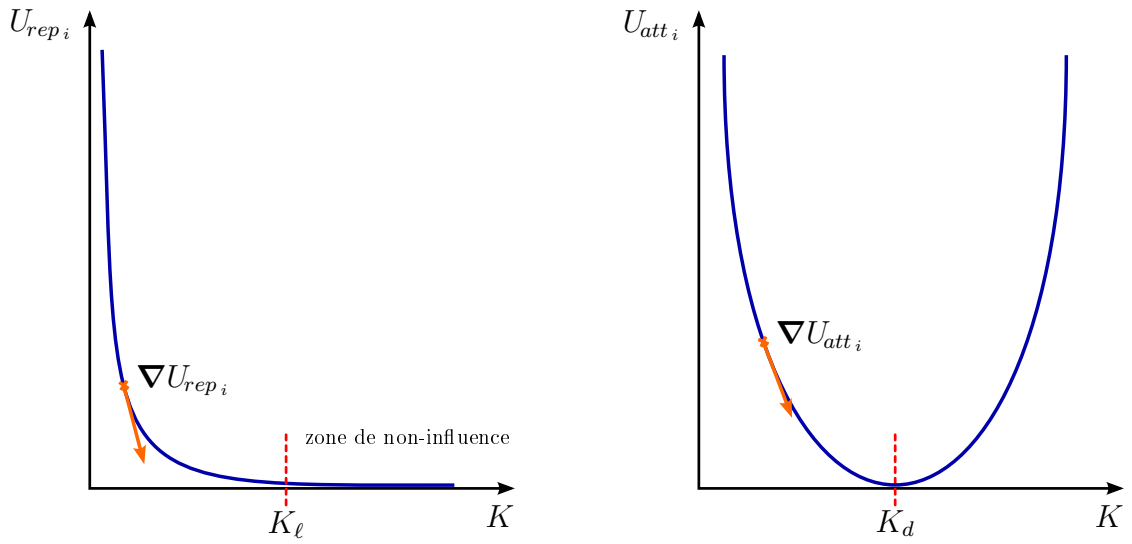
FIG. A.1 – Caractéristiques d'un environnement soumis à plusieurs champs de potentiels

La méthode des champs de potentiels dispose de plusieurs avantages. Sa vitesse d'exécution tout d'abord, est un atout certain – particulièrement pour des systèmes embarqués. Mais c'est surtout sa grande souplesse, son adaptabilité, sa *modelabilité*, ainsi que sa simplicité de mise en œuvre qui présentent de grands intérêts. Cependant, cette méthode

présente aussi quelques inconvénients comme la présence de minima locaux – particulièrement critiques pour les applications de navigation – qui est un problème soulevé dès que cette méthode a été proposée pour la première fois [Koditschek 87, Khosla 88, Rimon 92].

A.2 Définition des fonctions potentielles

Les fonctions potentielles sont donc de deux types : répulsive (cf. Figure A.2(a)) ou attractive (cf. Figure A.2(b)). Avant de définir les fonctions potentielles spécifiques à la commande utilisée ici, chaque type de fonction est présenté de manière générale.



(a) Fonction potentielle répulsive

(b) Fonction potentielle attractive

FIG. A.2 – Illustration des deux types de fonctions potentielles

A.2.1 Fonction potentielle répulsive

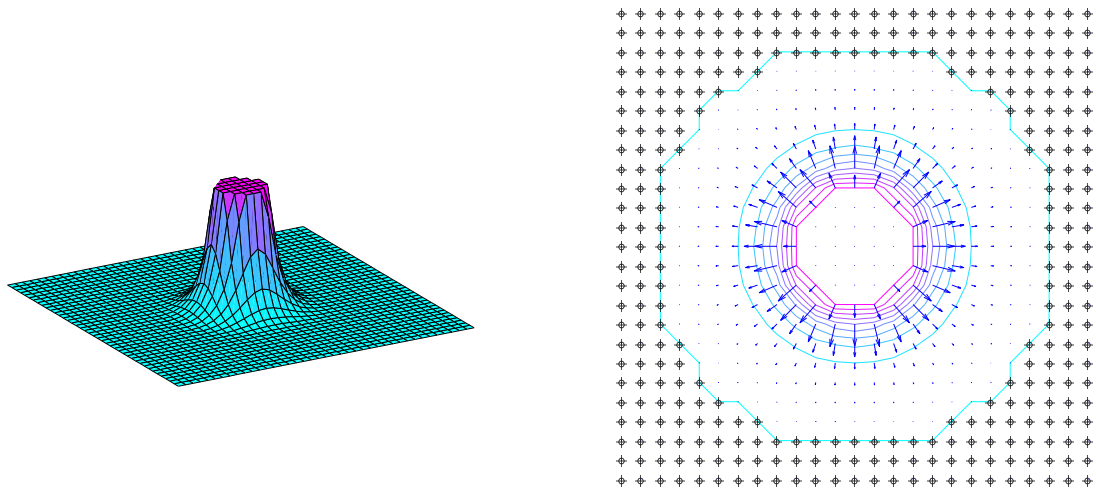
Comme son nom l'indique, ce type de fonction tend à éloigner le système, pour lequel elle est définie, d'une configuration limite indésirable voire critique. À l'image de la figure A.2(a) où elle est illustrée, cette fonction se décompose en deux parties. La première (pour $K > K_\ell$) définit une zone de non-influence où l'action de la fonction est sans effet lorsque le système se trouve dans une configuration au-delà de la configuration limite notée K_ℓ. La deuxième zone (pour $K \leqslant K_\ell$) montre que la fonction tend à ramener le système dans la zone de non-influence avec d'autant plus de force que la configuration du système est inférieure à la configuration limite.
Une fonction potentielle qui vérifie ces deux critères est donc dite répulsive ; son expression mathématique peut alors prendre plusieurs formes. Les différentes expressions de ce type de fonction permettent d'atténuer ou d'accentuer l'effet de répulsion en modifiant l'amplitude ou la croissance de la fonction, et/ou d'influer sur la portée plus ou moins grande de l'effet de la fonction.

La fonction potentielle répulsive la plus couramment rencontrée est la fonction FIRAS pour *Force Induisant une Répulsion Artificielle d'une Surface* définie par Khatib et dont l'expression mathématique est présentée à l'équation suivante [Khatib 86].

$$U_{rep_i}(K) = \begin{cases} \frac{1}{2} A_{rep} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_\ell} \right)^2 & \text{pour} \quad K \leqslant K_\ell \\ 0 & \text{pour} \quad K > K_\ell \end{cases} \tag{A.4}$$

où A_{rep} est un gain positif et K_ℓ traduit la configuration limite à partir de laquelle la fonction répulsive agit sur le système. K représente la configuration courante.
Dans le cas (le plus couramment rencontré) où la fonction répulsive représente un obstacle à éviter, K correspond à la distance la plus courte du système à l'obstacle considéré, tandis que K_ℓ donne la distance minimale à laquelle le robot peut s'approcher sans entraîner de modification de sa trajectoire. L'équation $K = 0$ donne une description géométrique de l'obstacle. Dans ce cas, K est une fonction des variables spatiales qui a déjà fait l'objet de plusieurs travaux [Khatib 86, Khosla 88] qui ne sont pas présentés dans ce mémoire.

La figure A.3 donne une représentation 3D de cette fonction ainsi que le champ de forces associé qui montre bien que, plus le robot s'approche de cette configuration limite, plus la force qui tend à l'en éloigner croît. Il est à noter que les grandes valeurs de potentiel ont été tronquées. Les signes ⌖ présents sur le schéma de représentation du champ de forces correspondent aux minima de la fonction potentielle (« 0 » d'après la définition de la fonction FIRAS définie par l'équation (A.4)). La frontière qui se dessine correspond donc à la valeur de la configuration limite K_ℓ.



Représentation 3D — Champ de forces associé

FIG. A.3 – Caractéristiques d'une fonction potentielle répulsive de type FIRAS

D'autres fonctions telles que celle connue sous le nom de « potentiel de Yukawa », empruntée à la physique [Cohen-Tannoudji 73], vérifie les critères lui permettant d'être utilisée comme une fonction potentielle répulsive (cf. Équation A.5). Ce potentiel est inversement proportionnel à K, décroît vers 0 d'autant plus rapidement que K est grand, et la fonction et sa dérivée sont bien continues.

$$U_{rep_i}(K) = A_{rep}\,\frac{e^{-\alpha K}}{K} \tag{A.5}$$

[Khosla 88] proposent également une fonction répulsive répondant aux exigences posées (cf. Équation (A.6)). Cette fonction s'appuie sur une approche géométrique superquadrique [Barr 81] et présente, de ce fait, des pentes adoucies.

$$U_{rep_i}(K) = \begin{cases} A_{rep}\,e^{-\alpha K^{1+\frac{1}{\alpha}}} & \text{pour} \quad 0 \leqslant K < 1 \\ A_{rep}\,\dfrac{e^{-\alpha K}}{K} & \text{pour} \quad 1 \leqslant K \end{cases} \tag{A.6}$$

Les profils des différentes fonctions potentielles présentées ici sont illustrés par les courbes de la figure A.4, donnant ainsi un aperçu des différences de comportement en terme de portée, de croissance et d'amplitude de l'effet de la fonction sur le robot. La représentation de ces fonctions potentielles correspond aux équations des courbes avec les valeurs suivantes pour les différents paramètres : $A_{rep} = 1$, $\alpha = 1$ et $K_\ell = 2$.

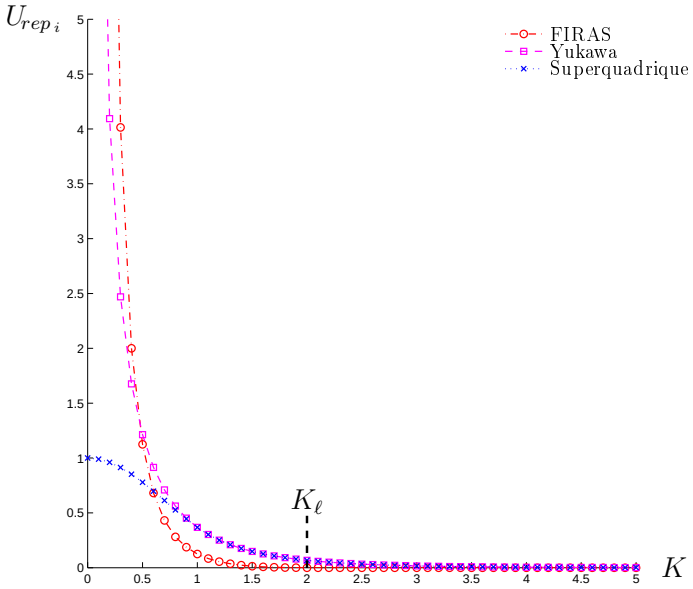
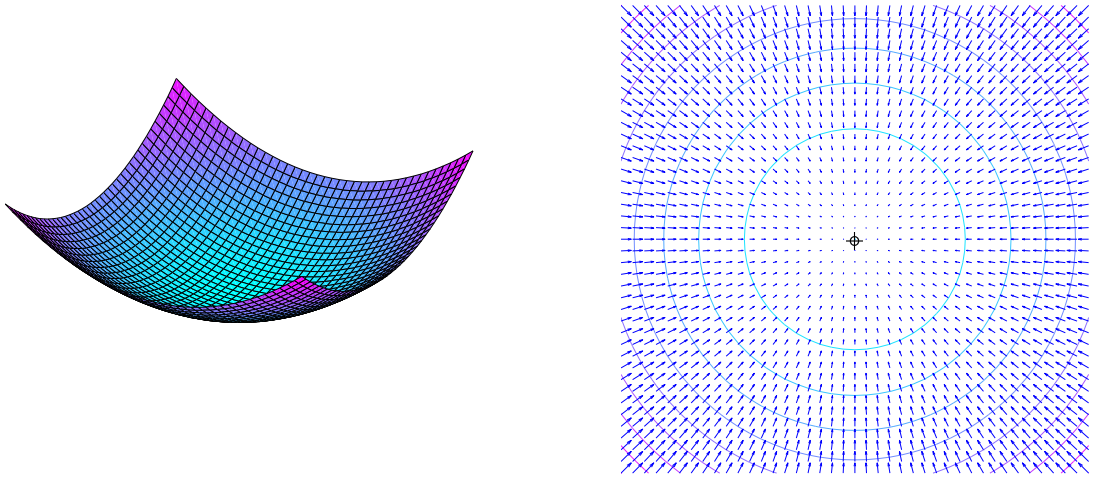


FIG. A.4 – Comparaison de profils de différentes fonctions potentielles répulsives

A.2.2 Fonction potentielle attractive

À l'inverse de la fonction répulsive, l'idée de la fonction potentielle attractive est que le potentiel associé augmente au fur et mesure que le robot s'éloigne de la configuration souhaitée K_d. La forme quadratique, dont l'équation est proposée ci-après, convient généralement bien à ce type de fonction [Khatib 86, Koditschek 87]. Son gradient conduit en effet à une loi de commande linéaire à gain constant et permet de stabiliser le système lorsque la configuration de ce dernier est proche de la configuration recherchée, comme cela est illustré à la figure A.5.



Représentation 3D Champ de forces associé

FIG. A.5 – Caractéristiques d'une fonction potentielle attractive parabolique

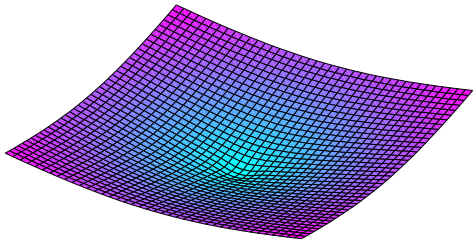
$$U_{att\,j}(K) = \frac{1}{2}\,A_{att}\,(K - K_d)^2 \tag{A.7}$$

L'inconvénient majeur de cette forme mathématique tient au fait que le gradient augmente sans limite lorsque K s'éloigne de K_d. Une solution proposée est d'utiliser une forme hybride présentant un puits conique et parabolique. Celle-ci permet de borner le gradient de la fonction potentielle tout en conservant à la fois son effet lorsque la configuration du robot est très éloignée de la configuration recherchée et l'avantage apporté par la forme quadratique de la fonction précédente.

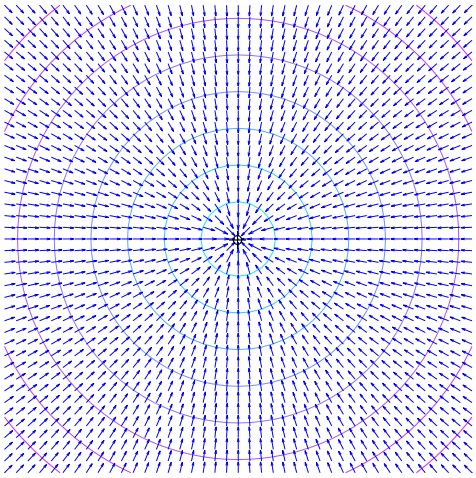
$$U_{att\,j}(K) = \begin{cases} \frac{1}{2}\,A_{att}\,(K - K_d)^2 & \text{pour} \quad K \leqslant d \\ d\,\frac{1}{2}\,A_{att}\,(K - K_d) & \text{pour} \quad K > d \end{cases} \tag{A.8}$$

Cette fonction combine ainsi les avantages de stabilité proche de la configuration désirée apportée par la forme parabolique et de constance du gradient avec la forme conique de la fonction comme le montre la figure A.6.

Néanmoins, la forme quadratique de la fonction potentielle attractive définie précédemment peut, dans certains cas particuliers, présenter un intérêt supérieur par rapport à cette dernière définition ; notamment lorsque le système, initialement proche de la configuration désirée, ne doit pas trop s'en éloigner et doit répondre avec d'autant plus de force et de rapidité qu'il s'en écarte.



Représentation 3D



Champ de forces associé

FIG. A.6 – Caractéristiques d'une fonction potentielle attractive conique-parabolique

Annexe B

Compléments sur le robot *HyLoS II*

B.1 Modèle géométrique réel d'une patte

Les données articulaires traitées dans la modélisation d'une patte du robot *HyLoS II* correspondent aux angles que font les différents éléments de structure entre eux. Comme cela est décrit précédemment à la section 2.2.1.1, l'actionnement des pattes est réalisé par des vérins linéaires. L'objet de cette section est de présenter les relations établissant la correspondance entre les variations angulaires (q_{1i}, q_{2i}) utilisées dans les modèles et les déplacements linéaires des vérins (x_{1i}, x_{2i}). L'analyse de la figure B.1 permet de déterminer ces relations qui dépendent des paramètres structuraux identifiés sur la même figure.

Le modèle géométrique direct de la première liaison donne :

$$q_{1i}(x_{1i}) = \arctan\left(\frac{h_1}{l_1}\right) - \arcsin\left(\frac{{d_1}^2 + {h_1}^2 + {l_1}^2 - x_{1i}^2}{2\, d_1\sqrt{{h_1}^2 + {l_1}^2}}\right) \tag{B.1}$$

et son modèle géométrique inverse s'écrit :

$$x_{1i}(q_{1i}) = \sqrt{{d_1}^2 + {h_1}^2 + {l_1}^2 - 2\, d_1\sqrt{{h_1}^2 + {l_1}^2}\, \sin\left(\arctan\left(\frac{h_1}{l_1}\right) - q_{1i}\right)} \tag{B.2}$$

Le modèle géométrique direct de la deuxième liaison donne :

$$q_{2i}(x_{2i}) = \arcsin\left(\frac{{d_2}^2 + {h_2}^2 + {l_2}^2 - x_{2i}^2}{2\, d_2\sqrt{{h_2}^2 + {l_2}^2}}\right) - \arctan\left(\frac{h_2}{l_2}\right) \tag{B.3}$$

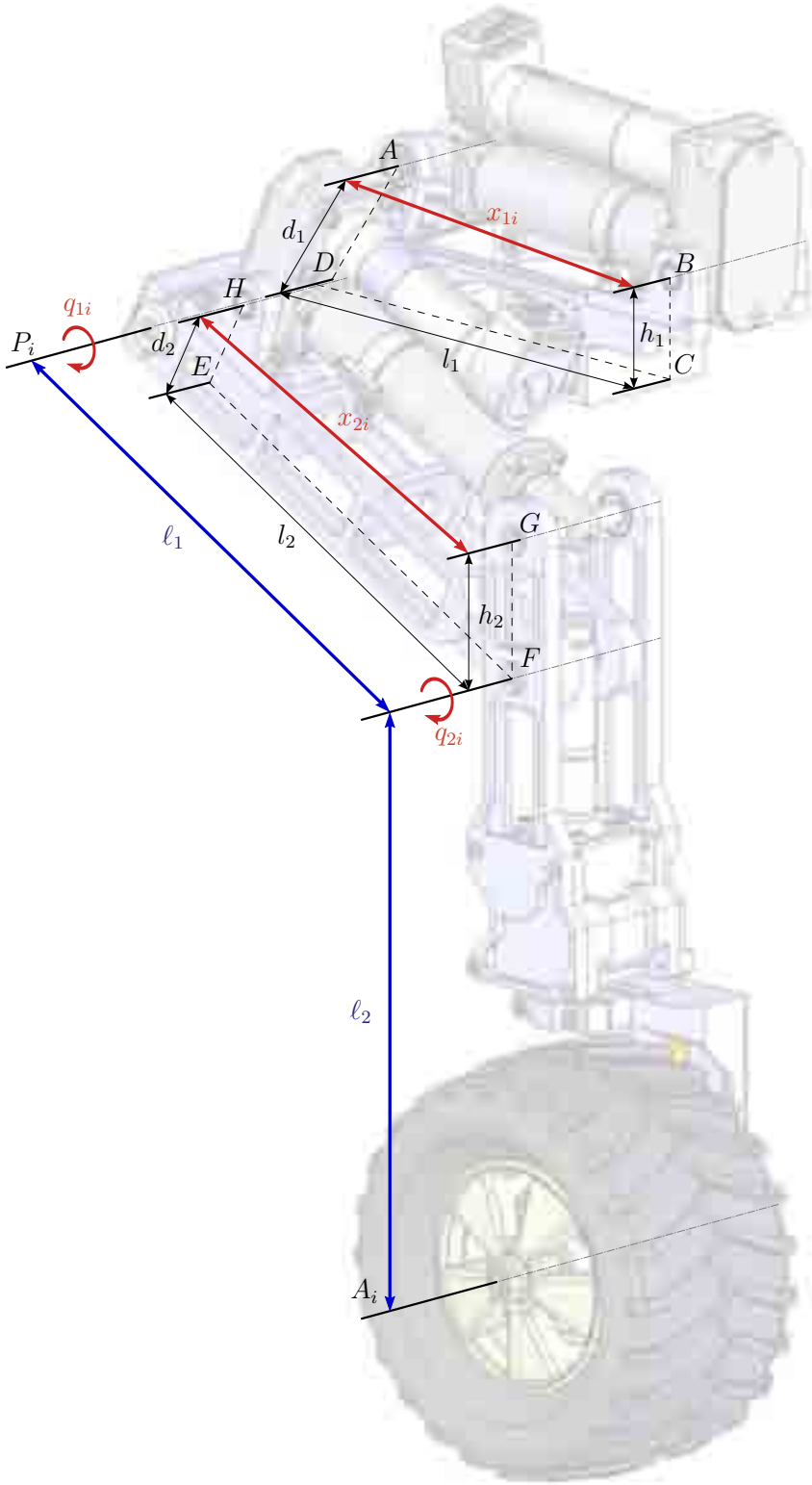


FIG. B.1 – Schéma du paramétrage complet d'une patte du robot *HyLoS II*

et son modèle géométrique inverse s'écrit :

$$x_{2i}(q_{2i}) = \sqrt{{d_2}^2 + {h_2}^2 + {l_2}^2 - 2\, d_2 \sqrt{{h_2}^2 + {l_2}^2}\, \sin\left(q_{2i} + \arctan\left(\frac{h_2}{l_2}\right)\right)} \tag{B.4}$$

Lors de la phase initiale de conception du robot *HyLoS II*, les différents paramètres structuraux (d_1, l_1, h_1 et d_2, l_2, h_2) ont été optimisés pour obtenir un débattement angulaire de chaque liaison qui soit « centré » autour de sa position nominale tout en veillant à ce que les deux vérins soient identiques du point de vue de leur conception mécanique. Les valeurs de ces paramètres sont précisées ci-après :

- pour la première liaison :
  $$d_1 = 50{,}00\,\text{mm} \quad l_1 = 169{,}50\,\text{mm} \quad h_1 = 35{,}20\,\text{mm}$$
- pour la deuxième liaison :
  $$d_2 = 50{,}00\,\text{mm} \quad l_2 = 169{,}48\,\text{mm} \quad h_2 = 35{,}02\,\text{mm}$$

Les positions minimale et maximale de chaque vérin sont également déterminées, ce qui permet de déterminer, à partir des relations géométriques données au début de cette section, les positions angulaires accessibles par les pattes du robot *HyLoS II*.

	x_{1i}	q_{1i}	x_{2i}	$q_{2i}-\pi/2$
Valeur minimale	139,50 mm	-36,98 °	133,50 mm	-46,92 °
Valeur maximale	207,50 mm	49,43 °	206,00 mm	46,02 °

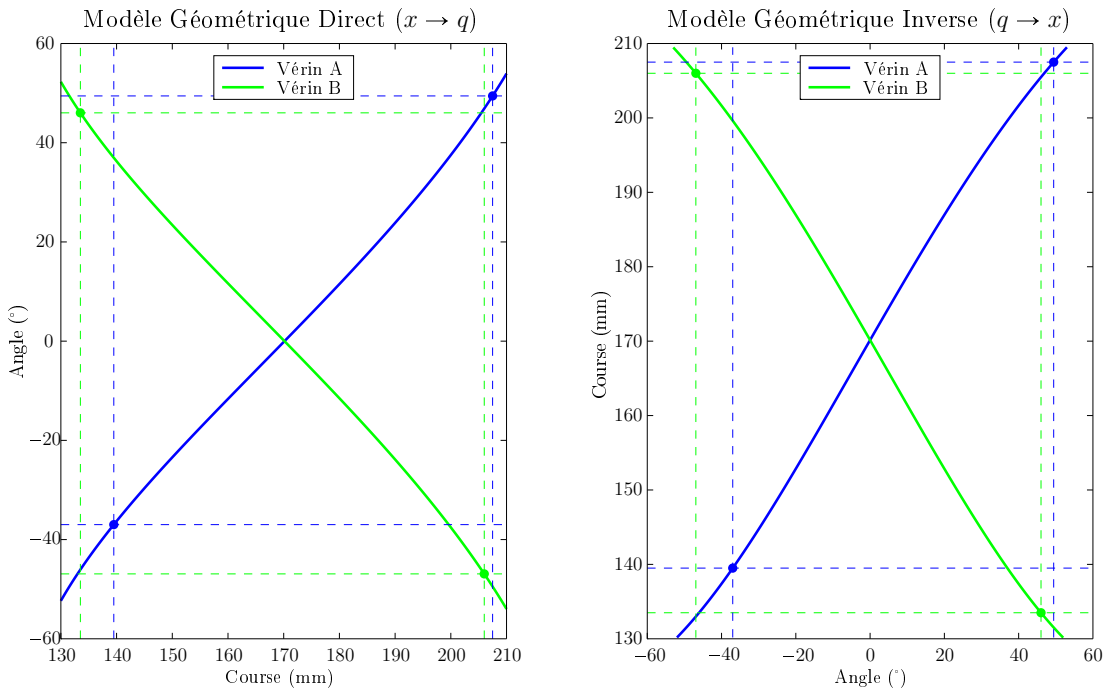


FIG. B.2 – Représentation des modèles géométriques d'une patte du robot *HyLoS II*

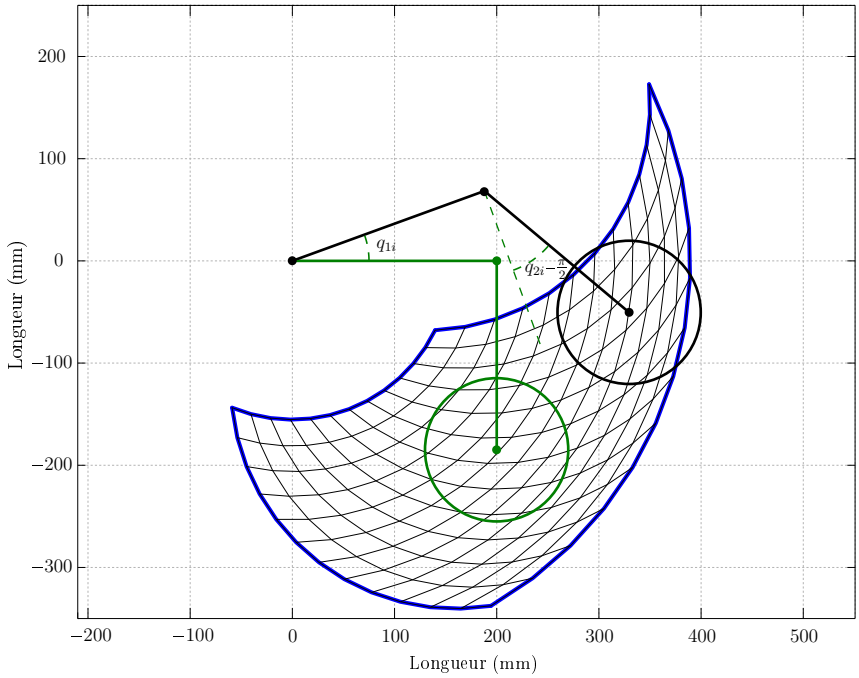


FIG. B.3 – Espace de travail d'une patte du robot *HyLoS II*

L'espace de travail d'une patte obtenu pour ce jeu de paramètres est illustré à la figure B.3.

B.2 Plans des ensembles du robot *HyLoS II*

Cette annexe regroupe les plans des ensembles et des sous-ensembles constituant le robot *HyLoS II*. Ils donnent un aperçu de la complexité mécanique de la plateforme expérimentale développée durant cette thèse. Ces plans sont présentés comme suit :

FIG. B.4 Plan d'une patte du robot *HyLoS II* 137
FIG. B.5 Plan du support du vérin haut d'une patte 138
FIG. B.6 Plan de l'axe de pivot 139
FIG. B.7 Plan du support du vérin bas d'une patte 140
FIG. B.8 Plan du vérin haut d'une patte 141
FIG. B.9 Plan du vérin bas d'une patte 142
FIG. B.10 Plan du système de direction d'une patte 143
FIG. B.11 Plan de l'axe primaire du système de direction 144
FIG. B.12 Plan de l'axe secondaire du système de direction 145
FIG. B.13 Plan de l'axe de sortie du système de direction 146
FIG. B.14 Plan du système de traction d'une patte 147

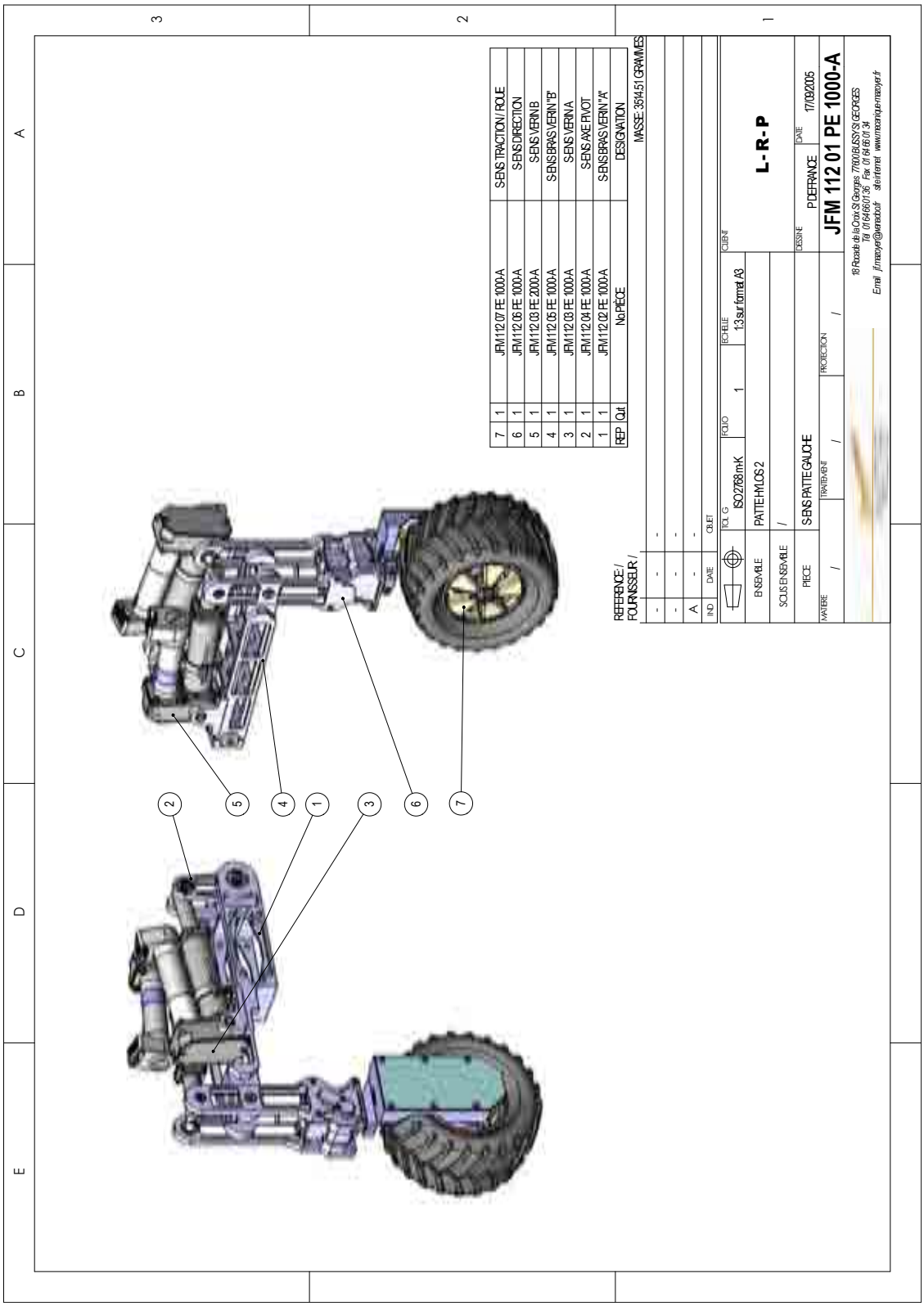


FIG. B.4 – Plan d'une patte du robot

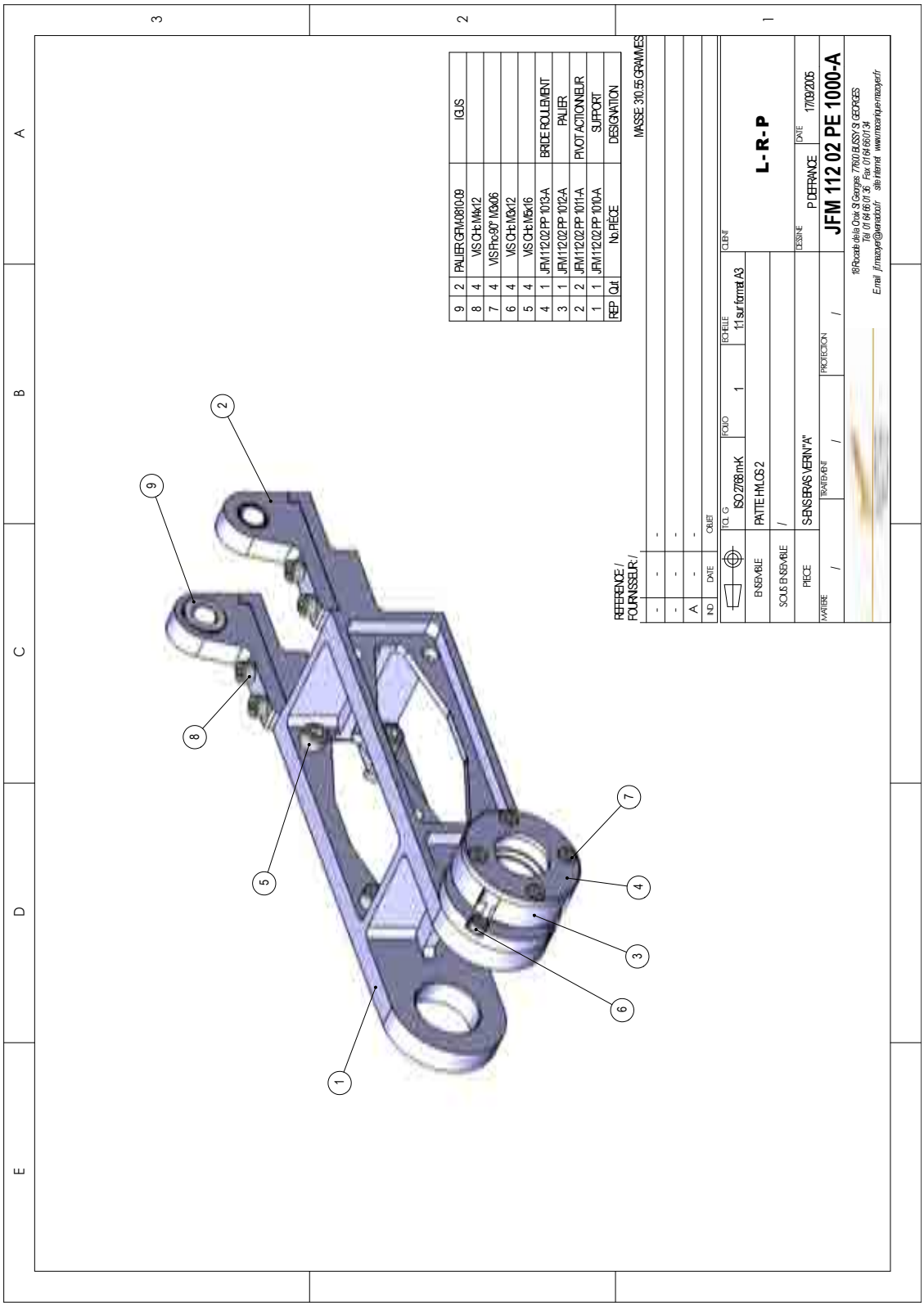


FIG. B.5 – Plan du support du vérin haut d'une patte

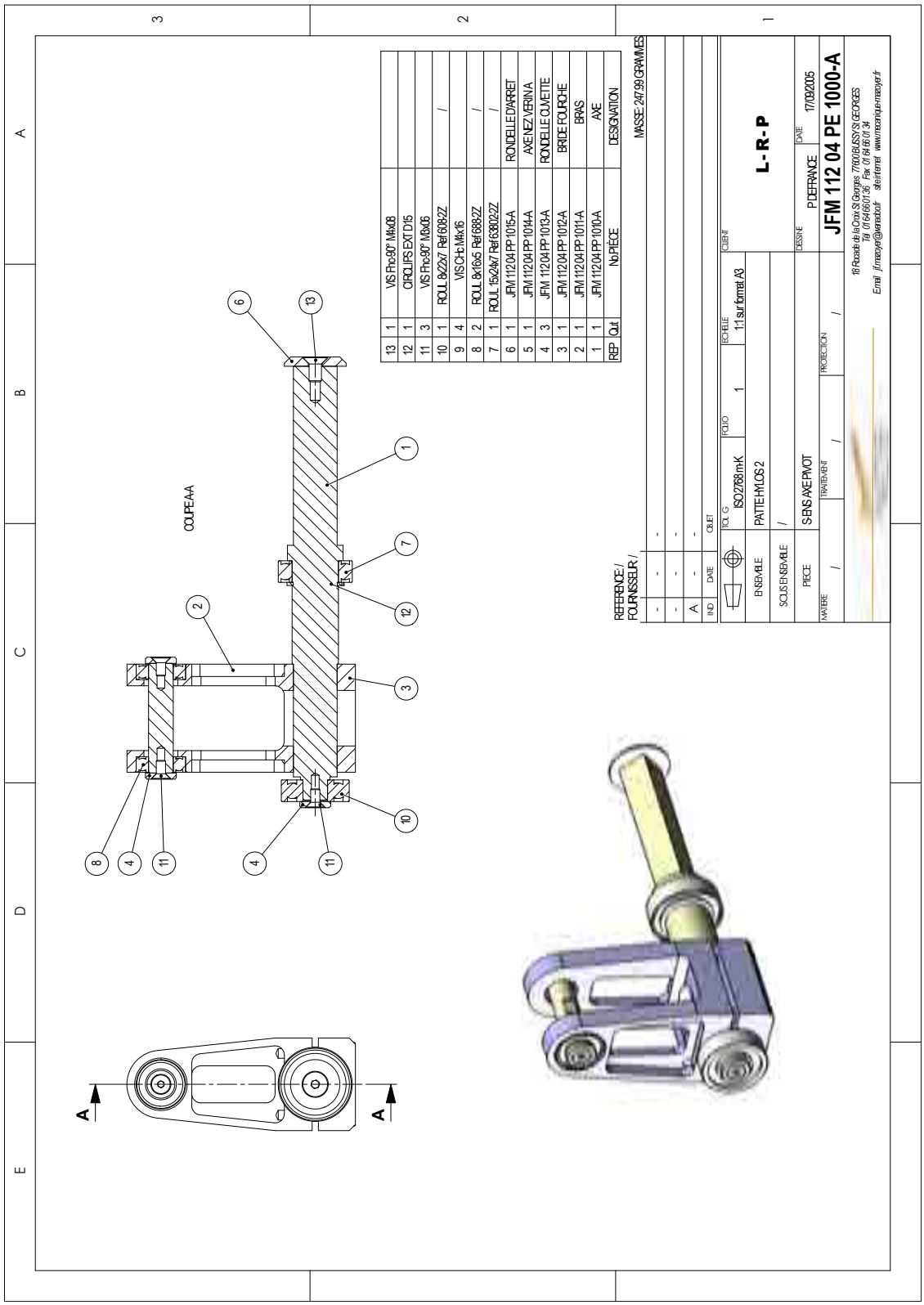


FIG. B.6 – Plan de l'axe de pivot

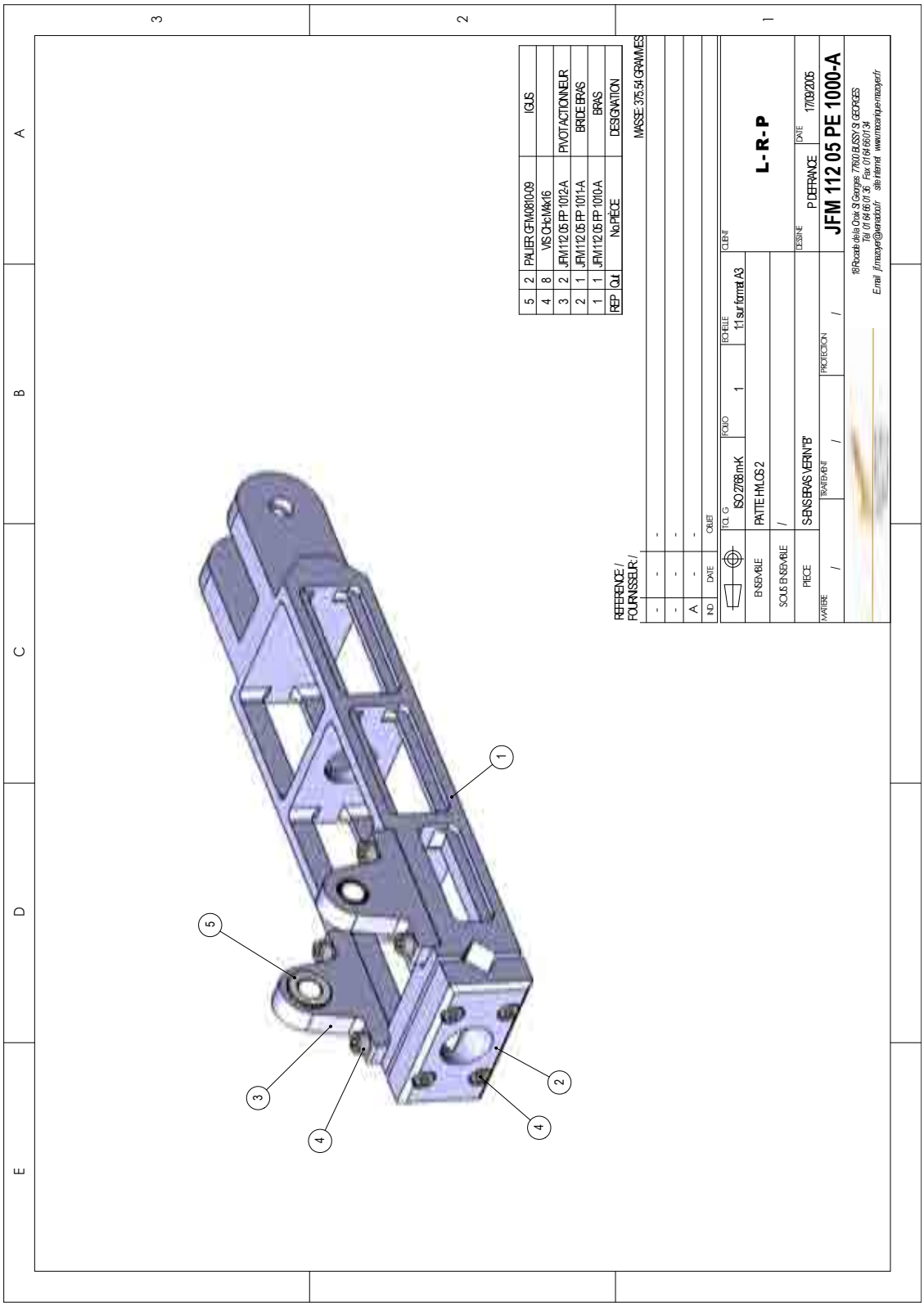


FIG. B.7 – Plan du support du vérin bas d'une patte

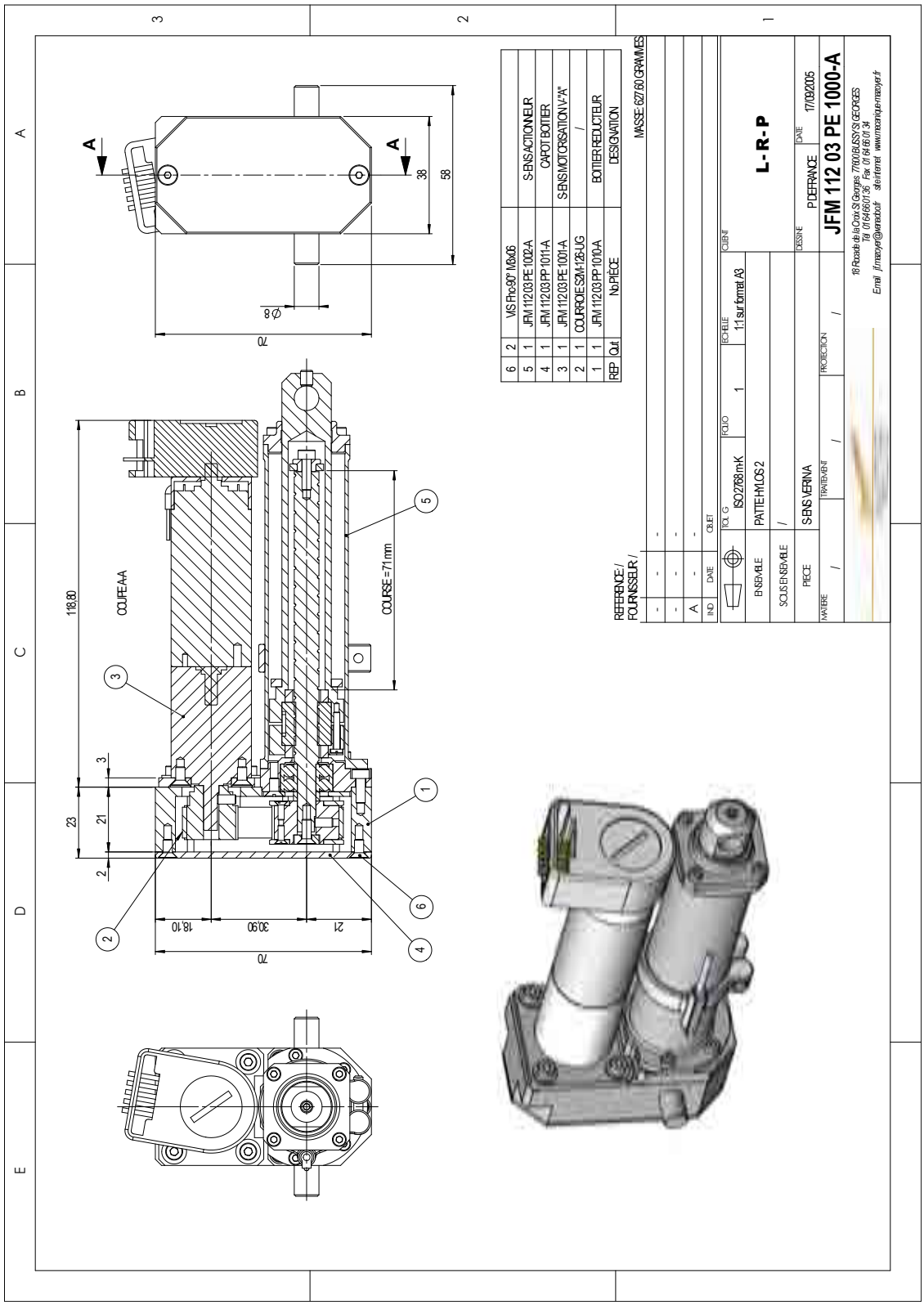


FIG. B.8 – Plan du vérin haut d'une patte

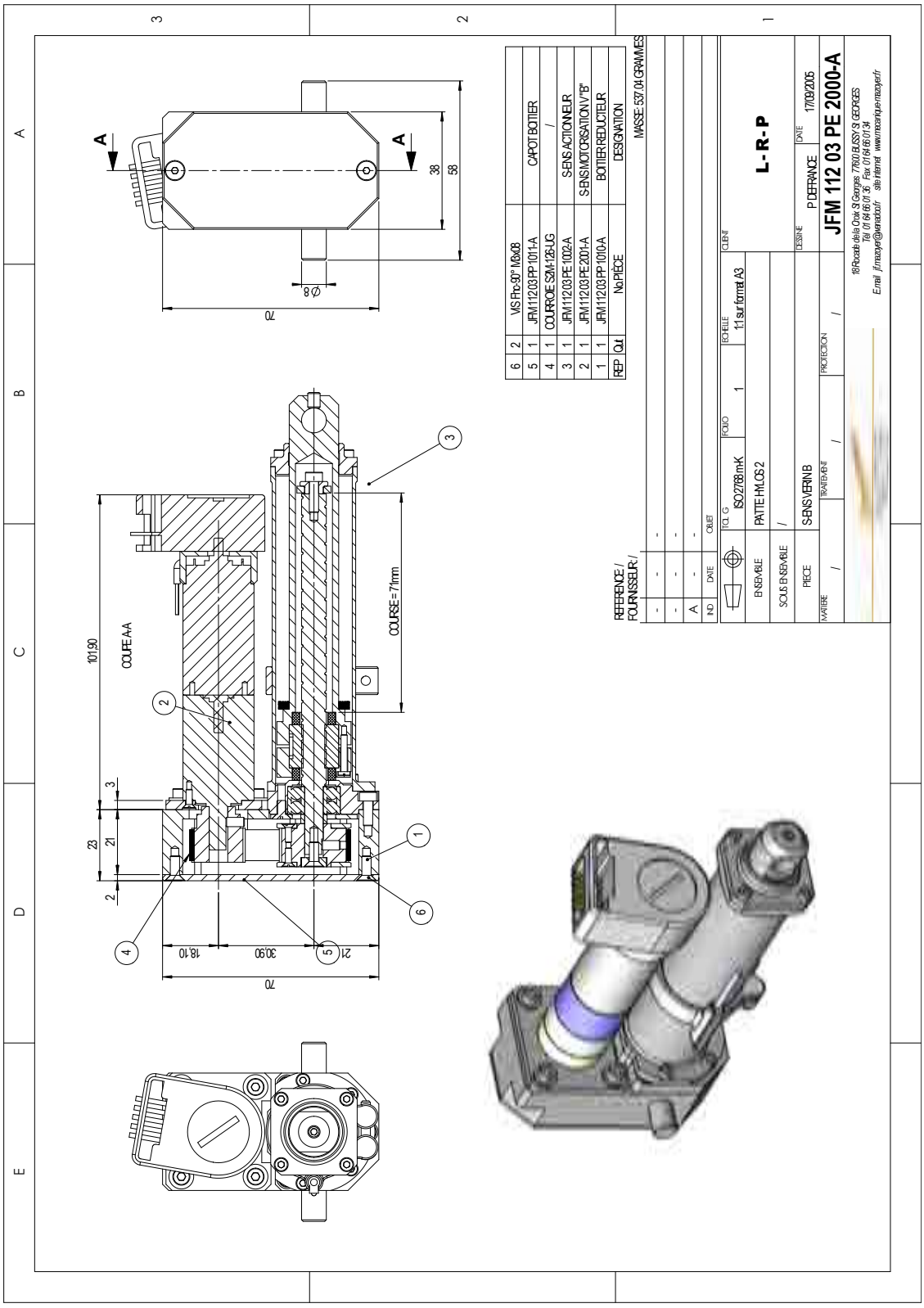


FIG. B.9 – Plan du vérin bas d'une patte

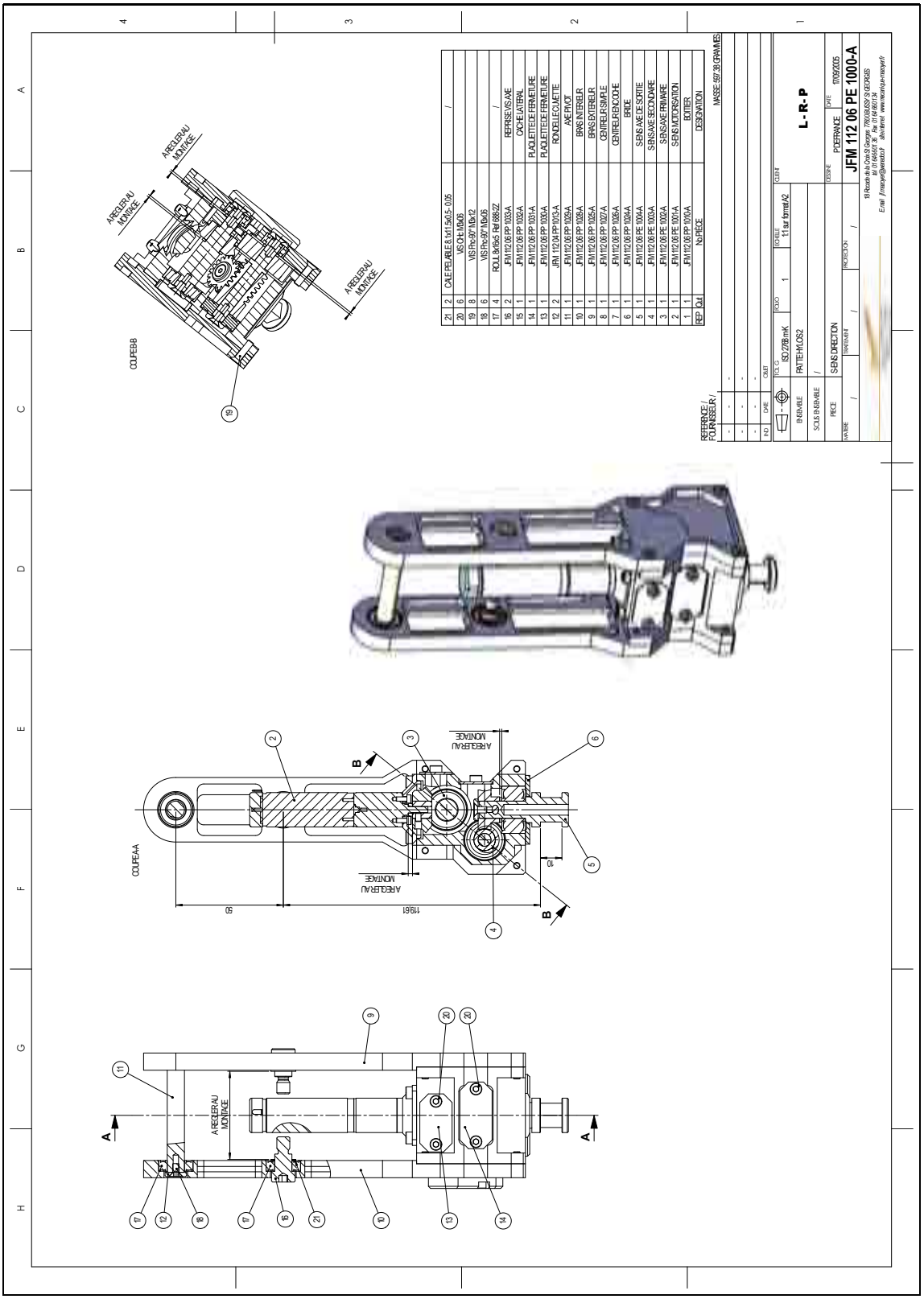
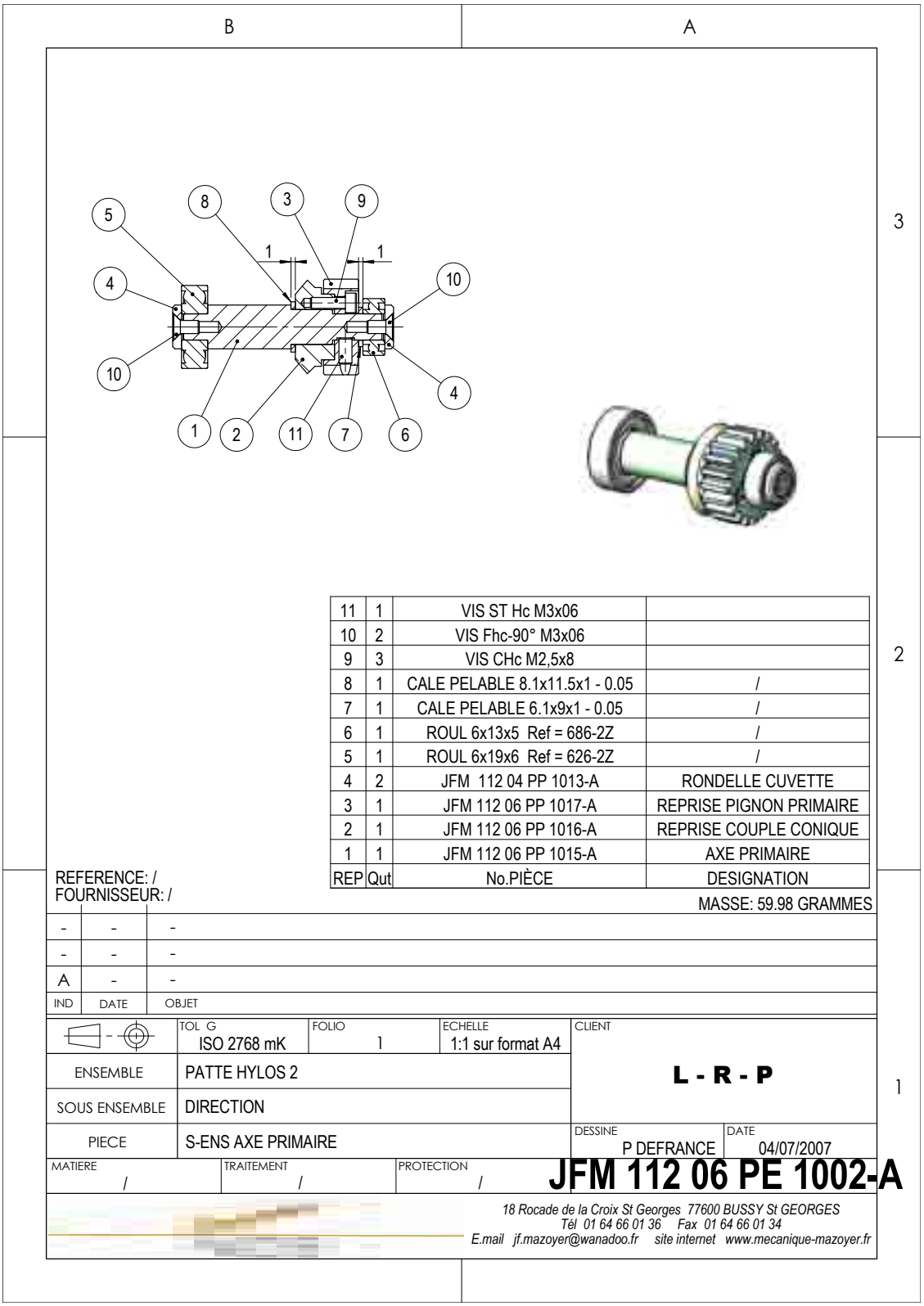


FIG. B.10 – Plan du système de direction d'une patte

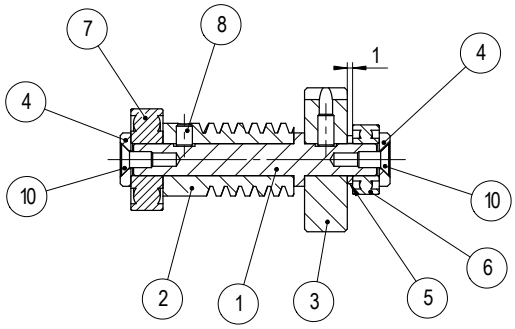


REP	Qut	No.PIÈCE	DESIGNATION
11	1	VIS ST Hc M3x06	
10	2	VIS Fhc-90° M3x06	
9	3	VIS CHc M2,5x8	
8	1	CALE PELABLE 8.1x11.5x1 - 0.05	/
7	1	CALE PELABLE 6.1x9x1 - 0.05	/
6	1	ROUL 6x13x5 Ref = 686-2Z	/
5	1	ROUL 6x19x6 Ref = 626-2Z	/
4	2	JFM 112 04 PP 1013-A	RONDELLE CUVETTE
3	1	JFM 112 06 PP 1017-A	REPRISE PIGNON PRIMAIRE
2	1	JFM 112 06 PP 1016-A	REPRISE COUPLE CONIQUE
1	1	JFM 112 06 PP 1015-A	AXE PRIMAIRE

FIG. B.11 – Plan de l'axe primaire du système de direction

B A

3



2

REP	Qut	No.PIÈCE	DESIGNATION
10	2	VIS Fhc-90° M3x06	
9	1	VIS ST Hc M3x06	
8	1	VIS ST Hc M3x04	
7	1	ROUL 6x19x6 Ref = 626-2Z	/
6	1	ROUL 6x13x5 Ref = 686-2Z	/
5	1	CALE PELABLE 6.1x9x1 - 0.05	/
4	2	JFM 112 04 PP 1013-A	RONDELLE CUVETTE
3	1	JFM 112 06 PP 1020-A	REPRISE PIGNON SECONDAIRE
2	1	JFM 112 06 PP 1019-A	REPRISE VIS SANS FIN
1	1	JFM 112 06 PP 1018-A	AXE SECONDAIRE

REFERENCE: /
FOURNISSEUR: /

MASSE: 71.02 GRAMMES

IND	DATE	OBJET
-	-	-
-	-	-
A	-	-

TOL G ISO 2768 mK	FOLIO 1	ECHELLE 1:1 sur format A4	CLIENT L-R-P
ENSEMBLE	PATTE HYLOS 2		
SOUS ENSEMBLE	DIRECTION		
PIECE	S-ENS AXE SECONDAIRE		DESSINE P DEFRANCE / DATE 17/09/2005
MATIERE /	TRAITEMENT /	PROTECTION /	JFM 112 06 PE 1003-A

1

18 Rocade de la Croix St Georges 77600 BUSSY St GEORGES
Tél 01 64 66 01 36 Fax 01 64 66 01 34
E.mail jf.mazoyer@wanadoo.fr site internet www.mecanique-mazoyer.fr

Fig. B.12 – Plan de l'axe secondaire du système de direction

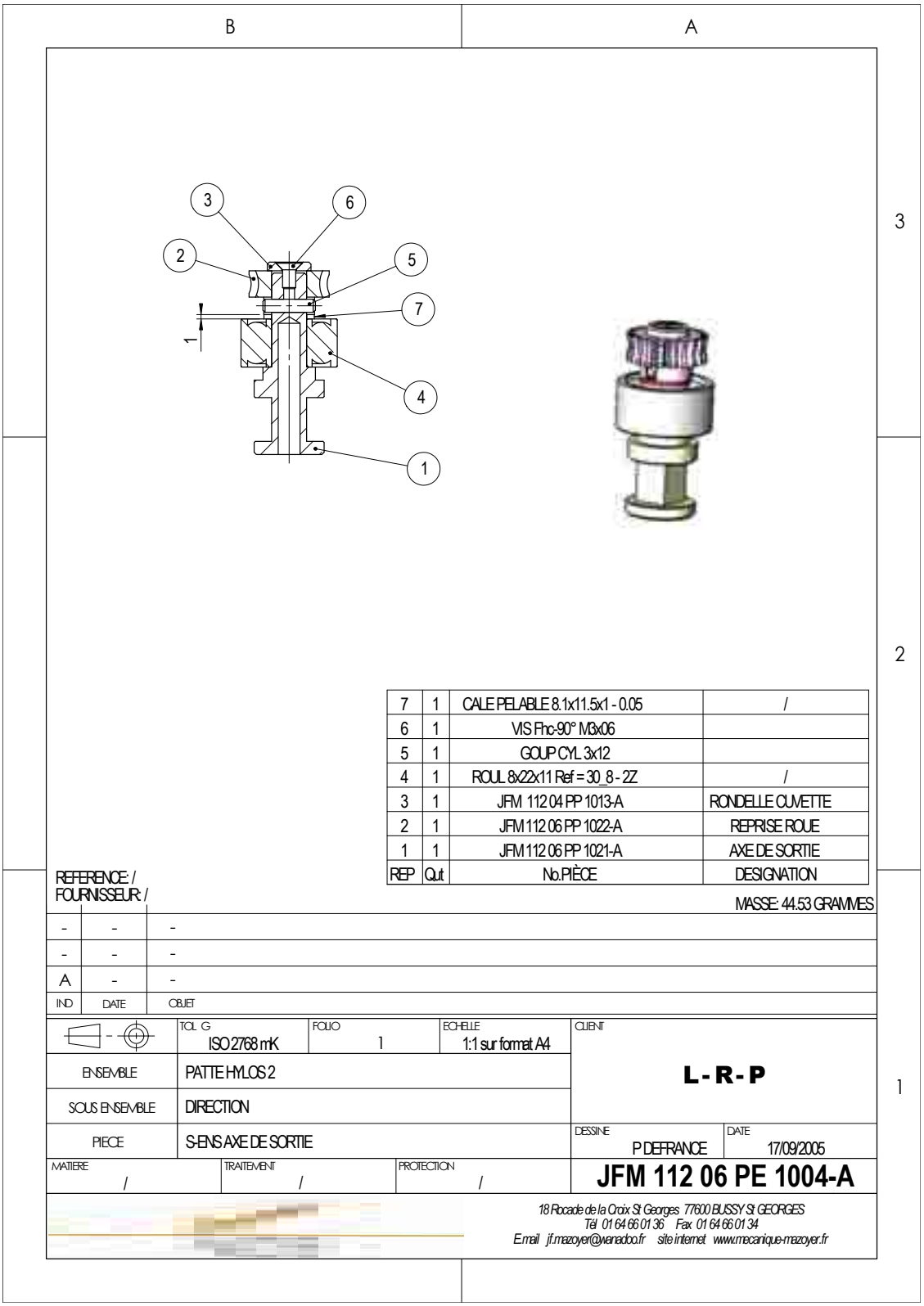


FIG. B.13 – Plan de l'axe de sortie du système de direction

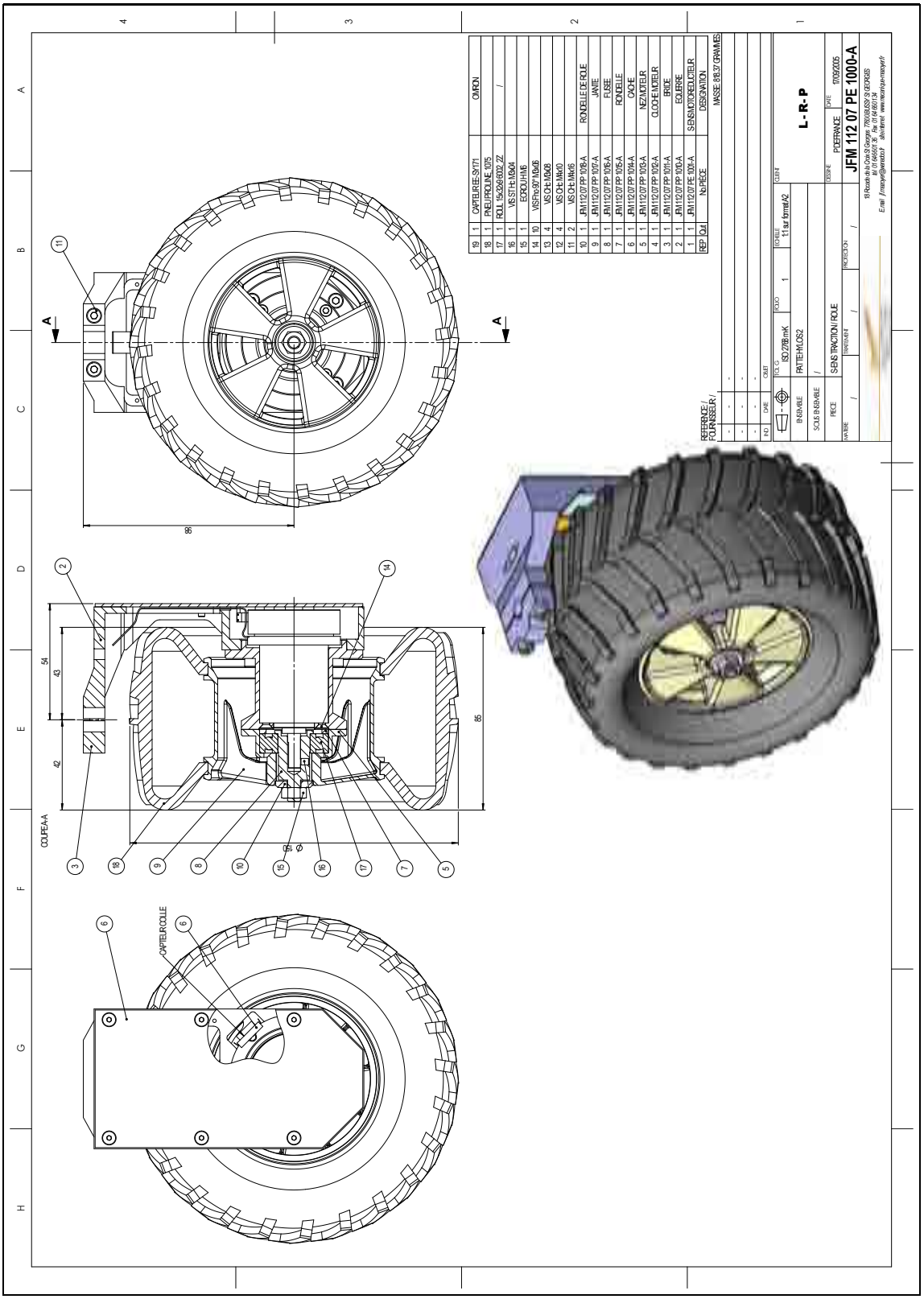


FIG. B.14 – Plan du système de traction d'une patte

Annexe C

Définition/Détail des calculs

C.1 Rappels sur les Matrices de Transformations Homogènes

Quelques définitions et propriétés générales des matrices de transformations homogènes sont proposées ci-après :

- Notations admises :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_{j} = \mathbf{T}_{i,j} = \mathbf{T}_{j}^{i} \tag{C.1} $$

- Décomposition :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_{j} = \left(\begin{array}{c:c} {}^{i}\mathbf{A}_{j} & {}^{i}\boldsymbol{p}_{j} \\ \hdashline \mathbf{0}_{1\times3} & 1 \end{array}\right) \tag{C.2} $$

  avec ${}^{i}\mathbf{A}_{j}$, la matrice de rotation et ${}^{i}\boldsymbol{p}_{j}$, le vecteur de translation

- ${}^{i}\mathbf{A}_{j}$ est une matrice orthogonale

$$ {}^{i}\mathbf{A}_{j}{}^{-1} = {}^{i}\mathbf{A}_{j}{}^{t} = {}^{j}\mathbf{A}_{i} \tag{C.3} $$

- Translation pure $\Longleftrightarrow {}^{i}\mathbf{A}_{j} = \mathbb{1}_{3\times3}$

- Orientation pure $\Longleftrightarrow {}^{i}\boldsymbol{p}_{j} = \mathbf{0}_{3\times1}$

- Composition de matrices :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_k = {}^{i}\mathbf{T}_j \, {}^{j}\mathbf{T}_k \tag{C.4} $$

- Produit de matrices :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_j \, {}^{j}\mathbf{T}_k = \begin{pmatrix} {}^{i}\mathbf{A}_j \, {}^{j}\mathbf{A}_k & {}^{i}\mathbf{A}_j \, {}^{j}\boldsymbol{p}_k + {}^{i}\boldsymbol{p}_j \\ \mathbf{0}_{1\times 3} & 1 \end{pmatrix} \tag{C.5} $$

- Inverse de la matrice :

$$ {}^{i}\mathbf{T}_j^{\,-1} = {}^{j}\mathbf{T}_i = \begin{pmatrix} {}^{i}\mathbf{A}_j^{\,t} & -{}^{i}\mathbf{A}_j^{\,t} \, {}^{i}\boldsymbol{p}_j \\ \mathbf{0}_{1\times 3} & 1 \end{pmatrix} \tag{C.6} $$

C.2 Détermination de la matrice d'orientation

Pour décrire l'orientation d'un solide dans l'espace, il existe plusieurs méthodes qui exigent simplement d'utiliser au moins trois paramètres indépendants. Les angles d'Euler, les angles de Bryant (ou Lacet-Tangage-Roulis, ou angles de Cardan) et les Quaternions (ou paramètres d'Euler, ou paramètres d'Olinde-Rodrigues) sont quelques unes des conventions les plus couramment utilisées pour le paramétrage de systèmes.
La représentation conventionnelle choisie pour le paramétrage du système étudié est celle des angles de Bryant qui décrit l'orientation de la plateforme, identifiée par le repère $\mathcal{R}_P$, par rapport au repère global $\mathcal{R}_0$ en passant par trois rotations successives, $\boldsymbol{zyx}$. Cette succession de rotations, illustrée à la figure C.1, est formalisée par la matrice de passage de $\mathcal{R}_0$ à $\mathcal{R}_P$ notée ${}^{0}\mathbf{A}_P$ dont le détail de calcul est présenté ici.

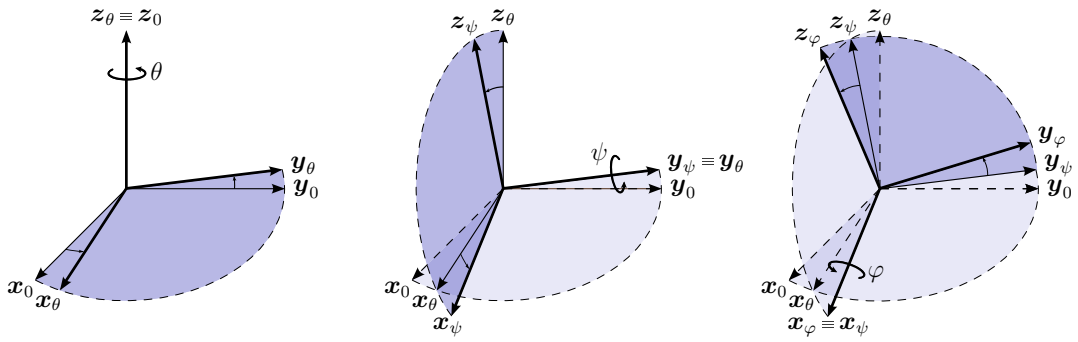
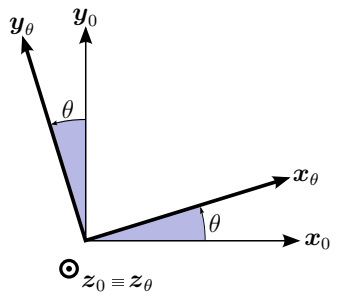


FIG. C.1 – Décomposition de l'orientation de la plateforme par les angles de Bryant

$$ \begin{aligned} {}^{0}\mathbf{A}_P &= \mathrm{rot}(\boldsymbol{z},\theta)\,\mathrm{rot}(\boldsymbol{y},\psi)\,\mathrm{rot}(\boldsymbol{x},\varphi) \\ &= {}^{0}\mathbf{A}_\varphi = {}^{0}\mathbf{A}_\theta \, {}^{\theta}\mathbf{A}_\psi \, {}^{\psi}\mathbf{A}_\varphi \end{aligned} \tag{C.7} $$

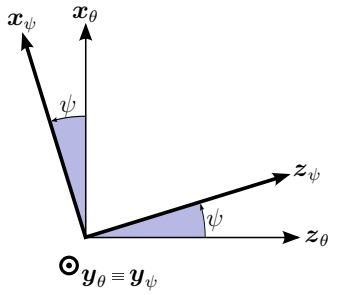


$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_\theta &= c_\theta\, \boldsymbol{x}_0 + s_\theta\, \boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{y}_\theta &= -s_\theta\, \boldsymbol{x}_0 + c_\theta\, \boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{z}_\theta &= \boldsymbol{z}_0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_\theta \\ \boldsymbol{y}_\theta \\ \boldsymbol{z}_\theta \end{pmatrix} = {}^{\theta}\mathbf{A}_0 \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{y}_0 \\ \boldsymbol{z}_0 \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \quad {}^{\theta}\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} c_\theta & s_\theta & 0 \\ -s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

d'où

$$ {}^{0}\mathbf{A}_\theta = \begin{pmatrix} c_\theta & -s_\theta & 0 \\ s_\theta & c_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{C.8}$$

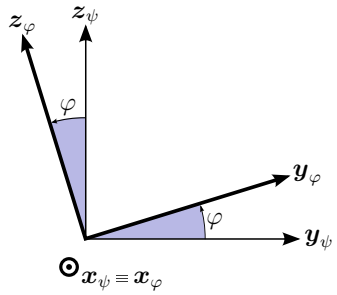


$$\begin{cases} \boldsymbol{z}_\psi &= c_\psi\, \boldsymbol{z}_\theta + s_\psi\, \boldsymbol{x}_\theta \\ \boldsymbol{x}_\psi &= -s_\psi\, \boldsymbol{z}_\theta + c_\psi\, \boldsymbol{x}_\theta \\ \boldsymbol{y}_\psi &= \boldsymbol{y}_\theta \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_\psi \\ \boldsymbol{y}_\psi \\ \boldsymbol{z}_\psi \end{pmatrix} = {}^{\psi}\mathbf{A}_\theta \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_\theta \\ \boldsymbol{y}_\theta \\ \boldsymbol{z}_\theta \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \quad {}^{\psi}\mathbf{A}_\theta = \begin{pmatrix} c_\psi & 0 & -s_\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\psi & 0 & c_\psi \end{pmatrix}$$

d'où

$$ {}^{\theta}\mathbf{A}_\psi = \begin{pmatrix} c_\psi & 0 & s_\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\psi & 0 & c_\psi \end{pmatrix} \tag{C.9}$$



$$\begin{cases} \boldsymbol{y}_\varphi &= c_\varphi\, \boldsymbol{y}_\psi + s_\varphi\, \boldsymbol{z}_\psi \\ \boldsymbol{z}_\varphi &= -s_\varphi\, \boldsymbol{y}_\psi + c_\varphi\, \boldsymbol{z}_\psi \\ \boldsymbol{x}_\varphi &= \boldsymbol{x}_\psi \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_\varphi \\ \boldsymbol{y}_\varphi \\ \boldsymbol{z}_\varphi \end{pmatrix} = {}^{\varphi}\mathbf{A}_\psi \begin{pmatrix} \boldsymbol{x}_\psi \\ \boldsymbol{y}_\psi \\ \boldsymbol{z}_\psi \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \quad {}^{\varphi}\mathbf{A}_\psi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & s_\varphi \\ 0 & -s_\varphi & c_\varphi \end{pmatrix}$$

d'où

$$ {}^{\psi}\mathbf{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\varphi & -s_\varphi \\ 0 & s_\varphi & c_\varphi \end{pmatrix} \tag{C.10}$$

Les multiplications successives des matrices venant d'être explicitées aboutissent à la matrice d'orientation de la plateforme ${}^0\mathbf{A}_P(\boldsymbol{\phi})$ exprimée dans le repère global $\mathcal{R}_0$ en fonction de $\boldsymbol{\phi} = (\varphi, \psi, \theta)^t$.

$$ {}^0\mathbf{A}_P(\boldsymbol{\phi}) = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi s_\varphi - s_\theta c_\varphi & c_\theta s_\psi c_\varphi + s_\theta s_\varphi \\ s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi s_\varphi + c_\theta c_\varphi & s_\theta s_\psi c_\varphi - c_\theta s_\varphi \\ -s_\psi & c_\psi s_\varphi & c_\psi c_\varphi \end{pmatrix} \tag{C.11} $$

C.3 Détermination de la matrice de découplage

À partir de la convention des angles d'orientation choisie, il est possible d'établir la relation entre la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$ et la vitesse de rotation $\dot{\boldsymbol{\phi}}$. Ainsi, d'après la convention des angles de Bryant retenue, il est déduit que :

- θ est l'angle mesuré autour de $\boldsymbol{z}_0$ de composantes $(0, 0, 1)^t$ dans $\mathcal{R}_0$,
- ψ correspond à la rotation autour de $\boldsymbol{y}_\theta = (-s_\theta, c_\theta, 0)^t$ toujours exprimé dans le repère global,
- pour la dernière rotation, φ s'effectue autour de l'axe $\boldsymbol{x}_\psi$ dont les composantes écrites dans $\mathcal{R}_0$ sont $-s_\psi \boldsymbol{z}_\theta + c_\psi \boldsymbol{x}_\theta = (c_\theta c_\psi, s_\theta c_\psi, -s_\psi)^t$

$$ \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{\theta} + \begin{pmatrix} -s_\theta \\ c_\theta \\ 0 \end{pmatrix} \dot{\psi} + \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi \\ s_\theta c_\psi \\ -s_\psi \end{pmatrix} \dot{\varphi} \tag{C.12} $$

ainsi

$$ \boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \, \dot{\boldsymbol{\phi}} \qquad \text{avec} \qquad \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{pmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\theta & 0 \\ s_\theta c_\psi & c_\theta & 0 \\ -s_\psi & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{C.13} $$

La relation entre $\mathbf{v} = (\boldsymbol{v}^t, \boldsymbol{\omega}^t)^t$ et $\dot{\mathbf{x}} = (\dot{\boldsymbol{p}}^t, \dot{\boldsymbol{\phi}}^t)^t$, écrite sous forme matricielle, devient :

$$ \begin{pmatrix} \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{T}_{\boldsymbol{\phi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{p}} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{pmatrix} \tag{C.14} $$

C.4 Analyse de la Jacobienne

La jacobienne $\mathbf{J}$ est une application linéaire de $\mathcal{R}^n$ dans $\mathcal{R}^m$. L'image de $\mathbf{J}$, notée $Im(\mathbf{J})$ définit l'ensemble des $\dot{\mathbf{x}} \in \mathcal{R}^m$ tel qu'il existe un vecteur $\dot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^n$ qui vérifie la relation $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$. Physiquement, cela représente l'ensemble des vitesses de l'organe terminal qui peuvent être engendrées dans une configuration donnée. Le noyau de $\mathbf{J}$, notée $Ker(\mathbf{J})$ est l'ensemble des $\dot{\mathbf{q}} \in \mathcal{R}^n$ dont l'image dans $\mathcal{R}^m$ est nulle. Autrement dit, pour une configuration donnée, à tout vecteur du noyau de $\mathbf{J}$ correspond une vitesse nulle

de l'organe terminal, ce qui peut correspondre au cas où le robot est en position singulière, ou bien celui d'un robot redondant. Les dimensions des deux sous-espaces sont telles que,

$$\dim Ker(\mathbf{J}) + \dim Im(\mathbf{J}) = n \tag{C.15}$$

avec

$$\dim Ker(\mathbf{J}) = n - r \qquad \text{et} \qquad \dim Im(\mathbf{J}) = r$$

où r est le rang de la jacobienne $\mathbf{J}$, c'est-à-dire la dimension de son image. Lorsque $\mathbf{J}$, de dimension $m{\times}n$ avec $m \leqslant n$, est de rang plein, c'est-à-dire $r = m$, l'espace image de $\mathbf{J}$ est de même dimension que l'espace opérationnel, toutes les directions de cet espace sont accessibles. Si $m > n$, le robot est redondant d'ordre $n-m$. En revanche, lorsque le rang de $\mathbf{J}$ est inférieur à m, toutes les directions de l'espace opérationnel ne sont plus accesibles et la dimension du noyau augmente, correspondant à une configuration singulière du système ou bien un état de redondance locale.

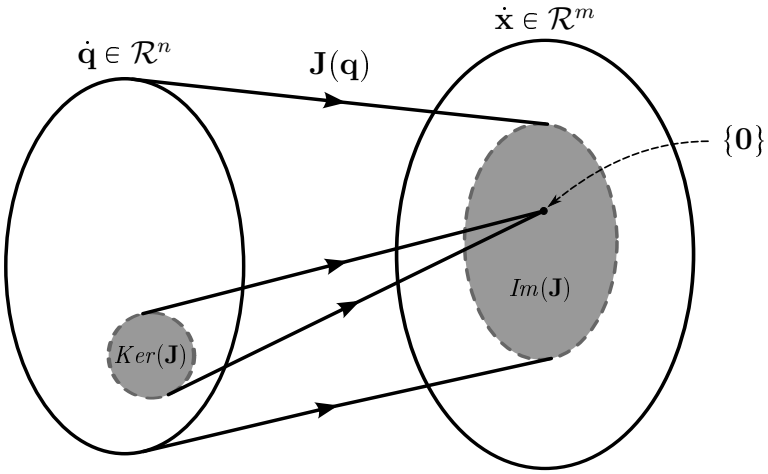


FIG. C.2 – Espaces de l'application linéaire $\mathbf{J}$

C.5 Matrice pseudo-inverse

Quelques notes sur la définition et les propriétés de la matrice pseudo-inverse au sens de Moore-Penrose sont données en rappel. La matrice pseudo-inverse au sens de Moore-Penrose est définie comme la matrice unique réelle ou complexe qui généralise l'inverse d'une matrice [Campbell 91, Ben-Israel 03].

- La pseudo-inverse $\mathbf{A}^+$ de la matrice $\mathbf{A}$ est l'unique matrice qui vérifie les relations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{A}\,\mathbf{A}^+\,\mathbf{A} &= \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^+\,\mathbf{A}\,\mathbf{A}^+ &= \mathbf{A}^+ \\ (\mathbf{A}\,\mathbf{A}^+)^* &= \mathbf{A}\,\mathbf{A}^+ \\ (\mathbf{A}^+\,\mathbf{A})^* &= \mathbf{A}^+\,\mathbf{A} \end{cases} \tag{C.16}$$

  où $\mathbf{A}^*$ désigne la matrice adjointe de $\mathbf{A}$. Pour les matrices réelles, $\mathbf{A}^* = \mathbf{A}^t$.

- Le calcul de la pseudo-inverse d'une matrice utilise une méthode de décomposition. Soit $\mathbf{A}$ une matrice de dimension $[m \times n]$ et de rang k. $\mathbf{A}$ peut être décomposée en $\mathbf{A} = \mathbf{BC}$ avec $\mathbf{B}$, une matrice de dimension $[m \times k]$ et $\mathbf{C}$, une matrice de dimension $[k \times n]$. $\mathbf{A}^+$ est telle que :

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{C}^* \left(\mathbf{C}\mathbf{C}^*\right)^{-1} \left(\mathbf{B}^*\mathbf{B}\right)^{-1} \mathbf{B}^* \tag{C.17}$$

Si $\mathbf{A}$ est de rang plein ($k = m$), la formule précédente se réduit à :

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^* \left(\mathbf{A}\mathbf{A}^*\right)^{-1} \tag{C.18}$$

Dans le cas où $k = n$, alors

$$\mathbf{A}^+ = \left(\mathbf{A}^*\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^* \tag{C.19}$$

Contrôle de la stabilité des systèmes locomoteurs à haute mobilité évoluant sur des terrains accidentés

Les recherches présentées dans ce mémoire portent sur l'amélioration des capacités de locomotion de systèmes mobiles autonomes en milieux naturels.

Dans le cadre de ces travaux, un système de locomotion adaptatif bénéficiant d'une structure cinématique redondante hybride roue-patte a été conçu et réalisé permettant de répondre à cette problématique. Ce type de mécanisme dispose en effet de capacités intrinsèques d'adaptation aux variations géométriques des terrains extérieurs qui lui permettent d'y répondre efficacement.

Outre ces capacités cinématiques d'adaptation, la notion d'autonomie est également liée à la dépendance énergétique de ces systèmes. Or l'actionnement des mobilités internes pour la reconfiguration du véhicule lors de son évolution sur un terrain accidenté nécessite un apport non négligeable d'énergie. Dans cette optique, une commande de gestion de posture cherchant à limiter les phases de reconfigurations du robot a été mise en place. Celle-ci s'attache à modifier l'état postural du système seulement lorsque son intégrité, en l'occurrence sa stabilité, est mise en péril. Une loi de commande originale de gestion de la posture s'appuyant sur une mesure de stabilité dynamique du robot conduit à ce type de comportement grâce à l'utilisation des champs de potentiels. Cette commande des déplacements du robot s'appuie sur l'inversion de son modèle cinématique à partir duquel un découplage des termes de posture et de trajectoire est réalisé assurant simultanément le suivi de chemin et la modification éventuelle de son état postural. La reconfiguration de la posture du robot intervient alors lorsque la mesure de la stabilité atteint une valeur critique déterminée comme telle.

Ce principe de commande est validé et montre son intérêt à travers des simulations numériques au cours desquelles le comportement dynamique du robot en évolution sur un terrain naturel quelconque a été modélisé.

Mots-clefs : Robot mobile, Hybride roue-patte, Redondance cinématique, Terrain accidenté, Commande de posture, Stabilité dynamique, Champs de potentiels, Robot *HyLoS*.

Stability control of high mobility robots moving on uneven terrains

The research presented in this report deals with the improvement of the autonomous mobile robots locomotion capacities on natural terrains.

In this work, an adaptive locomotion system with a redundant wheel-legged hybrid kinematic structure was designed and realized. Indeed, this kind of mechanism has the capacities to adapt itself to uneven grounds.

The autonomy of the robot is linked to both its kinematics capacities of adaptation and to its energetic dependence. When the vehicle reconfigurates itself, while moving on an uneven field, a big amount of energy is needed by its internal mobilities. That is why a posture control aiming at minimizing the number of reconfigurations of the robot has been developed. The goal is to modify the posture of the robot only when its integrity, i.e. its stability is jeopardized. The use of a posture control command law based on the potential fields allow to obtain the wanted behaviour of the robot. The command of the movements of the robot relies on the inverse of the differential kinematic model. In this model, the different terms are split, ensuring so both the trajectory and the change of the posture of the robot. The robot reconfigurates itself when its stability reached a pre-determined value.

The principle of this control is validated through numeric simulations representing the dynamic behaviour of the robot moving on a natural terrain.

Keywords : Mobile robot, Hybrid wheel-legged, Kinematic redundancy, Uneven terrain, Posture control, Dynamic stability, Potential Fields, *HyLoS* robot.

Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (ISIR) - Université Pierre et Marie Curie (P6) / CNRS (UMR 7222)