THÈSE de DOCTORAT

présentée à

l'UNIVERSITÉ PARIS 6

par

Damien LHOMME-DESAGES

pour obtenir le titre de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6 – PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité

MÉCANIQUE – ROBOTIQUE
École doctorale de Sciences Mécaniques, Acoustique et Électronique

Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles sur sol naturel

Soutenue le 10 avril 2008

Devant le jury composé de :

J.-C. GUINOT	Professeur à l'Université Paris 6	Directeur de thèse
E. DOMBRE	Directeur de recherche au CNRS	Rapporteur
Ph. MARTINET	Professeur à l'Université Blaise Pascal	Rapporteur
Y. BERTHAUD	Professeur à l'Université Paris 6	Examinateur
M. MAURETTE	Ingénieur de recherche au CNES	Examinateur
Ch. GRAND	Maître de conférences à l'Université Paris 11	Examinateur
F. BEN AMAR	Maître de conférences à l'UVSQ	Invité

τα παντα ρει, τα παντα χωρει και ουδεν μενει
Héraclite d'Éphèse

Table des matières

Table des matières iv

Table des figures viii

Liste des tableaux ix

Introduction 1

I Généralités 3

1 Contexte et problématique 5
1.1 Cadre général 5
1.2 La robotique mobile tout-terrain 6
1.2.1 Traction et glissement 11
1.2.2 Systèmes de direction 12
1.3 Problématique et objectifs 14
1.4 Approche proposée 14
1.5 Organisation du mémoire 16

2 État de l'art : Modélisation et commande des efforts de contact 17
2.1 Introduction 17
2.2 La roue 17
2.3 Propriétés du sol 19
2.3.1 Cohésion et angle de frottement 19
2.3.2 Élasticité et plasticité 22
2.4 Taux de glissement 22
2.5 La liaison véhicule-sol 23
2.5.1 Différentes approches pour la modélisation 23
2.5.2 Approche empirique 24
2.5.3 Approche par discrétisation 29
2.5.4 Approche analytique 33
2.5.5 Approche semi-empirique : modèle de Bekker 35
2.5.6 Approche dynamique 36
2.5.7 Étude comparative 39

2.6 La vitesse de déplacement 41
2.6.1 Intégration de l'accélération 41
2.6.2 Différentiation de la position 42
2.6.3 Mesure directe 44
2.7 La commande de traction 45
2.7.1 Commande de traction dans l'automobile 45
2.7.2 Commande de traction en robotique mobile 47
2.8 Conclusion 49

II Étude théorique 51

3 Modélisation de l'interaction véhicule-sol – Application à la simulation 53
3.1 Cadre et hypothèses du modèle 53
3.2 Force verticale 55
3.2.1 Relation entre force verticale et enfoncement 55
3.2.2 Introduction de la vitesse d'enfoncement 56
3.3 Force longitudinale 58
3.3.1 Traction nette 58
3.3.2 Taux de glissement 58
3.3.3 Relation entre force tangentielle et glissement 60
3.3.4 Régime transitoire 63
3.3.5 Résistance au roulement 64
3.4 Force latérale 65
3.4.1 Résistance au cisaillement latéral 66
3.4.2 Résistance de déplacement latéral de matière 68
3.5 Bilan du modèle 72
3.6 Validation expérimentale du modèle longitudinal 74
3.6.1 Protocole 74
3.6.2 Résultats 75
3.7 Simulation dynamique 76
3.7.1 Environnement de simulation 76
3.7.2 Validation de la simulation 77
3.8 Traction optimale 78
3.8.1 Traction maximale 79
3.8.2 Efficacité de traction 79
3.8.3 Consommation énergétique 81
3.9 Conclusion 81

4 Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles 83
4.1 Problématique de la commande de déplacements sur terrain plan 83
4.1.1 Cap et route 84
4.1.2 Suivi de trajectoire 84
4.1.3 Suivi de chemin 85
4.1.4 Planification de trajectoire 87

4.1.5 Formulation de la tâche 87
4.2 Structure du véhicule autonome 88
4.3 Commande de traction pour une roue 88
4.3.1 Commande par correcteur PI 89
4.3.2 Commande par synthèse de Lyapunov 94
4.3.3 Conclusion partielle 95
4.4 Analyse statique du châssis 96
4.5 Modèle dynamique du véhicule 99
4.6 Commande proposée 102
4.7 Distribution des forces de traction 102
4.8 Contrôle de traction 104
4.9 Génération du torseur global désiré 106
4.9.1 Commande pleinement dynamique 107
4.9.2 Commande PID 108
4.10 Commande sans contrôle de traction 109
4.11 Simulation dynamique du suivi de trajectoire 110
4.11.1 Commande de trajectoire sans contrôle de traction 111
4.11.2 Commande de trajectoire avec contrôle de traction 114
4.12 Conclusion 115

III Étude expérimentale 117

5 Développement d'un prototype expérimental 119
5.1 Description du prototype 119
5.1.1 Structure mécanique et propulsion 119
5.1.2 Capteurs et architecture logicielle 122
5.2 Approche proposée pour la mesure de vitesse 123
5.2.1 Principe de mesure 125
5.2.2 Précision 127
5.2.3 Modélisation du signal radar 129
5.2.4 Fusion multi-capteurs 131
5.2.5 Validation 132
5.3 Mesure du glissement 134
5.4 Régulation de vitesse 135
5.5 Conclusion 136

6 Identification de sol et régulation des glissements 139
6.1 L'identification de sol dans la littérature 139
6.2 Impact du glissement sur le mouvement 140
6.3 Identification des paramètres du sol 142
6.3.1 Identification des paramètres du modèle longitudinal 142
6.3.2 Identification des paramètres du modèle latéral 148
6.3.3 Scénario d'exploration 153
6.4 Régulation du glissement 154

6.5 Limites du prototype 154
6.6 Conclusion 155

Conclusion et perspectives **157**
Contributions 157
Perspectives 158

Bibliographie **161**

Annexes **171**

A Nomenclature **171**

B Filtre de Kalman **176**

C Résolution de $y = \frac{e^x - 1}{x}$ **178**

D Dispositif expérimental pour l'étude de l'interaction roue-sol (projet) **181**

E Paramètres de sols **183**

Table des figures

1.1 Quelques types de sols naturels 6
1.2 Les débuts de la robotique mobile 7
1.3 Robots d'exploration planétaires 8
1.4 Chronologie de la robotique mobile 8
1.5 Quelques exemples de robots mobiles tout-terrain 9
1.6 Exemples de robots mobiles rapides 10
1.7 Véhicule agricole automatique 11
1.8 Architectures cinématiques de direction 12
1.9 Épure de Jeantaud 12
1.10 Cinématique à quatre roues directionnelles 13
1.11 Plateforme robotique ATRV-2 15

2.1 Angles de chasse et de carrossage 18
2.2 Paramétrage cinémato-statique d'une roue 18
2.3 Définition de $\boldsymbol{e_\sigma}$ et $\boldsymbol{e_\tau}$ 20
2.4 Cercles de Mohr 21
2.5 Schéma d'un essai triaxial 21
2.6 Relation force-déplacement en compression 22
2.7 Définition de v et ω 23
2.8 Principe de l'obtention des efforts d'interaction 24
2.9 Pénétromètre à cône 26
2.10 Interpolation linéaire par morceaux (d'après [Li *et al.* 2006]) 27
2.11 Force longitudinale en fonction du glissement donnée par la formule de Pacejka 27
2.12 Modélisation granulaire empirique [Andrade-Barroso 2000] 30
2.13 Exemple de modélisation pneu-sable par la FEM [Schmid *et al.* 2000] . . . 31
2.14 Définition des notations pour la DEM 32
2.15 Simulation bidimensionnelle du déplacement d'une roue à crampons par DEM 33
2.16 Modèle de brosse 34
2.17 Modèle de Fiala 35
2.18 Bévamètre (adapté de [Bekker 1969]) 36
2.19 Modèle de brosse à une seule lamelle 37
2.20 Relation friction-déplacement dans le modèle de Dahl 38
2.21 Catégorisation des principaux modèles d'interaction roue-sol 40

2.22 Notations pour l'intégration des données inertielles 42
2.23 Notations pour la différentiation de position 43
2.24 Disposition du radar sur un tracteur agricole 45
2.25 Angle de contact 48

3.1 Modélisation géométrique adoptée pour le contact roue-sol 54
3.2 Mesure expérimentale de la relation force-enfoncement 55
3.3 Taux de glissement en fonction des vitesses à l'interface roue-sol 59
3.4 Mesure expérimentale de la relation contrainte tangentielle-déplacement . . 60
3.5 Relation contrainte tangentielle-déplacement 61
3.6 Force de traction brute pour différentes valeurs de K 62
3.7 Modélisation de l'interface roue-sol dans le plan tangent 66
3.8 Résistance de cisaillement et force de traction brute en fonction de l'angle de vitesse de glissement 68
3.9 Modélisation pour le calcul de la résistance de bulldozing 69
3.10 Influence de la cohésion sur la résistance de bulldozing 72
3.11 Influence de l'angle de friction interne sur la résistance de bulldozing 72
3.12 Dispositif expérimental 75
3.13 Mesure de la force de traction nette en fonction de s [Grand 2004] 75
3.14 Vue du simulateur 76
3.15 Glissement en fonction du couple actionneur 77
3.16 Évolution des vitesses linéaire et angulaire en fonction du couple actionneur 78
3.17 Efficacité de traction avec et sans terme inertiel de rotation 81
3.18 Illustration du glissement minimal 82

4.1 Définition du cap et de la route 84
4.2 Définition de la distance pour le suivi de trajectoire 85
4.3 Définition de l'écart pour le suivi de chemin 86
4.4 Modélisation du véhicule autonome 88
4.5 Modèle d'un quart de véhicule 89
4.6 Schéma de commande avec correcteur proportionnel 90
4.7 Réponse temporelle pour un échelon 92
4.8 Couple actionneur pour un échelon 93
4.9 Schéma de commande avec correcteur PI 93
4.10 Réponse temporelle pour un échelon 94
4.11 Simulation de régulation du taux de glissement 96
4.12 Taux de glissement en fonction du gain α_0 97
4.13 Couple actionneur en fonction du gain α_0 97
4.14 Configuration du système pour l'analyse statique 98
4.15 Résolution de l'hyperstatisme 99
4.16 Système {véhicule} simplifié à commander 102
4.17 Schéma-bloc de l'achitecture de commande 103
4.18 Schéma de commande en boucle fermée 106
4.19 Paramètres pour le suivi de trajectoire 106
4.20 Configuration singulière du véhicule 107

4.21 Graphe de la fonction $d \mapsto \arctan(k_f d)$ pour différentes valeurs de k_f . . . 108
4.22 Architecture sans commande de traction . . . 109
4.23 Schéma-bloc de l'achitecture de commande avec contrôle de traction . . . 110
4.24 Évolution temporelle de la vitesse et du cap désirés . . . 111
4.25 Route décrite par la trajectoire dans le plan . . . 112
4.26 Virage à droite en surimposition (sans contrôle de traction) . . . 112
4.27 Cap et vitesse sans contrôle de traction . . . 113
4.28 Taux de glissement (sans contrôle de traction) . . . 113
4.29 Virage à droite en surimposition (avec contrôle de traction) . . . 114
4.30 Cap et vitesse avec contrôle de traction . . . 114
4.31 Taux de glissement (avec contrôle de traction) . . . 115

5.1 Démonstrateur 5S . . . 120
5.2 Disposition des éléments dans le robot . . . 121
5.3 Détail d'une roue déformable . . . 121
5.4 Architecture logicielle et matérielle du robot 5S . . . 123
5.5 Radar Doppler MDU1130 . . . 124
5.6 Disposition du radar . . . 125
5.7 Processus d'acquisition de la fréquence . . . 127
5.8 Signal radar après amplification . . . 128
5.9 Densité spectrale de puissance . . . 128
5.10 Définition de la dispersion angulaire . . . 129
5.11 Puissance émise en fonction de l'angle d'incidence . . . 130
5.12 Densité spectrale de puissance du signal reçu . . . 131
5.13 Structure du filtre de Kalman pour la fusion de données . . . 132
5.14 Comparaison des mesures de vitesse pour plusieurs vitesses de rotation des roues . . . 133
5.15 Principe de la validation du radar . . . 133
5.16 Séquence d'images prises pendant la validation du capteur . . . 134
5.17 Comparaison des mesures vision/radar . . . 135
5.18 Terrains testés . . . 136
5.19 Vitesse du robot en asservissement de vitesse . . . 137
5.20 Taux de glissement en asservissement de vitesse . . . 137

6.1 Vitesse de plateforme . . . 141
6.2 Évolution temporelle des taux de glissement . . . 141
6.3 Vitesse angulaire des roues de test . . . 143
6.4 Vitesse angulaire des roues arrière . . . 143
6.5 Régulation de la vitesse de plateforme . . . 144
6.6 Taux de glissement à chaque roue pendant la procédure d'estimation . . . 145
6.7 Taux de glissement de la roue avant droite . . . 145
6.8 Relation glissement-intensité . . . 146
6.9 Relation glissement-force de traction (béton) . . . 146
6.10 Interpolation des données pour plusieurs sols . . . 148
6.11 Schéma du robot mobile en rotation . . . 149

6.12 Vitesse de rotation mesurée par les gyromètres 150
6.13 Rotation des roues (rad/s) 151
6.14 Courants mesurés (mA) 151
6.15 Évolution temporelle de la vitesse de glissement latérale 152
6.16 Évolution temporelle de la force latérale moyenne 152
6.17 Force latérale en fonction de la vitesse latérale 153
6.18 Scénario d'exploration 153
6.19 Régulation du glissement pour une roue 155

B.1 Schéma général du filtre de Kalman 176

C.1 Graphe de la fonction $y = \frac{e^x - 1}{x}$ 178
C.2 Graphe de la fonction $x \mapsto -\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$ 179
C.3 Graphe de la fonction $x \mapsto x\,e^x$ 180
C.4 Graphe de la fontion inverse $x = f^{-1}(y)$ 180

D.1 Schéma de banc d'essai d'interaction roue-sol 182
D.2 Vue CAO du banc d'essai 182

Liste des tableaux

1.1 Vitesse nominale de différents rovers planétaires 9
1.2 Caractéristiques de quelques robots mobiles rapides 10

3.1 Exposant de vitesse de pénétration du sol [Shmulevich *et al.* 1998] 57
3.2 Signe du taux de glissement, cas $v \geq 0$ 58
3.3 Signe du taux de glissement, cas $v \leq 0$ 59
3.4 Valeurs typiques du module de cisaillement K (cm) 60
3.5 Paramètres pour le calcul des résistances latérales 69
3.6 Paramètres de la simulation en boucle ouverte 78

4.1 Paramètres de la simulation 110

5.1 Paramètres du véhicule autonome 5S 120
5.2 Paramètres principaux de différents radars 124
5.3 Paramètres du modèle du radar 130

6.1 Paramètres agrégés estimés 148

A Nomenclature 171

D.1 Capteurs et actionneurs du projet de banc d'essai terramécanique 181

E Paramètres de sols 183

Introduction

Les recherches présentées dans ce mémoire concernent la commande de véhicules autonomes tout-terrain.

Un robot mobile se déplaçant à une vitesse élevée sur un sol naturel est soumis à des phénomènes de glissement et de dérapage qui peuvent altérer les performances, voire déstabiliser la commande du système en suivi de trajectoire ou de chemin. Au cours des dernières années, beaucoup d'attention a été focalisée sur les véhicules autonomes à roues se déplaçant rapidement sur des terrains naturels. La maîtrise des déplacements à haute vitesse en environnement naturel peut devenir un enjeu important pour des applications robotiques dans l'exploration terrestre, spatiale, ou dans l'agriculture.

Plus spécifiquement, nous considérons comme environnement naturel un sol relativement horizontal, homogène et faiblement cohésif. Nous étudions en outre une cinématique particulière de robot mobile : la locomotion est assurée par quatre roues motrices *non directrices* indépendantes. Il s'agit d'une configuration particulièrement robuste et dotée d'une bonne mobilité à faible coût.

Les commandes classiques reposent généralement sur l'hypothèse du roulement sans glissement, ce qui mène à l'étude d'un système mécanique cinématiquement contraint. Cette hypothèse est féconde dans de nombreux cas où le robot se déplace dans un environnement structuré ou à faible vitesse. Dans notre cas, le glissement ne peut plus être négligé, et cette hypothèse n'est plus admissible.

L'approche choisie est une commande basée sur un modèle du contact au sol. Par conséquent, une étude approfondie de la modélisation de l'interaction entre le véhicule et le sol est nécessaire, ainsi que son intégration dans une architecture de commande. Nous présentons donc une étude bibliographique de la modélisation de l'interaction roue-sol.

Moyennant quelques développements théoriques supplémentaires, le modèle sélectionné peut être intégré dans un outil de simulation dynamique, ce qui permet de tester et de valider des lois de commande pour le déplacement du véhicule en milieu naturel.

L'objectif global est la conception d'une architecture de commande pour le suivi de trajectoire ou de chemin, en tenant compte de la dynamique et des glissements de chacune des roues. Dans notre contribution, le glissement n'est pas considéré comme une perturbation mais comme une entrée du système, *mesurable et commandable*.

Une étude expérimentale est entreprise afin de valider ce travail de modélisation et de conception. Dans le cadre de cette thèse, un prototype expérimental léger est développé. Nous nous concentrons sur un problème fondamental dans la mise en œuvre de la

commande théorique : la mesure de la vitesse absolue du véhicule, indépendamment du contact au sol. Ce point est traité par l'utilisation d'un radar à effet Doppler.

À partir de là, il est possible de mener des campagnes de mesure en laboratoire et sur différents types de terrains naturels. La mesure de la vitesse donne accès à la mesure du glissement, puis aux efforts par l'intermédiaire du modèle d'interaction roue-sol. Les problèmes d'estimation *in situ* des paramètres de ce modèle sont abordés.

Première partie

Généralités

Chapitre 1

Contexte et problématique

Dans ce premier chapitre, nous exposons le contexte général dans lequel s'inscrit ce travail de thèse. Nous présentons un état de l'art synthétique de la robotique mobile tout-terrain avant d'aborder les objectifs et l'approche proposée dans ce mémoire.

1.1 Cadre général

Nous nous intéressons au problème de la locomotion de véhicules autonomes terrestres en milieu naturel.

La notion d'autonomie recouvre une grande variété de concepts dont le point commun est un certain degré d'indépendance décisionnelle par rapport à l'homme, degré qui varie de la simple répétition de mouvements préenregistrés aux techniques complexes de l'intelligence artificielle.

Parmi tous les véhicules et systèmes de locomotion artificiels disponibles pour la navigation autonome tout-terrain [Hirose 1991], les systèmes à roues ont une place prépondérante car ils représentent un bon compromis entre la capacité de franchissement, la vitesse de déplacement, la charge utile et la consommation énergétique.

Nous écartons d'emblée les problématiques liées au déplacement sur terrains irréguliers ([Le Menn 2007; Grand 2004] par exemple), au franchissement d'obstacles [Siegwart *et al.* 2002], et à la navigation [Pruski 1996], pour nous concentrer sur un autre aspect fondamental pour l'accomplissement des tâches d'exploration et de suivi. Il s'agit de l'étude du système locomoteur, lui-même en interaction avec le sol, afin de maximiser son efficacité.

Un « terrain naturel » sera donc pour nous un terrain dégagé horizontal, sans obstacle ni relief, avec une rugosité faible devant les dimensions caractéristiques des roues. Dans ce cadre, la spécificité du sol naturel réside généralement dans la nature et l'état de la matière qui le compose. À la différence des sols urbains et des routes goudronnées, le sol naturel peut être facilement déformable et faiblement cohésif à l'échelle des efforts envisagés. C'est pourquoi nous prendrons en considération ce type de terrain. La figure 1.1 donne un aperçu de ces terrains naturels.

Cela ne restreint pas beaucoup le cadre d'application. En effet, dans un grand nombre de situations, les tâches de locomotion tout-terrain ont lieu dans ce type d'environnement.

Les applications potentielles vont de la conception de machines agricoles automatiques

Paysage polaire

Mars[1]

Champ labouré

Étendue de sable (Sahara)

Fig. 1.1 – Quelques types de sols naturels

à l'exploration planétaire à large échelle, en passant par l'automatisation d'engins de surveillance tout-terrain.

Dans le domaine de l'agriculture, l'augmentation de la dimension des surfaces, des besoins de productivité et de précision, l'optimisation de la consommation d'énergie, de produits phytosanitaires et de semences, vont dans la direction d'une automatisation croissante. Cette tendance s'accompagne d'un besoin d'amélioration des connaissances dans les algorithmes de commande et l'interaction avec le sol.

Dans les applications terrestres, on constate un écart très important entre les performances des véhicules conduits par l'homme, même en terrain non structuré, et les véhicules robotisés dans les mêmes conditions.

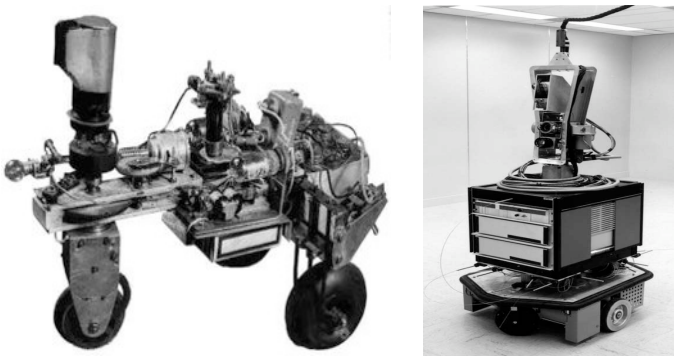
Quant à l'exploration planétaire, les faibles performances dynamiques des véhicules et la difficulté du milieu limitent fortement le rayon d'action.

Ces domaines applicatifs illustrent le cadre général de cette thèse, née d'un besoin réel d'amélioration des performances dans le déplacement de véhicules autonomes en milieu naturel.

1.2 La robotique mobile tout-terrain

Un système de locomotion terrestre a pour finalité le déplacement d'un corps grâce à la génération de forces s'opposant aux phénomènes de résistance au mouvement. Dans le cas des véhicules à roues, le mécanisme de propulsion génère des couples qui mettent

[1]Traces du robot Opportunity, janvier 2005, image NASA/JPL



a. Elsie (1948) b. Shakey (1969)

Fig. 1.2 – Les débuts de la robotique mobile

ces roues en rotation. La friction ou l'adhérence des roues sur le sol permet de convertir ces couples actionneurs en force motrice du véhicule. Le mouvement résultant dépend de l'environnement (résistance aérodynamique, interaction roue-sol, topologie du terrain et gravité) et du véhicule lui-même (géométrie, dynamique, frottements internes).

En robotique mobile, on cherche à rendre ce véhicule le plus autonome possible dans l'accomplissement de sa tâche. Cette tâche est soit le transport d'une charge utile (instruments de mesure, bras articulé, minerai, etc.), soit l'exploration, soit le travail sur site dans un environnement inconnu, impraticable ou dangereux pour l'être humain.

Selon [Tokoro et Steels 2003], les premiers mécanismes que l'on peut qualifier de robots mobiles terrestres autonomes (et non plus de simples automates mobiles) apparaissent en 1948-1949, lorsque Grey Walter construit les robots tortues Elmer et Elsie (ELectroMEchanical Robot, Light-Sensitive, figure 1.2a) [Walter 1951]. Ces robots à 3 roues, dotés de contacteurs et de capteurs optiques, s'orientent grâce à la lumière et peuvent ainsi retourner à leur station de chargement lorsque leurs batteries s'épuisent. L'unité de traitement est un circuit analogique à deux tubes à vides. En 1969, Nils Nilsson [Nilson 1969] construit le robot SHAKEY (figure 1.2b) à l'université de Standford (Californie). Ce robot dispose de capteurs tactiles binaires et d'une caméra.

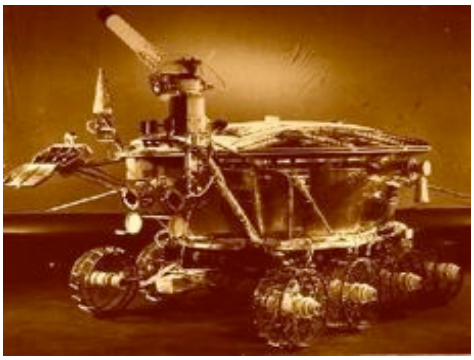
On peut considérer qu'il s'agit du premier robot mobile dont la liaison perception-action n'est plus une simple boucle réflexe mais résulte d'un traitement relativement complexe. Son objectif principal était la navigation dans un environnement très structuré tel que l'intérieur d'un bâtiment.

En France, l'étude de la robotique mobile commence en 1977 avec le prototype Hilare [Giralt 1990].

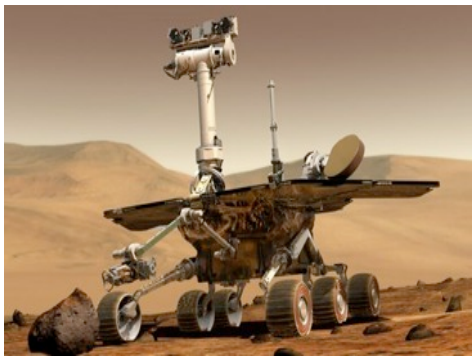
L'exploration et le transport en environnement non structuré, c'est-à-dire non créé et non modifié par l'homme, apparaissent comme un enjeu majeur. Les robots mobiles à roues représentent une des solutions possibles. C'est le cas de l'exploration planétaire extraterrestre. Le premier véhicule planétaire automatique et téléopéré est déployé en 1970 (figure 1.3a) [Huntress *et al.* 2003].

En 1997, la mission Pathfinder de la NASA[2] envoie Sojourner, le premier robot mobile

[2]National Aeronautics and Space Administration, Agence spatiale américaine



a. Robot lunaire Lunokhod



b. Robot Spirit/Opportunity (image d'artiste)

Fig. 1.3 – Robots d'exploration planétaires

d'exploration planétaire américain, sur la planète Mars [Golombek *et al.* 1997]. Enfin en 2004, ce sont les « rovers » Spirit (figure 1.3b) et Opportunity qui explorent le sol martien [Biesiadecki *et al.* 2006].

Cette chronologie succincte montre les développements des dernières décennies dans le domaine de la robotique mobile. Au cours des premières décennies, l'invention de l'ordinateur (1948) et le développement de l'automatique en tant que science permet la conception de véhicules autonomes d'intérieur (l'invention du PID[3] date de 1939 [Koza *et al.* 2003]). La conquête du milieu non artificiel par les robots mobiles commence dans les années soixante. Mais l'utilisation de véhicules avec un degré d'autonomie dépassant la téléopération est plus récente grâce, en particulier, à la miniaturisation de la logique de commande (microprocesseur) et des capteurs.

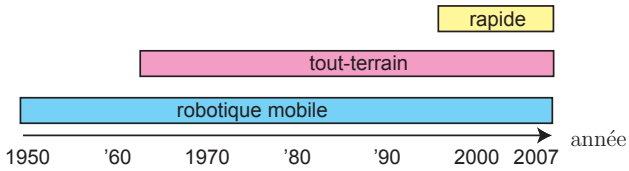


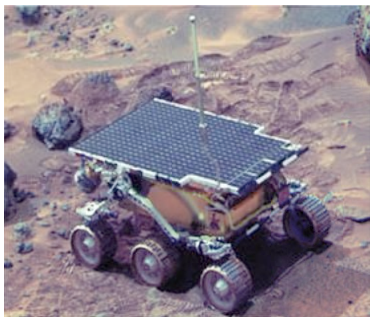
Fig. 1.4 – Chronologie de la robotique mobile

Il existe aujourd'hui de nombreux systèmes robotiques en environnement naturel exploités pour diverses applications.

La figure 1.5 montre quelques exemples pour le cas de l'exploration de planètes extraterrestres.

D'une manière générale, les recherches portent sur l'amélioration des performances des robots en matière de franchissement. L'attention est focalisée sur la navigation et la locomotion sur des terrains non structurés, présentant des difficultés topologiques (pentes, dépressions, obstacles, etc.). Dans ce cadre il existe une importante littérature. Citons par exemple [Schenker *et al.* 2003; Grand 2004; Siegwart *et al.* 2002].

[3]correcteur proportionnel-intégral-dérivé



a. Sojourner

b. Shrimp [Siegwart *et al.* 2002]

c. Nexus 6 [Yoshida et Hamano 2002b]

d. Robovolc [Caltabiano *et al.* 2004]

FIG. 1.5 – Quelques exemples de robots mobiles tout-terrain

TAB. 1.1 – Vitesse nominale de différents rovers planétaires

Robot	Vitesse(m/s)	Date	Source	Fr
Sojourner	0,01	1997	[Lauback 1998]	0,004
Rocky 3	0,15	1990	[Volpe 1999]	0,06
Rocky 7	0,12	1996	[Volpe 1999]	0,05
MER	0,01	2003	[Biesiadecki *et al.* 2006]	0,003
Lunokhod 1	0,5	1970	[Zakrajsek *et al.* 2005]	0,1
Nomad	0,5	1997	[Zakrajsek *et al.* 2005]	0,1
Nexus 6	0,05	2002	[Yoshida et Hamano 2002a]	0,03
Mars Science Laboratory*	0,06	2009	[Ojeda *et al.* 2006]	0,01
Hylos	0,6	2004	[Grand 2004]	0,2

*projet de rover d'exploration de Mars, JPL/NASA

C'est dans cette optique qu'ont été conçus de nombreux systèmes, notamment les rovers planétaires. Le tableau 1.1 montre que la vitesse nominale de ces véhicules (c'est-à-dire la vitesse moyenne en condition d'exploitation) ne permet pas leur déplacement sur une large échelle en temps accetable. Les deux rovers martiens de la mission MER, par exemple, parcourent 1 km par jour.

Une comparaison plus significative peut être établie en calculant le nombre de Froude, qui caractérise la vitesse atteinte relativement à la taille :

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g\,l}} \tag{1.1}$$

où v est la vitesse par rapport au sol, g l'accélérateur de la pesanteur et l une longueur

caractéristique (ici la longueur totale du véhicule).

Le problème des véhicules autonomes à grande vitesse a été peu abordé jusqu'ici. Ce concept de grande vitesse pour un robot mobile dépend du terrain traversé et du véhicule lui-même. On considèrera (comme [Spenko *et al.* 2006]) qu'un véhicule autonome se déplace à grande vitesse sur un terrain donné si les effets dynamiques ont une influence importante sur sa trajectoire, au point d'engendrer des comportements spécifiques (retournements, glissement, dérapage, chutes balistiques, etc.)

Il existe plusieurs véhicules téléopérés rapides (*Unmanned Ground Vehicles*, UGV), principalement utilisés pour des applications militaires.

Citons le Dragon Runner [Baity 2005], développé par l'Institut de robotique de l'Université de Carnegie Mellon (fig. 1.6a). La plateforme est réversible et les roues sont directionnelles. Le RobucarTT [Tessier *et al.* 2006] est un véhicule à quatre roues motrices indépendantes(fig. 1.6b). Toutes les roues sont directionnelles.

Le tableau 1.2 donne les caractéristiques de quelques systèmes robotiques rapides (dépassant 5 m/s). Il s'agit généralement de systèmes téléopérés avec une faible autonomie décisionnelle. Si nous considérons le nombre de Froude, la comparaison avec le tableau 1.1 montre que ces robots rapides sont caractérisés, grossièrement, par une valeur supérieure à l'unité.

a. Rover Dragon Runner

b. RobucarTT

Fig. 1.6 – Exemples de robots mobiles rapides

Tab. 1.2 – Caractéristiques de quelques robots mobiles rapides

Robot	Longueur (cm)	Largeur (cm)	Poids (kg)	Vitesse maximale (m/s)	Fr
Dragon Runner	39,4	28,6	7,3	9	4,6
RobucarTT	184	130	350	5	1,2
UGCV RST	213	137	453	11	2,4
ARTEmiS [Shimoda *et al.* 2005]	89	61	35,4	7	2,4

La commande de robots mobiles rapides implique des contraintes spécifiques que nous détaillons dans ce mémoire. Nous verrons en particulier qu'on ne peut plus supposer le roulement sans glissement et donc la non-holonomie du système.

définition

holonomie : Un système mécanique est holonome si toutes les contraintes et les liaisons s'expriment sous la forme $f(x_1, x_2, ..., x_n, t) = 0$ où $x_1, ..., x_n$ sont les coordonnées généralisées du système et t le temps. Un retour à la configuration initiale du système provoque le retour à la position initiale de ses corps.

Par conséquent, les contraintes impliquant des vitesses sont des contraintes non holonomes. La position finale du système dépend à la fois de la configuration mais aussi du chemin parcouru. Les équations régissant le mouvement sont donc non intégrables.

1.2.1 Traction et glissement

Un autre axe de recherche concerne l'étude de la locomotion sur des terrains à faible adhérence ou à faible cohésion[4]. Cela implique l'apparition de glissements et de dérapages, ce qui provoque une diminution de la traction et une altération de la commande, voire une perte de stabilité du véhicule.

Ces problèmes ont été abordés par plusieurs auteurs. [Lenain 2005] étudie la commande d'un tracteur agricole (fig. 1.7) en suivi de chemin, en présence de glissements, à l'aide d'un positionnement par GPS différentiel.

[Yoshida et Hamano 2002b] utilise une approche basée modèle physique pour contrôler la traction d'un rover, via l'estimation des glissements. Ceux-ci sont calculés grâce à une méthode de vision externe.

Fig. 1.7 – Véhicule agricole automatique

[Van der Burg et Blazevic 1997] s'intéresse au contrôle de la traction par des techniques proches de l'ABS[5] utilisés sur les véhicules routiers.

La plupart des travaux cherchent à éviter ou minimiser les glissements, et maximiser la propulsion. D'autres approches consistent à identifier le type de sol parcouru afin d'adapter la commande. Cette identification peut se faire par analyse visuelle [Kim *et al.* 2006], par analyse vibratoire [Brooks et Iagnemma 2005] ou par d'autres techniques.

[4]La cohésion est la propension des grains élémentaires de matière à adhérer les uns aux autres. Ce concept sera abordé plus en détail par la suite.

[5]Anti-lock Braking System (Système de freinage avec anti-blocage des roues)

1.2.2 Systèmes de direction

Les systèmes robotiques à roues évoluant en milieu extérieur doivent pouvoir modifier la direction de leur mouvement, c'est-à-dire leur cap. Il existe plusieurs architectures cinématiques possibles réalisant cette fonction.

La figure 1.8 tirée de [Shamah *et al.* 2001] présente les mécanismes les plus fréquents.

Fig. 1.8 – Architectures cinématiques de direction

Épure de Jeantaud

Sur un des essieux, un couplage mécanique assure la rotation coordonnée des roues par rapport à l'axe vertical, de manière à satisfaire les contraintes cinématiques du véhicule, dans l'hypothèse où la plateforme est en mouvement plan. Dans un virage, l'angle de braquage de la roue extérieure est plus petit que l'angle de la roue intérieure. Ainsi les normales aux plans sagittaux des roues sont concourantes en un point, le centre instantané de rotation (CIR), qui se situe sur la droite passant par les centres des roues non directrices. La figure 1.9 montre la position du centre instantané de rotation par rapport aux angles de braquage des roues, dans l'hypothèse du roulement sans glissement.

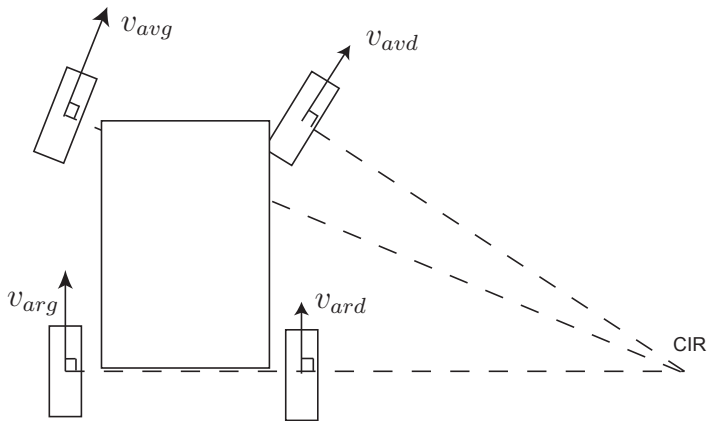


Fig. 1.9 – Épure de Jeantaud

Cette cinématique est couramment utilisée sur les véhicules routiers.

Châssis articulé

Le châssis est composé de deux ou plusieurs parties orientables les unes par rapport aux autres, par des liaisons actives ou passives. Notons que le cas d'un essieu articulé est un cas particulier (essieu à « cheville ouvrière »).

Les véhicules ferroviaires sont un exemple de cette configuration avec des liaisons passives entre les wagons.

Roues directionnelles indépendantes

Les roues sont orientables indépendamment. C'est la configuration qui présente la plus grande mobilité (figure 1.10). Elle permet des manœuvres impossibles à réaliser avec les autres mécanismes, comme le déplacement en crabe. Elle permet aussi la rotation autour du centre de la plateforme.

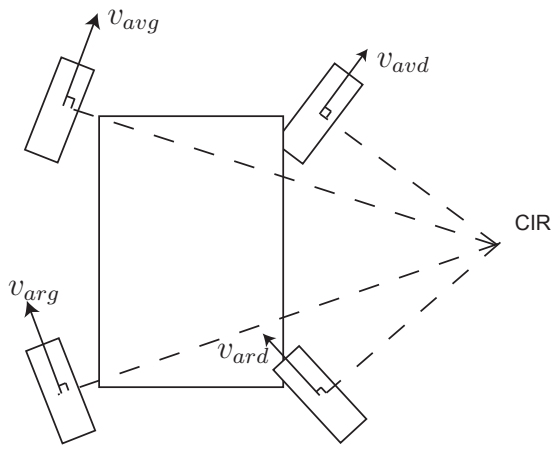


Fig. 1.10 – Cinématique à quatre roues directionnelles

L'inconvénient de cette architecture est la complexité de la motorisation des axes de direction et la mise en œuvre d'une commande assurant la coordination mécanique des actionneurs avec une précision suffisante. Cela rend le système mécanique plus complexe, plus lourd et moins robuste.

Roues non directionnelles (*skid-steering*)

Les essieux sont fixes par rapport à la plateforme. Le changement de cap est possible grâce à un différentiel de force de traction entre les deux flancs du châssis. Cette différence de force motrice est elle-même obtenue par une différence de vitesses de rotation des roues.

Dans cette architecture, le glissement latéral des roues est une condition nécessaire de la rotation de la plateforme.

La position du centre instantané de rotation est fonction de la vitesse de glissement et de la vitesse de lacet. La présence de glissement limite grandement l'exploitation des mesures odométriques.

Cependant, cette configuration est particulièrement robuste et légère. La commande est relativement simple.

Pour ces raisons, c'est l'architecture que nous choisissons dans notre étude.

1.3 Problématique et objectifs

L'objectif est l'élaboration d'outils pour la commande du déplacement de véhicules autonomes à roues sur sol naturel en présence de glissements importants. Par « sol naturel », il faut comprendre un terrain dégagé, horizontal et quasi-plan, caractérisé par une cohésion faible. Les glissements surviennent en particulier lors des déplacements à haute vitesse, ou quand les rotations des roues sont cinématiquement incompatibles.

La commande proposée doit permettre d'assurer le suivi d'une trajectoire ou d'un chemin. Ces notions seront définies plus loin dans ce mémoire.

1.4 Approche proposée

Nous simplifierons l'étude de ce système complexe en négligeant l'action éventuelle de l'atmosphère sur le véhicule, ainsi que l'influence des pentes et des dévers. Ainsi le véhicule n'est plus soumis qu'aux forces de contact au sol, à sa dynamique et à ses frottements internes.

Nous choisissons une cinématique simple à quatre roues motrices indépendantes et non directionnelles (en anglais : *skid-steering mobile robot* ou *differential drive mobile robot*).

Cette cinématique (de même que la locomotion à chenilles) a l'avantage d'être particulièrement robuste et simple par rapport aux mécanismes de braquage de roues, tout en permettant une grande mobilité. C'est pourquoi elle est souvent utilisée pour les véhicules militaires et de génie civil. Sa simplicité de modélisation nous permet de nous concentrer sur les aspects relatifs à l'interaction roue-sol. Cette simplicité en fait aussi une architecture peu coûteuse.

Comme le montrent [Fuke et Krotkov 1996], des tâches d'exploration spatiales peuvent également être accomplies par des robots mobiles autonomes ayant cette cinématique. La dynamique des robots de ce type est assez semblable aux robots à chenilles, qui ont été largement étudiés ([Le 1999; Ma et Perkins 1999] par exemple). Par rapport à des véhicules chenillés, cette architecture cause moins de dégâts au sol, ce qui peut être intéressant pour certaines applications (agriculture et exploration principalement).

Généralement, toutes les roues sont indépendamment motorisées, ce qui augmente la mobilité et la manœuvrabilité du robot sur terrain accidenté (Toutefois, la mobilité du véhicule est limitée à 2 sur sol plan). La fiabilité est aussi renforcée grâce à la redondance des actionneurs. C'est le cas par exemple du système représenté sur la figure 1.11.

Les changements de direction de ce type de véhicule passent nécessairement par la commande différentielle de la traction de chaque côté du châssis, ce qui en fait une bonne plateforme de démonstration pour une commande basée sur la modélisation de l'interaction roue-sol.

Toutes ces raisons nous ont incité à choisir cette cinématique afin d'expérimenter et de valider la faisabilité des concepts abordés dans cette thèse. Sur cette base, le passage

Fig. 1.11 – Plateforme robotique ATRV-2

à une cinématique à roues directionnelles améliorerait manifestement la manœuvrabilité du robot.

La commande de ce type de robot mobile a été étudiée par plusieurs auteurs. En particulier, [Caracciolo *et al.* 1999] puis [Kozlowski et Pazderski 2004], en supposant le roulement sans glissement longitudinal, proposent une commande stable en imposant une contrainte sur la projection du centre instantané de rotation sur l'axe médian du robot.

Nous proposerons dans la suite une commande réputée stable sans imposer de contrainte particulière.

Le problème de la mobilité sur sol rigide a été souvent abordé dans la littérature, en particulier en raison de ses applications dans le domaine de l'automobile. L'interaction est souvent modélisée par un coefficient de frottement, dont l'expression est plus ou moins complexe (par exemple le modèle proposé par [Dugoff *et al.* 1969]). Un autre modèle très utilisé dans ce cadre est la formule « magique » de Pacejka [Pacejka 2002].

La mobilité sur sol déformable présente plus d'intérêt dans le cadre de la traction tout-terrain. On cherche donc à commander un véhicule sur sol meuble et faiblement cohésif tel que le sable, la poussière, la neige, etc.

L'approche choisie consiste à utiliser un modèle physique d'interaction des roues avec le sol afin d'estimer les efforts à l'interface de contact. Nous souhaitons ainsi, par l'intermédiaire du modèle dynamique, maîtriser ces efforts et donc maîtriser le déplacement du véhicule.

Cette approche suppose la modélisation adéquate du contact au sol, mais aussi l'estimation sur site des paramètres du modèle. Elle suppose aussi la connaissance, par la mesure ou l'estimation indirecte, des grandeurs d'entrée du modèle, qui sont d'ordre géométrique et cinématique. Nous pouvons déjà noter que cela implique un nombre supérieur d'organes de perception par rapport aux commandes sans modèle[6].

L'enjeu principal de notre travail sera d'évaluer l'intérêt pratique de l'intégration de ce modèle physique dans l'architecture de commande. Ainsi nous aborderons l'étude d'un véhicule en simulation, puis en situation réelle à l'aide d'un prototype dédié.

[6]Cet inconvénient, amoindri par la baisse du coût des capteurs, est compensé par l'amélioration des performances du robot.

1.5 Organisation du mémoire

Le mémoire est divisé en trois parties. La première traite du contexte, de l'approche envisagée et la littérature relative à notre étude. Le **chapitre 2** est une étude bibliographique des différents modèles d'interaction roue-sol. On y expose aussi les méthodes de mesure de vitesse et les techniques de commande de traction.

La seconde partie pose les bases théoriques de notre approche. Le **chapitre 3** est consacré à l'étude théorique et expérimentale de la modélisation de l'interaction roue-sol. Dans le **chapitre 4**, on aborde la conception de la commande basée sur cette modélisation.

Les chapitres qui suivent concernent la partie expérimentale de notre étude. Dans le **chapitre 5**, on met en œuvre la commande proposée dans un prototype de robot mobile. Après avoir décrit la plateforme expérimentale, nous présentons notre méthode de mesure de la vitesse longitudinale par rapport au sol.

L'étape suivante, abordée dans le **chapitre 6**, est l'utilisation de cette information pour l'estimation et l'asservissement du glissement. La connaissance du glissement permet l'estimation sur site des paramètres du modèle d'interaction.

Enfin, dans le **dernier chapitre**, on récapitule les résultats principaux auxquels nous avons abouti.

Chapitre 2

État de l'art : Modélisation et commande des efforts de contact

2.1 Introduction

Afin de concevoir une architecture de commande basée sur un modèle de contact au sol, une étude bibliographique des différentes modélisations existantes est nécessaire.

Les relevés expérimentaux montrent que la force de traction générée par une roue dépend du taux de glissement, une variable rendant compte de la notion de glissement entre la roue et le sol. Ce glissement dépend lui-même de la vitesse de rotation de la roue et de la vitesse du véhicule par rapport au référentiel lié au sol.

Cela nous mène à la mesure pratique de cette vitesse du véhicule. Nous présentons dans ce chapitre plusieurs méthodes et capteurs permettant de réaliser cette mesure.

L'objectif *in fine* de cette instrumentation est la commande de traction. Nous cherchons pour cela à estimer le glissement dans le but de le réguler. Ce chapitre se conclut donc par une analyse des différentes méthodes de commande de glissement existantes, et plus généralement, de contrôle des efforts de contact au sol.

2.2 La roue

Le mécanisme constitué d'un corps solide (la *roue*) symétrique de révolution (déformable ou non) en rotation permanente autour d'un *pivot* peut être qualifié d'artificiel, en ce sens qu'on ne le retrouve pas chez les êtres vivants. En effet, la liaison rotoïde entre la jante et le châssis interdit la présence de tissus organiques fixés à chacun de ces organes (vaisseaux sanguins, muscles, nerfs, phloème[1], etc.)

On situe généralement l'invention de la roue 3500 ans avant J.-C. [Wong 1989] à Sumer en Mésopotamie. Son usage est inconnu dans l'Amérique précolombienne, ainsi qu'en Afrique sub-saharienne et en Océanie jusqu'à une époque récente.

Dans le cas d'un véhicule, la roue permet la propulsion et/ou la sustentation d'une charge utile. On parle alors de *système locomoteur*.

[1] Tissu conducteur de la sève élaborée chez les plantes vasculaires

Bien que tous les profils générateurs d'une symétrie de révolution soient possibles, la plupart des roues ont une forme quasi-cylindrique ou quasi-torique, afin de maximiser la surface de contact tout en minimisant la masse, l'inertie et les difficultés technologiques (fabrication, remplacement, etc.).

La géométrie d'une roue de véhicule montée sur son axe est caractérisée par sa taille (rayon, largeur), son *angle de carrossage* et, dans le cas d'une roue directionnelle, son *angle de chasse* (voir figure 2.1). Par convention, le signe de l'angle de carrossage est défini par l'« ouverture » au sol des roues d'un même essieu.

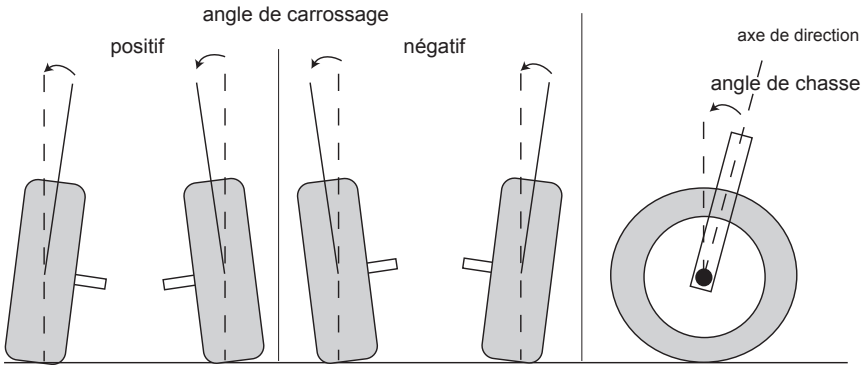


FIG. 2.1 – Angles de chasse et de carrossage

Dans notre cas, les roues ne sont pas directionnelles, donc les angles de braquage et de chasse sont supposés nuls. Nous faisons aussi l'hypothèse que l'angle de carrossage est nul. Le plan sagittal de la roue est donc perpendiculaire au plan du sol.

On considère une roue en mouvement sur une surface plane (figure 2.2).

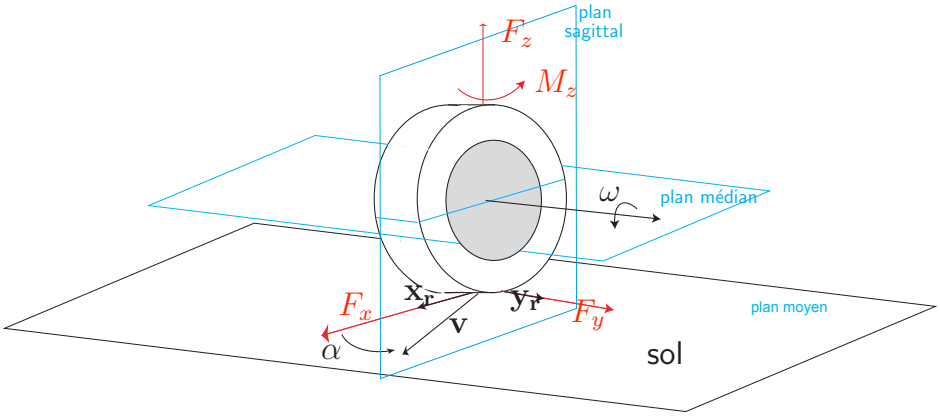


FIG. 2.2 – Paramétrage cinémato-statique d'une roue

Le torseur mécanique des efforts de contact exercés par le sol sur la roue peut être décomposé, dans le plan de la surface du sol, en une force longitudinale F_x dans le plan sagittal de la roue et une force latérale F_y perpendiculaire à la roue, et, selon l'axe normal au sol, en une force F_z et un moment M_z. Les moments selon x et y existent mais présentent peu d'intérêt dans l'optique d'un véhicule à quatre roues. Compte tenu de l'état de surface du terrain, le plan du sol est plus précisément son plan moyen.

L'angle α entre le vecteur vitesse $\mathbf{v}$ et le vecteur unitaire $\mathbf{x_r}$ dans le plan du sol est appelé *angle de glissement* :

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} \tag{2.1}$$

où v_x et v_y sont les composantes de $\mathbf{v}$ alignées respectivement sur les vecteurs $\mathbf{x_r}$ et $\mathbf{y_r}$.

La *vitesse de glissement longitudinale* est la composante longitudinale de la vitesse d'un point de la roue contenu dans la zone de contact par rapport au sol, au signe près. Par convention :

$$v_{gx} = R\omega - v_x \tag{2.2}$$

La *vitesse de glissement totale* est alors :

$$\mathbf{v_g} = v_{gx}\mathbf{x_r} + v_y\mathbf{y_r} \tag{2.3}$$

En outre, en fonction du sol, de la roue et de son mouvement, celle-ci peut s'enfoncer dans le sol sous le plan moyen.

2.3 Propriétés du sol

Il existe *a priori* une grande variété de terrains naturels, tant du point de vue topographique que des propriétés physico-chimiques. Dans notre étude, on a choisi d'éluder le problème du relief pour se concentrer sur la nature physique du sol et ses conséquences sur la traction.

On peut *grosso modo* classer les types de terrains en deux grandes familles :

- les sols rigides
- les sols déformables

Cette distinction n'a de sens que relativement à un véhicule donné. Un sol rigide pour un véhicule léger peut être considéré comme déformable s'il est traversé par un véhicule plus lourd ou si la surface de contact est plus faible.

Les sols rigides sont caractérisés par une déformation négligeable, donc un enfoncement négligeable. Il n'y a pas de division de matière ni d'écoulement. Par exemple, on considérera qu'une route goudronnée est un sol rigide pour un véhicule routier conventionnel.

Les sols meubles sont déformables. De plus, ils peuvent présenter une faible cohésion et se diviser. On peut alors les subdiviser en deux classes :

- les sols déformables cohésifs
- les sols granulaires

Les sols argileux humides, par exemple, seront considérés comme déformables cohésifs, tandis que les sols sablonneux, gravillonnaires ou rocailleux sont granulaires.

2.3.1 Cohésion et angle de frottement

La cohésion d'un sol est la propension de ses parties élémentaires à rester collées les unes aux autres. L'angle de frottement rend compte de la friction entre ces parties élémentaires. Définissons plus précisément ces notions.

Dans un sol homogène formant un demi-espace, on peut se limiter à deux dimensions. De manière générale, le tenseur des contraintes en un point M du matériau s'écrit (voir par exemple l'ouvrage de [Karafiath et Nowatzki 1978]) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Cette matrice est symétrique, donc il existe une base $(\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2})$ dans laquelle elle peut être diagonalisée :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

σ_1 et σ_2 sont les contraintes principales. Elles sont données par :

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \tfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\tfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} \\ \sigma_2 &= \tfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\tfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} \end{aligned} \tag{2.6}$$

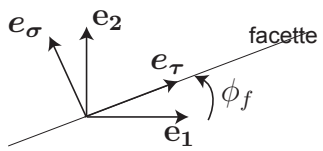


FIG. 2.3 – Définition de $\boldsymbol{e_\sigma}$ et $\boldsymbol{e_\tau}$

Considérons une facette perpendiculaire au plan $(\mathbf{e_1}, \mathbf{e_2})$, paramétrée par son angle ϕ_f par rapport à $\mathbf{e_1}$ (figure 2.3). Soit $\boldsymbol{e_\tau}$ et $\boldsymbol{e_\sigma}$ les vecteurs unitaires respectivement tangent et normal à cette facette. Sur cette facette s'exerce une contrainte :

$$\mathbf{T} = \sigma \boldsymbol{e_\sigma} + \tau \boldsymbol{e_\tau} \tag{2.7}$$

où σ est la contrainte normale et τ la contrainte tangentielle.

On a par définition :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_2 \end{pmatrix} \boldsymbol{e_\sigma} \tag{2.8}$$

D'où on tire :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 \sin^2 \phi_f + \sigma_2 \cos^2 \phi_f \\ \tau &= (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \phi_f \cos \phi_f \end{aligned} \tag{2.9}$$

En remplaçant par les équations (2.6), il vient :

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2\right] \tag{2.10}$$

Le lieu de $(\sigma(\phi_f), \tau(\phi_f))$ dans le plan est donc un cercle de centre $\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}, 0\right)$ et de rayon $\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2}$, appelé cercle de Mohr (figure 2.4).

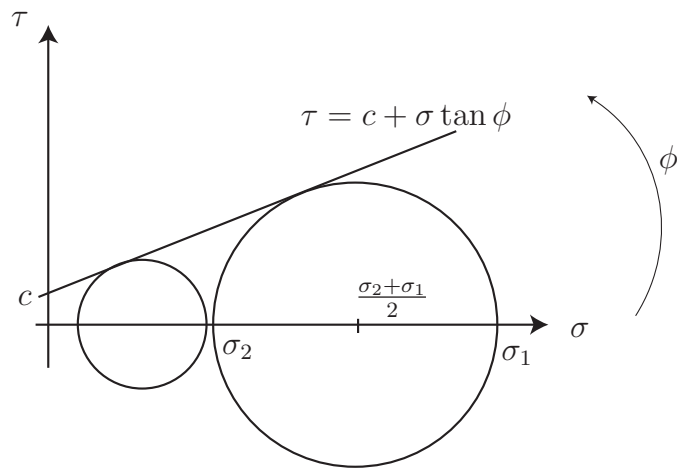


Fig. 2.4 – Cercles de Mohr

On peut alors tracer une série de cercles de Mohr [Das 1983] pour des contraintes principales qui mènent à la rupture. On a alors $\sigma_1 = \sigma_{max}$ où σ_{max} est la contrainte normale maximale.

Le critère de rupture de Mohr-Coulomb établit que l'enveloppe supérieure de ces cercles est une droite d'équation :

$$\tau_{max} = c + \tan \phi \sigma_{max} \tag{2.11}$$

La rupture a lieu lorsque les contraintes atteignent des valeurs se situant sur cette droite. c est la cohésion. ϕ est l'angle de frottement interne du matériau.

Ces paramètres peuvent être déterminés expérimentalement par l'essai de compression triaxiale. Il consiste à soumettre une éprouvette de matériau généralement cylindrique à un champ de contrainte uniforme qui a pour composantes une pression hydraulique σ_2 et σ_3 ($\sigma_2 = \sigma_3$) appliquée par un fluide entourant l'éprouvette et une contrainte axiale (σ_1) appliquée par l'intermédiaire d'un piston (figure 2.5). On maintient à un niveau constant la pression de confinement et on augmente progressivement la contrainte axiale σ_1 jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Les essais peuvent être effectués à différentes pressions de confinement.

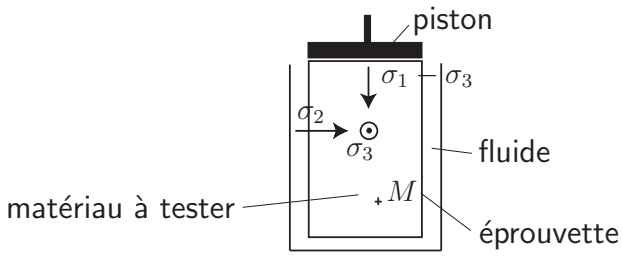


Fig. 2.5 – Schéma d'un essai triaxial

Dans le problème de l'interface roue-sol, on considère seulement la couche superficielle du matériau constituant le sol. L'action d'une roue déforme cette couche en compression et cisaillement. Les efforts de traction transmis à la roue dépendent alors de la cohésion et du frottement interne, ainsi que du frottement avec la roue elle-même.

Dans le cas d'un sol rigide, il n'y a pas de rupture possible du matériau dans la limite des efforts envisagés (la cohésion est pratiquement infinie). L'analyse précédente n'a plus de sens et on considère seulement la friction et l'adhérence à l'interface roue-sol.

2.3.2 Élasticité et plasticité

De manière générale, les sols naturels présentent un comportement élasto-plastique en compression.

La figure 2.6 illustre ce comportement en compression verticale.

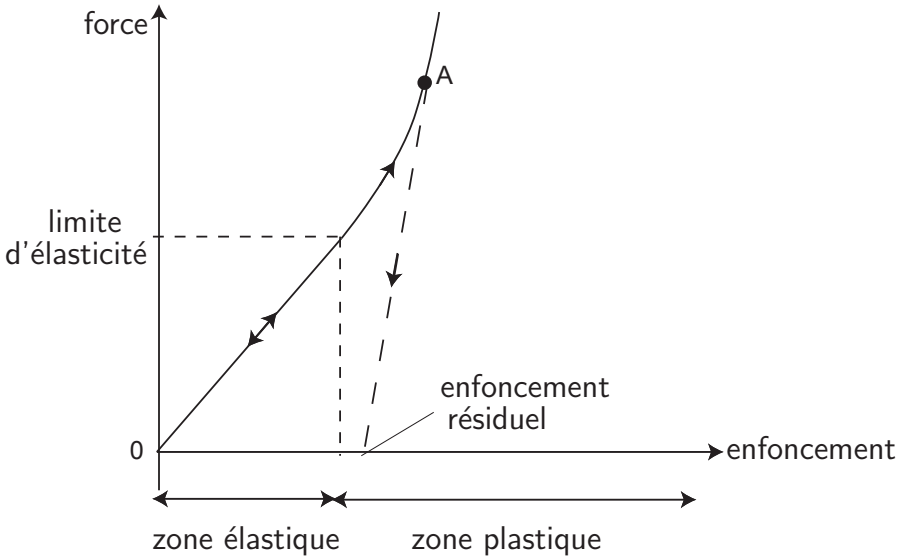


Fig. 2.6 – Relation force-déplacement en compression

Dans la zone élastique, le matériau retrouve sa forme initiale si on relâche la contrainte. Au-delà, le matériau est plastique. Si on relâche la contrainte au point A, il y a une déformation élastique mais le matériau ne retrouve pas sa forme initiale. Il subsiste une déformation résiduelle. C'est ce qui explique les traces laissées par un véhicule sur un sol déformable plastique.

Dans le cas d'un sol rigide, l'enfoncement est considéré comme nul, quelle que soit la charge. Seule la roue se déforme. La caractéristique de l'enfoncement dans l'espace déplacement-force est une droite verticale d'abscisse 0.

2.4 Taux de glissement

Le glissement d'une roue sur le sol peut être quantifié soit par la vitesse de glissement longitudinale, soit par un taux de glissement sans dimension [Bekker 1969]. Ce taux est un ratio entre la vitesse linéaire v du centre de la roue et la vitesse tangentielle $R\omega$ de la roue à sa périphérie (voir figure 2.7). La figure indique la convention de signe pour ω, positif dans le sens rétrograde.

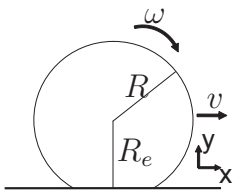


Fig. 2.7 – Définition de v et ω

Ce taux de glissement peut être défini de plusieurs manières ([Svendenius 2003] donne les différents standards existants). On adoptera dans ce chapitre la définition suivante :

$$s = \begin{cases} 1 - \frac{v}{\omega R} & \text{si} \quad R\omega \geq v \\ \frac{\omega R}{v} - 1 & \text{si} \quad R\omega < v \\ 0 & \text{si} \quad \omega = 0 \ \text{ et } \ v = 0 \end{cases} \tag{2.12}$$

pour $v \geq 0$ et $\omega \geq 0$. Ainsi, $s > 0$ en traction et $s < 0$ en freinage. On a $1 > s > -1$. $s = 0$ signifie que la roue roule sans glisser.

Comme la roue peut se déformer sous la charge, on prend généralement à la place de R le rayon effectif R_e.

Une définition plus complète sera donnée plus loin dans ce mémoire (cf. paragraphe 3.3.2).

2.5 La liaison véhicule-sol

2.5.1 Différentes approches pour la modélisation

La figure 2.8 montre la méthodologie générale pour le calcul des efforts de contact à l'aide d'un modèle. Les différentes contributions au torseur des efforts de contact peuvent être séparées en quatre groupes :

- Les propriétés intrinsèques de la roue, indépendamment du contact
- Les propriétés du sol, indépendamment du contact
- La configuration géométrique du système, c'est-à-dire la géométrie de l'interface et de la roue
- L'état du mouvement relatif entre la roue et le sol

Il s'agit d'une relation complexe, avec de nombreux paramètres qui peuvent varier au cours du temps et du mouvement.

On trouve dans la littérature différentes approches modélisant les performances en mobilité d'un véhicule tout-terrain ou, de manière quantitative, les forces impliquées dans le contact au sol.

Ces modèles peuvent servir à la simulation, à la conception (pour dimensionner les différents organes d'un véhicule), à la prédiction (pour évaluer les performances d'un véhicule donné) ou à la commande (pour le freinage par exemple).

On peut classer les modèles en trois familles :

- Méthodes empiriques
- Méthodes analytiques

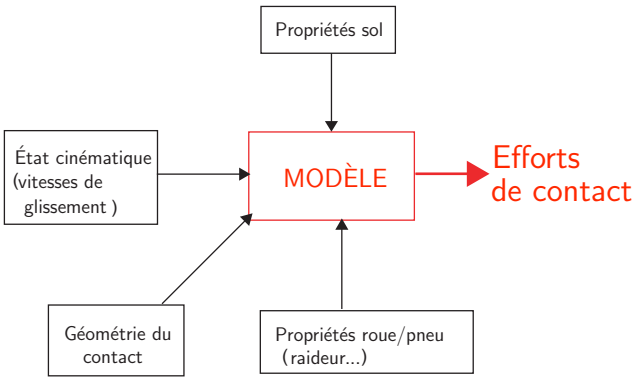


FIG. 2.8 – Principe de l'obtention des efforts d'interaction

– Méthodes semi-empiriques

La distinction entre ces trois approches n'est pas stricte. Dans la méthode empirique, on cherche à établir un modèle général à partir de données expérimentales. Les paramètres de ce modèle n'ont pas nécessairement de signification physique.

Dans la méthode analytique, au contraire, on se base sur des considérations physiques et sur l'analyse des phénomènes présents dans le processus de génération de forces.

Les méthodes semi-empiriques utilisent ces deux approches. Elles se basent sur des lois de comportement empiriques et les intègrent dans un calcul analytique des forces.

Nous considérons ici que la force verticale F_z est une entrée (non nulle) des modèles. Elle se calcule généralement par une analyse de l'équilibre des forces verticales à partir du poids du véhicule et de la position du centre de masse.

L'étude de la modélisation de l'interaction roue-sol est très liée au développement de l'industrie des véhicules roulants civils et militaires, et surtout de l'automobile. C'est pourquoi les premières tentatives de modélisation n'apparaissent que relativement tardivement, et concernent essentiellement l'interaction pneumatique-route. En effet, cette modélisation ne devient pratiquement intéressante que lorsque les véhicules atteignent un certain niveau de performance. On peut dès lors concevoir des systèmes de façon plus précise et rationnelle, en utilisant de nouveaux outils comme la simulation dynamique [Haug *et al.* 1999].

Cela se reflète sur notre étude bibliographique, où les modèles sur route ont une large place. On montre à cette occasion que ces modèles ne conviennent pas pour notre problématique lorsqu'on considère le cas général d'un terrain naturel.

Dans la suite, nous détaillons les modèles principaux fournis par la littérature, en les classant selon la méthode utilisée pour leur obtention.

2.5.2 Approche empirique

L'approche empirique consiste à mesurer expérimentalement les caractéristiques cinématico-dynamiques du contact roue-sol afin de déterminer une fonction mathématique décrivant le comportement général.

En raison de la grande variété de situations possibles et du grand nombre de paramètres impliqués, cette méthode est coûteuse et complexe à mettre en œuvre. Toutefois, elle a donné de bons résultats dans le cas du contact pneumatique-route, et demeure largement utilisée dans l'industrie automobile.

Il a été démontré expérimentalement que la force de traction générée par une roue pneumatique sur le sol, en régime stationnaire, peut être décrite sous la forme :

$$F_x = f_x(s, v, \alpha)F_z \tag{2.13}$$

où s est le taux de glissement longitudinal (dans le plan sagittal), v la vitesse longitudinale, α l'angle de glissement et F_z la force verticale supportée par l'essieu de la roue. f_x est une fonction non linéaire décrite par un certain nombre de paramètres de forme. Elle dépend des propriétés du pneumatique, du sol, de la température, de la pression du pneu, etc.

De même, les relevés expérimentaux [Beato *et al.* 2000] montrent que la force de frottement latérale peut aussi être décrite par :

$$F_y = f_y(s, v, \alpha)F_z \tag{2.14}$$

où f_y est une fonction non linéaire.

On constate que les relations exprimant les forces longitudinales et latérales sont couplées : les grandeurs s et α interviennent dans les expressions (2.13) et (2.14).

Loi de Coulomb

Le modèle de frottement sec solide-solide de Coulomb s'écrit :

$$\begin{cases} \sqrt{F_x^2 + F_y^2} < \mu F_z & \text{si} \quad v_g = 0 \\ F_x = \mu F_z \cos(\widehat{\mathbf{x_r}, -\mathbf{v_g}}) & \text{si} \quad v_g > 0 \\ F_y = \mu F_z \sin(\widehat{\mathbf{x_r}, -\mathbf{v_g}}) & \text{si} \quad v_g > 0 \end{cases} \tag{2.15}$$

où μ est le coefficient de frottement et $\mathbf{v_g}$ la vitesse de glissement. On peut le régulariser pour le rendre continu, par exemple par l'équation suivante :

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \begin{cases} kv_g & \text{si} \quad 0 \leq v_g < v_{gs} \\ \mu F_z & \text{si} \quad v_g \geq v_{gs} \end{cases} \tag{2.16}$$

k et v_{gs} sont des coefficients positifs.

Cependant, il ne tient pas compte de l'enfoncement ou de la cohésion, et repose sur une hypothèse (solide sur solide) qui n'est pratiquement jamais vérifiée sur un sol naturel. On ne peut donc pas l'exploiter dans ce cadre.

Méthode qualitative

Dans les années quarante, l'armée américaine et le laboratoire WES (*US Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station*) ont développé le NRMM (*NATO Reference Mobility Model*, modèle de mobilité de référence de l'OTAN[2]). Il s'agit de méthodes empiriques pour prédire la traficabilité[3] des terrains meubles pour les véhicules militaires.

[2]Organisation du Traité de l'Atlantique Nord

[3]Traficabilité : capacité du sol à supporter le passage d'un véhicule

Dans cette approche, on calcule un indice de mobilité MI qui dépend du véhicule. On calcule ensuite un indice de pénétration VCI pour un nombre de passages donnés n_p, $VCI_{n_p} = f(MI)$, qui est paramétré par des coefficients empiriques tabulés. Le sol est évalué à l'aide d'instruments expérimentaux comme le pénétromètre à cône (figure 2.9), pour la mesure de la résistance à la pénétration.

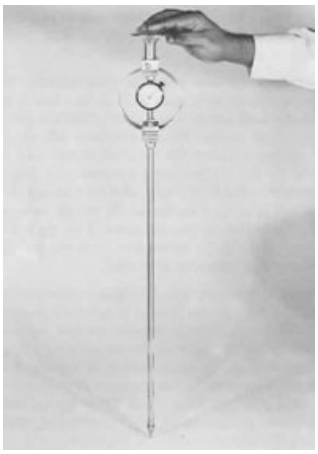


Fig. 2.9 – Pénétromètre à cône

Cette méthode est qualitative. Elle ne permet pas de calculer quantitativement les efforts impliqués, mais donne une information de type : terrain carrossable ou non carrossable pour un véhicule donné.

Interpolation linéaire par morceaux

Il s'agit d'un modèle très simple. La relation $F_x = f(s)$ est approchée par une fonction linéaire par morceaux. Un exemple est donné sur la figure 2.10 dans le cas d'un pneumatique sur route goudronnée. μ_s (valeur de F_x/F_z lorsque $s = 1$) et μ_d (valeur maximale de F_x/F_z) sont les coefficients de frottement « statique » et « dynamique ».

Outre le fait qu'il ne convient que pour le contact pneu-route, ce modèle est loin d'exprimer toute la complexité de l'interaction.

La « formule magique » de Pacejka

Le modèle de Pacejka [Pacejka 2002] est basé sur l'interpolation des données expérimentales par une fonction du type :

$$F_x(s) = D_x \sin\left[C_x \arctan\left\{B_x s_x - E_x\left(B_x s_x - \arctan\left(B_x s_x\right)\right)\right\}\right] + S_{vx} \tag{2.17}$$

avec $s_x = s + S_{hx}$, où B_x, C_x, D_x, E_x sont des paramètres à déterminer expérimentalement. Les paramètres expérimentaux S_{hx} et S_{vx} permettent de décaler l'origine de la courbe $F_x(s)$. Cette expression n'est valable qu'en déplacement longitudinal pur, c'est-à-dire $\alpha = 0$. Il existe aussi un modèle analogue pour la force latérale F_y :

$$F_y(\alpha) = D_y \sin\left[C_y \arctan\left\{B_y \alpha_y - E_y\left(B_y \alpha_y - \arctan\left(B_y \alpha_y\right)\right)\right\}\right] + S_{vy} \tag{2.18}$$

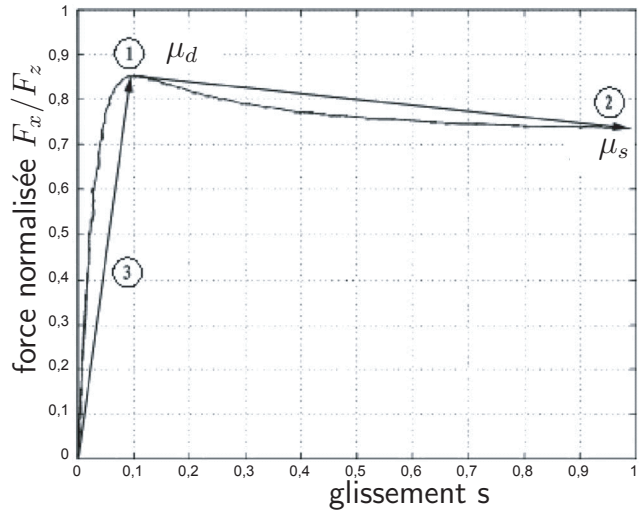


FIG. 2.10 – Interpolation linéaire par morceaux (d'après [Li *et al.* 2006])

avec $\alpha_y = \tan\alpha + S_{hy}$. B_y, C_y, D_y, E_y sont des constantes. S_{vy} et S_{hy} sont des paramètres de translation. Pour le moment M_z selon l'axe normal au sol (dit « moment d'auto-alignement »), on utilise l'expression :

$$M_z(\alpha) = -D_z \sin\left[C_z \arctan\left\{B_z\alpha_t - E_z\left(B_z\alpha_t - \arctan\left(B_z\alpha_t\right)\right)\right\}\right].F_y + M_{zr} \qquad (2.19)$$

avec $\alpha_t = \tan\alpha + S_{ht}$. De même, B_z, C_z, D_z, E_z, M_{zr} et S_{ht} sont des paramètres à déterminer expérimentalement. Ces deux dernières expressions ne sont valables qu'en glissement latéral pur, c'est-à-dire $s = 0$.

Une courbe typique de force longitudinale en fonction du glissement calculée avec la formule (2.17) est tracée sur la figure 2.11 (avec $S_{hx} = S_{vx} = 0$).

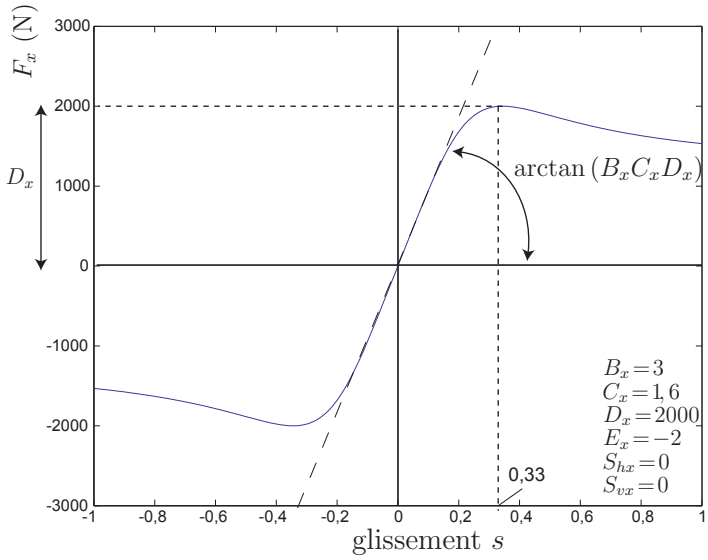


FIG. 2.11 – Force longitudinale en fonction du glissement donnée par la formule de Pacejka

Dans le cas d'un glissement combiné ($s \neq 0$ et $\alpha \neq 0$), les expressions sont beaucoup plus complexes.

Ce modèle s'est raffiné au cours du temps, et prend actuellement en compte le carrossage et le régime transitoire. Le modèle complet inclut environ 85 paramètres qui doivent être calibrés à partir de mesures expérimentales. Il présente une très bonne adéquation avec les mesures expérimentales.

Il est souvent utilisé pour décrire le comportement d'un pneu sur route, mais ne convient pas pour les sols déformables. Il ne prend pas en compte l'enfoncement et la résistance au roulement qui en dépend. Mais surtout, les phénomènes physiques différents mis en jeu dans la génération des forces entre le sol rigide considéré par Pacejka et les sols à faible cohésion modifient considérablement l'allure des courbes expérimentales. Par exemple, en déplacement longitudinal pur, la force F_x est une fonction impaire (en omettant les constantes de translation S_{vx} et S_{hx}), ce qui s'explique par le caractère frictionnel de la génération de la force. Dans le cas de sols granulaires, en revanche, la forme de la courbe n'a aucune raison d'être similaire pour $s > 0$ et $s < 0$ en raison des flux de matière et de la compaction[4].

Enfin, en raison du nombre important de paramètres et de la complexité des expressions, l'estimation des paramètres, déjà délicate pour un sol bien déterminé comme l'asphalte des routes, est problématique pour un sol quelconque, surtout dans le cas fréquent du glissement combiné (glissement longitudinal et dérapage latéral).

Autres modèles empiriques

Un des premiers modèles empiriques, le modèle de **Dugoff** [Dugoff *et al.* 1969], s'écrit :

$$\begin{cases} F_x &= f(\lambda_d)\frac{C_s s}{1-s} \\ F_y &= f(\lambda_d)\frac{C_\alpha \tan(\alpha)}{1-s} \end{cases} \tag{2.20}$$

avec :

$$\lambda_d = \frac{\mu F_z (1-s)}{2\sqrt{C_s^2 s^2 + C_\alpha^2 \tan^2 \alpha}} \tag{2.21}$$

f est définie par :

$$f(\lambda_d) = \begin{cases} 1 & si \quad \lambda_d \geq 1 \\ \lambda_d(2-\lambda_d) & sinon \end{cases} \tag{2.22}$$

Les grandeurs C_s (raideur longitudinale) et C_α (raideur latérale) sont des paramètres constants :

$$C_s = \left.\frac{\partial F_x}{\partial s}\right|_{s=0} \tag{2.23}$$

$$C_\alpha = \left.\frac{\partial F_y}{\partial \alpha}\right|_{\alpha=0} \tag{2.24}$$

[4]Réduction du volume de matière constituant le sol, sous l'effet de la charge verticale, par diminution des espaces interstitiels et augmentation de la densité volumique de grains.

μ est la coefficient de frottement à l'interface. L'auteur utilise la relation linéaire :

$$\mu = \mu_0 \left(1 - A_s v_g\right) \tag{2.25}$$

où v_g est la vitesse de glissement totale et μ_0 le coefficient de frottement lorsque $v_g = 0$. A_s est une constante.

Dans ce modèle, le glissement combiné, résultant de l'action simultanée du glissement longitudinal s et de l'angle de glissement α, est modélisé par le biais de la variable λ_d.

Le modèle de **Burckhardt** [Kiencke et Nielsen 2000; Hiemer 2005] est basé sur la fonction exponentielle.

Nous n'exposons que le cas de la traction. Le modèle s'écrit sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} F_x & = & \mu_{res} \frac{s_l}{s_{res}} F_z \\ \\ F_y & = & \mu_{res} \frac{s_s}{s_{res}} F_z \end{array} \right. \tag{2.26}$$

avec le coefficient de frottement combiné :

$$\mu_{res} = \left[C_1 \left(1 - e^{-C_2\, s_{res}}\right) - C_3\, s_{res}\right] e^{-C_4\, v\, s_{res}} \left(1 - C_5\, F_z^2\right) \tag{2.27}$$

où C_1, C_2, C_3, C_4 et C_5 sont des paramètres empiriques. v est la norme de la vitesse du centre de la roue. s_{res} est le glissement combiné :

$$s_{res} = \sqrt{s_l^2 + s_s^2} \tag{2.28}$$

avec (Burckhardt définit le glissement longitudinal par rapport au vecteur vitesse de la roue $\mathbf{v}$) :

$$\left\{ \begin{array}{l} s_l = \frac{R_e \omega \cos\alpha - v}{R_e \omega \cos\alpha} \\ s_s = \tan\alpha \end{array} \right. \tag{2.29}$$

Ce modèle présente une dépendance en v comme on le constate expérimentalement. Il est valable en régime quasi-statique pour les roues pneumatiques sur sol rigide.

D'autres combinaisons de fonctions mathématiques ont été utilisées pour interpoler les relevés expérimentaux (polynomiales, trigonométrique, etc.), avec plus ou moins de précision et de complexité.

Parmi ces modèles, c'est celui de Pacejka qui s'avère le plus conforme à la réalité et le plus précis [Hiemer 2005]. Néanmoins, les autres modèles continuent à être utilisés pour des études théoriques simples où la précision de la modélisation du contact au sol n'est pas primordiale.

2.5.3 Approche par discrétisation

Modélisation empirique

On trouve chez [Andrade-Barroso 2000] la conception d'un modèle de terrain granulaire basé sur des considérations empiriques. Le modèle de sol, basé sur les travaux

de [Li et Moshell 1993], est constitué de colonnes hexagonales dont le comportement est défini par des lois expérimentales (figure 2.12). Ces éléments n'interagissent pas mais l'écoulement de matière est simulé en modifiant la hauteur des colonnes.

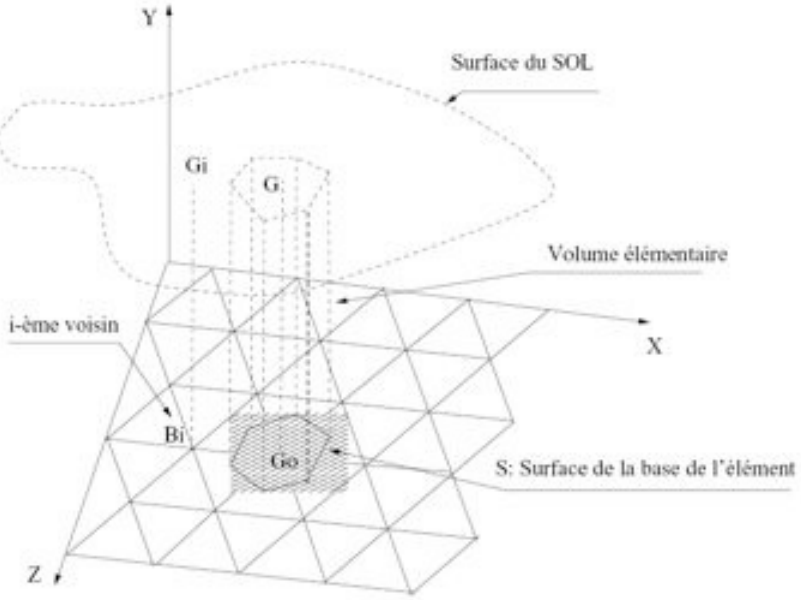


Fig. 2.12 – Modélisation granulaire empirique [Andrade-Barroso 2000]

On peut naturellement envisager d'autres géométries pour les éléments et raffiner ce modèle.

Andrade-Barroso l'utilise en simulation dynamique pour estimer les contraintes générées par un robot en déplacement sur un sol granulaire. Il permet de simuler des effets typiques de ce type de sol tels que les avalanches de matière et les traces laissées par les roues. Le tassement du sol est modélisé sur la base du modèle d'état critique décrit par [Liu et Wong 1996].

On constate un bon accord entre les valeurs fournies par la simulation et les valeurs expérimentales, à condition d'estimer correctement les paramètres du modèle.

L'intérêt principal de ce modèle est sa simplicité et sa rapidité de calcul. Cependant il demeure un modèle de simulation. Il n'est pas possible de l'exploiter dans une application embarquée pour la commande.

Méthode des éléments finis

Pour calculer la répartition des contraintes dans le sol et la roue, on effectue un maillage et on discrétise le calcul, comme le font [Kölsch 2000] et [Karafiath 1984]. Ce calcul repose sur la méthode des éléments finis (FEM).

L'intégration globale des lois de comportement locales conduit à une analyse très fine des déformations et des contraintes. Cependant, ces lois de comportement sont difficiles à obtenir. Pour simplifier, on considère généralement que le sol est assimilable à un solide élasto-plastique.

Cette approche a été utilisée pour la première fois par [Yong et Fattah 1976]. Une application de cette méthode au problème de la mobilité des véhicules est détaillée chez [Karafiath et Nowatzki 1978].

Cette approche présente certains défauts. Le coût calculatoire est élevé, ce qui exclut son utilisation pour la commande de véhicule en temps réel. Elle peut en revanche être très utile pour l'analyse de la mobilité en simulation. [Schmid *et al.* 2000] en donne un exemple (figure 2.13).

Elle suppose que le sol est déformable mais non divisible. Cette hypothèse est discutable lorsque les grains qui composent le sol atteignent une certaine taille par rapport aux dimensions caractéristiques du véhicule.

Cette méthode est adaptée au calcul complet des contraintes et des déplacements locaux, mais pas à la commande, qui demande un calcul des efforts globaux.

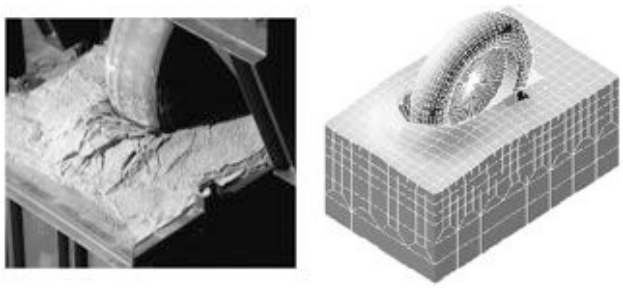


FIG. 2.13 – Exemple de modélisation pneu-sable par la FEM [Schmid *et al.* 2000]

Méthode des éléments discrets

La Méthode des Éléments Discrets (ou Distincts) a été proposée originellement par Cundall en 1979 [Cundall et Strack 1979] et a été appliquée non seulement à la mécanique des sols et des roches mais aussi dans des problèmes de mécanique appliquée, de physique des poudres, etc. [Cambou et Jean 2001]

Dans cette approche, on considère que le sol est constitué d'un grand nombre de grains élémentaires plus ou moins gros (voir par exemple [Cherif et Laugier 1994] ou [Nakashima *et al.* 2004]). Les interactions entre les grains sont modélisées deux à deux par des relations simples de type masse-ressort et loi de Coulomb.

De même entre les grains et la roue, des relations dynamiques simples sont utilisées.

Pour simplifier, on se limite généralement au cas bidimensionnel. Considérons deux grains i et j de forme circulaire, de rayons respectifs r_i et r_j et de masses respectives m_i et m_j (figure 2.14). La force normale excercée par j sur i se calcule par :

$$\mathbf{F_{ij}^n} = \left(k_n \delta_{ij}^n - \nu_n \dot{\delta_{ij}^n}\right) \mathbf{n_{ij}} \tag{2.30}$$

où k_n est la raideur normale et ν_n le coefficient d'amortissement normal. $\mathbf{n_{ij}}$ est le vecteur unitaire normal au contact. δ_{ij}^n est l'interpénétration entre les deux particules :

$$\delta_{ij}^n = r_i + r_j - r_{ij} \tag{2.31}$$

avec r_{ij} la distance entre les centres des deux gains.

L'amortissement ν_n est choisi de telle sorte que le régime transitoire soit apériodique afin qu'il n'y ait pas d'oscillations, ce qui correspond au comportement observé sur des sols réels. Avec l'équation suivante :

$$\nu_n = 2\sqrt{\frac{m_i m_j k_n}{m_i + m_j}} \tag{2.32}$$

on se place en régime critique (frontière périodique-apériodique).

La force tangentielle de j sur i est calculée par :

$$\mathbf{F^t_{ij}} = \min\left(k_t \delta^t_{ij}, \mu_t \mathbf{F^n_{ij}}.\mathbf{n_{ij}}\right) \mathbf{t_{ij}} \tag{2.33}$$

où μ_t est le coefficient de frottement sec, k_t la raideur tangentielle et δ^t_{ij} est l'élongation d'un ressort virtuel aligné avec la tangente au point de contact des deux disques. Il est calculé comme l'intégrale de la vitesse tangentielle depuis le début du contact :

$$\delta^t_{ij} = \int_{tcontact}^{t} \left(\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{ij}}.\mathbf{t_{ij}} - r_j\dot{\theta}_j - r_i\dot{\theta}_i\right) dt \tag{2.34}$$

où θ_i et θ_j sont les angles de rotation des grains (On suppose ici que $\delta^n_{ij} \ll r_i$ et $\delta^n_{ij} \ll r_j$). $\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{ij}}$ est la différence entre les vecteurs vitesse $\mathbf{v_j}$ et $\mathbf{v_i}$ des grains j et i.

On définit ainsi une loi de Coulomb combinée à une loi élastique pour les faibles déplacements tangentiels.

Les particules sont soumises à leur poids :

$$\mathbf{P_i} = m_i \mathbf{g} \tag{2.35}$$

où $\mathbf{g}$ est l'accélération de la pesanteur.

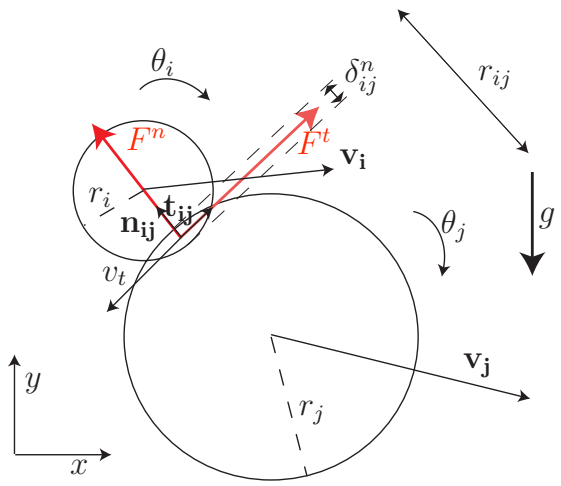


FIG. 2.14 – Définition des notations pour la DEM

Dans la version la plus simple, la roue est elle-même modélisée comme un grain de taille très supérieure aux autres. Pour une analyse plus poussée, la roue est modélisée comme un corps élastique, avec une géométrie plus ou moins complexe.

Un exemple d'application de cette méthode est donnée chez [Oida et Momozu 2002] (figure 2.15).

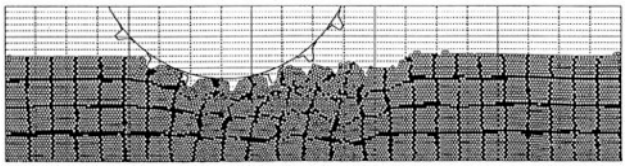


Fig. 2.15 – Simulation bidimensionnelle du déplacement d'une roue à crampons par DEM

Dans cette approche, on modélise les grains par des disques (ou des sphères en trois dimensions), ce qui est une hypothèse forte par rapport à la forme géométrique complexe des grains réels, qui peuvent présenter des aspérités et des coins.

La DEM permet cependant de modéliser l'interaction roue-sol dans le cas d'un sol granulaire, avec des caractéristiques déplacement-force qui se rapprochent des caractéristiques réelles.

Pour cette raison, cette méthode est utile pour simuler le contact roue-sol et prévoir le comportement du système de manière plus réaliste que les modèles classiques (empiriques, semi-empiriques, méthode des éléments finis) pour des sols avec une granulométrie élevée.

Actuellement plusieurs codes de calcul de DEM tridimensionnels existent. Plusieurs développements ont été menés, notamment dans le couplage DEM-FEM, l'utilisation de particules irrégulières [Matsushima *et al.* 2003] et la prise en compte des effets de cohésion [Zhang et Li 2006].

Le grand nombre de grains mis en jeu nécessite un calcul lourd de toutes les interactions dynamiques à chaque pas de temps (même si ce calcul peut être parallélisé). De plus l'expérience montre que le pas de temps doit être relativement petit (de l'ordre de 1 μs), en raison des multiples contacts et des grandes fréquences propres du système (le contact grain/grain est très rigide).

Cette méthode, exploitable pour la simulation hors-ligne, n'est donc pas envisageable pour un calcul en temps réel sur une plateforme embarquée.

En outre, il faut connaître les paramètres d'interaction locale du milieu considéré, paramètres difficiles à obtenir par une mesure embarquée. Il faut alors se tourner vers des modèles globaux, moins réalistes mais plus simples.

2.5.4 Approche analytique

Dans l'approche analytique, on se base sur une modélisation des phénomènes physiques à l'origine des forces observées, avec des hypothèses relativement sévères sur le système (géométrie simplifiée, linéarité, élasticité, etc.).

Dans ce cadre, on peut citer la théorie de Hertz qui donne des expression analytiques de l'interpénétration et de la géométrie de la région de contact dans le cas de deux solides élastiques en interaction [Hertz 1882]. Par hypothèse, ces solides doivent être hertziens, c'est-à-dire avec des surfaces deux fois différentiables et des rayons de courbure constants au voisinage de la zone de contact. Hertz suppose de plus que les deux solides sont immobiles l'un par rapport à l'autre, ce qui exclut le cas du roulement ou du glissement.

Dans le même ordre d'idée, on trouve des méthodes analogues, prenant en compte le roulement et la friction, avec des géométries de contact plus complexes et permettant un calcul tridimensionnel des efforts [Kalker 1990].

Ces théories sont très utilisées dans le domaine ferroviaire, où les hypothèses sont satisfaites, mais inexploitables dans le cas de sols naturels.

Nous présentons deux modèles analytiques pour le contact pneu-route, le modèle de brosse et le modèle de Fiala.

Modèle de brosse

L'utilisation du modèle de brosse (*brush model*) est une approche classique pour modéliser le comportement des pneus [Gim et Nikravesh 1991; Pacejka 2002]. Ce modèle était très populaire dans les années soixante et soixante-dix avant qu'il ne soit supplanté par l'approche empirique. Il décrit les phénomènes physiques mis en jeu dans le pneu, par application de la théorie de l'élasticité.

La figure 2.16 décrit la modélisation adoptée pour la génération de force longitudinale. On divise le volume de caoutchouc en petits éléments déformables et on distingue une zone de glissement et une zone d'adhésion (où le glissement est nul). Les forces dans la zone d'adhésion sont supposées résulter de la déformation élastique du volume de caoutchouc. Les effets de la déformation de la carcasse sont négligés. Dans la zone de glissement, les forces sont calculées d'après la loi de Coulomb.

Les éléments sont assimilés à des lamelles rectangulaires. La déformation croît lorsque l'abscisse diminue dans la zone d'adhésion. Le glissement apparaît (en x_s) lorsque la force longitudinale atteint le cône de Coulomb.

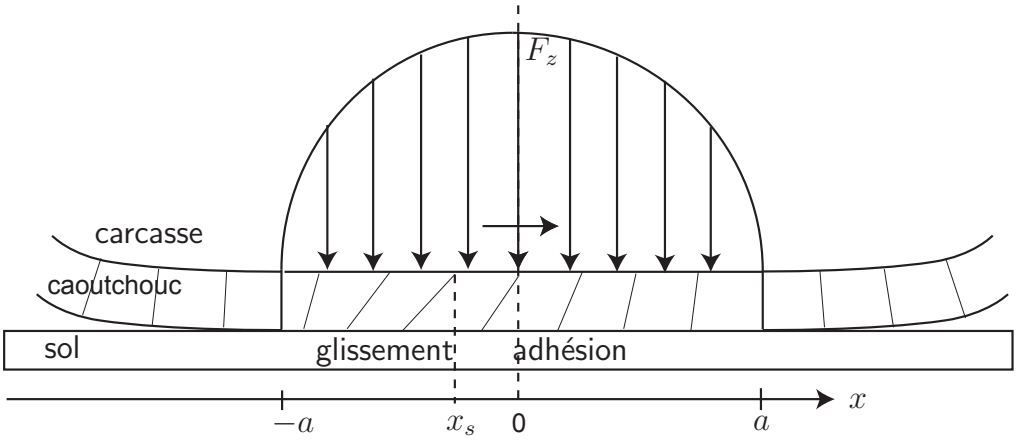


Fig. 2.16 – Modèle de brosse

On décrit généralement la distribution de pression normale par une loi parabolique :

$$p(x) = \frac{3F_z}{4a}\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right) \tag{2.36}$$

Ce modèle de distribution est d'ailleurs validé par l'expérience [Sakai 1981].

On en déduit l'expression des contributions de glissement et d'adhésion de la force F_x en fonction des constantes de raideur des éléments et du coefficient de frottement. Cette modélisation permet aussi de calculer la force latérale F_y et le moment M_z. On trouvera de plus amples détails de calcul chez [Ben Amar 1994].

Modèle de Fiala

Il s'agit d'un modèle de pneu basé sur la théorie de l'élasticité. La roue est assimilée à trois tores (la bande de roulement, la carcasse du pneu et le flanc du pneu). La carcasse est modélisée comme une poutre reposant sur ses flancs qui jouent le rôle de fondation élastique (figure 2.17 tirée de [Datoussaïd 1998]). La bande de roulement est assimilée à un corps se déformant élastiquement et glissant ou adhérant sur le sol.

L'aire de contact au sol est assimilée à un rectangle. La distribution de pression sur cette surface est considérée comme uniforme.

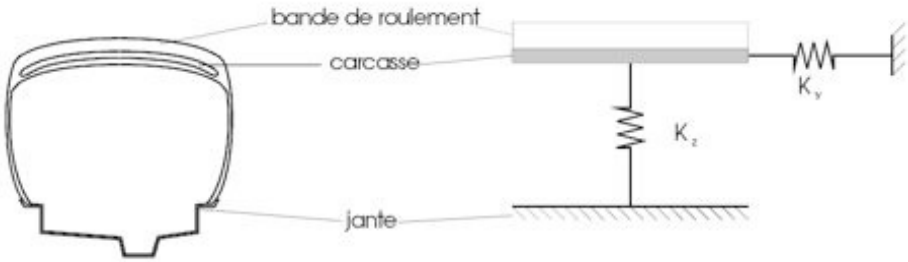


Fig. 2.17 – Modèle de Fiala

Dans ce modèle, on suppose que le pneu roule sans glisser ($s = 0$). Cependant, comme dans le modèle de brosse, on distingue une zone d'adhérence partielle et une zone de glissement partielle dans l'aire de contact. Le torseur d'interaction est la somme des contributions de ces deux zones.

Datoussaïd donne les expressions de F_y et M_z pour un angle de glissement α faible :

$$\begin{aligned} F_y &\approx K_y \alpha \\ M_z &\approx \tfrac{l}{6} K_y \alpha \end{aligned} \tag{2.37}$$

où K_y est une raideur (*cornering stiffness*) et l la longueur de l'aire de contact.

Si l'hypothèse de roulement sans glissement n'est plus valable, il faut abandonner ce modèle et appliquer la loi de Coulomb pour calculer F_x.

Cette approche est donc adaptée au calcul de la force latérale F_y et du moment M_z dans le cas du roulement sans glissement d'une roue élastique sur route rigide.

2.5.5 Approche semi-empirique : modèle de Bekker

Le principe de la méthode *semi-empirique* consiste à intégrer les contraintes normales et tangentielles à l'interface roue-sol. L'expression analytique de ces contraintes est postulée à partir de mesures expérimentales de la réponse du sol à l'enfoncement et au cisaillement.

Ainsi, dans l'approche *terramécanique* développée par [Bekker 1969] puis étendue par [Grecenko 1975], [Wong 1989] et d'autres, on réalise des mesures de comportement des sols à l'aide d'instruments spécifiques, tels que le bévamètre (*Bekker value meter*, figure 2.18).

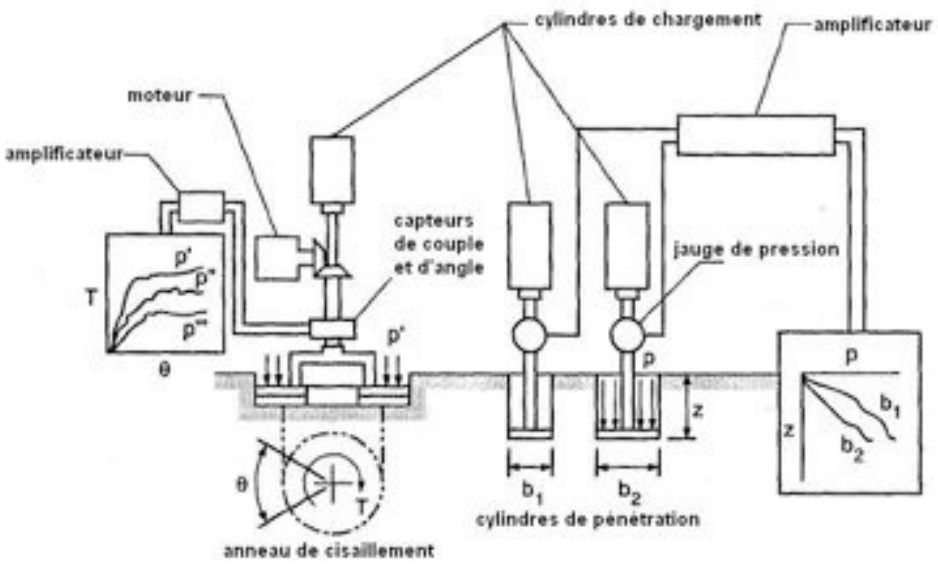


FIG. 2.18 – Bévamètre (adapté de [Bekker 1969])

Les courbes expérimentales sont interpolées par des lois mathématiques. L'expression des contraintes fait apparaître des constantes caractéristiques du sol. Ces lois de comportement sont ensuite intégrées sur la surface de contact roue-sol. On obtient l'expression globale des efforts normaux et tangentiels, en fonction de ces constantes et des variables géométriques et cinématiques. Le modèle ainsi déterminé est valable en régime établi. De plus, il est bidimensionnel : il ne donne que les expressions des forces longitudinale et verticale. Cette méthode s'applique aussi bien aux roues rigides qu'aux roues pneumatiques.

Notre choix se porte sur ce cadre de modélisation car il constitue un bon compromis entre applicabilité pratique et adéquation au comportement réel pour le type de sol qui nous intéresse. Il sera abordé plus en détail dans le chapitre 3, où nous proposerons des solutions aux limites actuelles du modèle.

2.5.6 Approche dynamique

Les modèles décrits précédemment sont valables en régime établi.

En réalité, en régime transitoire, la force tangentielle en traction ou freinage peut différer sensiblement des mesures expérimentales effectuées en régime stationnaire.

Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire ce comportement. Ils reposent sur un ensemble d'équations différentielles et non plus sur une relation fonctionnelle du type :

$$F_x(s) : s \longmapsto F_x \tag{2.38}$$

Modèle de brosse

Le modèle de brosse utilisé au paragraphe 2.5.4 peut aussi servir à modéliser le comportement transitoire [Canudas-de-Wit *et al.* 2003].

Ce modèle simple est obtenu à partir de considérations purement cinématiques. Pour simplifier la présentation, nous exposons une version à une seule lamelle (voir figure 2.19) en freinage (le cas de la traction est similaire).

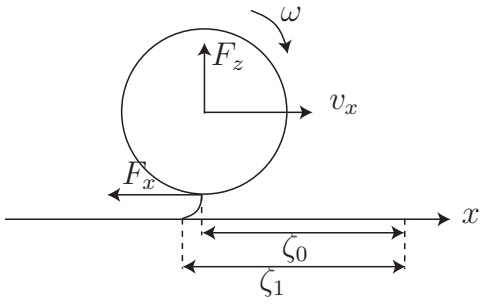


FIG. 2.19 – Modèle de brosse à une seule lamelle

Définissons le glissement longitudinal normalisé $\overline{s}$:

$$\overline{s} = \frac{\zeta_1 - \zeta_0}{\zeta_0} \tag{2.39}$$

où ζ_1 est l'abscisse d'un point déformé hypothétique de la roue, adhérant à la route. ζ_0 est l'abscisse du point correspondant non déformé de la roue (la projection du centre de rotation de la roue sur le sol).

Nous pouvons alors exprimer le modèle sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \zeta_0 \frac{d\overline{s}}{dt} & = & v_g sign(v_x) - |v_x|\overline{s} \\ F_x & = & h(\overline{s}) \end{array} \right. \tag{2.40}$$

où v_g est la vitesse de glissement ($v_g = R\omega - v_x$). F_x est la force de friction définie par une fonction h décrivant le comportement en régime établi (comportement traité au paragraphe 2.5.4).

Modèle de Dahl

Le point de départ du modèle de Dahl est la courbe déplacement-contrainte de la mécanique classique des solides (voir figure 2.20 adaptée de [Canudas-de-Wit *et al.* 2003]).

Dahl modélise cette courbe par une équation différentielle. Notons x_g le déplacement relatif et v_g la vitesse relative ($v_g = \frac{dx_g}{dt}$) de la roue par rapport au sol.

Le modèle prend la forme :

$$\frac{dF_x}{dx_g} = \sigma_0 \left(1 - \frac{F_x}{F_c} sign(v_g) \right)^{\beta_d} \tag{2.41}$$

où β_d est un paramètre de forme positif, σ_0 la raideur ($\sigma_0 > 0$), F_c la force de friction maximale (force de Coulomb). Le terme $sign(v_g)$ modéliser l'effet d'hystérésis.

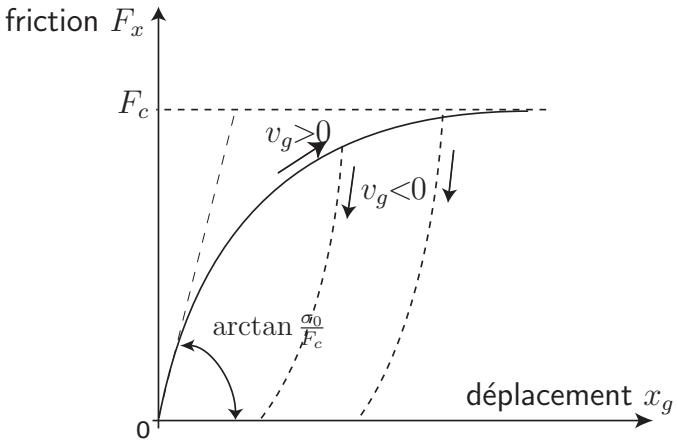


FIG. 2.20 – Relation friction-déplacement dans le modèle de Dahl

En régime établi, ce modèle peut être assimilé à la loi de Coulomb. Si $\beta_d = 1$, on obtient le modèle suivant en représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{z} &= v_g - \frac{\sigma_0 |v_g| z}{F_c} \\ F_x &= \sigma_0 z \end{cases} \tag{2.42}$$

où z est la variable d'état.

L'intégration de cette équation différentielle mène à une fonction F_x monotone en x_g qui ne dépend pas de la norme de la vitesse relative v_g.

Modèle LuGre

Ce modèle dynamique, proposé par [Canudas-de-Wit et Tsiotras 1999], a pour but de dépasser les limites des modèles de brosse et de Dahl.

Nous présentons la version non distribuée (à contact ponctuel), qui est une extension du modèle de Dahl, avec prise en compte de l'effet Stribeck (effet causé par la lubrification de l'interaction par un fluide dans une certaine gamme de vitesses relatives). Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{z} &= v_g - \frac{\sigma_0 |v_g| z}{g(v_g)} \\ F_x &= (\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v_g) F_z \end{cases} \tag{2.43}$$

avec

$$g(v_g) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c) e^{-|v_g/v_{st}|^{\epsilon_0}} \tag{2.44}$$

σ_0 est la raideur longitudinale de la roue, σ_1 le coefficient d'amortissement longitudinal de la roue et σ_2 le coefficient d'amortissement visqueux. μ_c est le coefficient de friction de Coulomb et μ_s le coefficient de friction statique ($\mu_c \leq \mu_s$). v_{st} est la vitesse relative de Stribeck. F_z est la force normale. ϵ_0 est une constante.

z est la variable d'état. Elle représente l'état de friction interne.

Canudas de Wit a également développé un modèle distribué en intégrant la distribution de pression sur la surface de contact. Il a été prouvé que ce modèle décrit de manière assez réaliste le régime transitoire tout en s'approchant de la formule de Pacejka en régime établi.

À notre connaissance, il n'existe pas de modèle de friction dynamique valable pour des terrains déformables à cohésion faible. Nous proposons au chapitre 3 d'intégrer le régime transitoire dans le modèle de Bekker-Wong.

2.5.7 Étude comparative

Cette étude bibliographique des différents modèles d'interaction roue-sol permet de dégager une classification selon deux axes (figure 2.21).

Ces modèles peuvent d'abord être regroupés selon le type de méthode de calcul (empirique, semi-empirique, analytique).

Les inconvénients des approches intégralement théoriques sont la lourdeur calculatoire qui les rend inutilisables en commande (FEM), ou bien, à l'inverse, une simplification extrême des processus physiques (modèle de brosse), inapplicable pour les sols envisagés.

Les modèles empiriques doivent être adaptés à chaque nouvelle situation, ce qui limite leur utilisation générale. Ces modèles nécessitent la connaissance de nombreux paramètres pour un calcul suffisamment réaliste. De plus l'interprétation physique des paramètres n'est pas toujours facile.

On peut d'autre part distinguer trois domaines d'application :

- roue pneumatique – sol rigide
- roue quelconque – sol élasto-plastique
- roue quelconque – sol granulaire

Cette catégorisation est différente de celle, plus classique, que l'on trouve chez [Ben Amar 1994] ou [Grand 2004] :

- roue déformable – sol rigide
- roue rigide – sol déformable
- roue déformable – sol déformable

La structure complexe d'un pneumatique implique une famille de modèles spécifiques qui considèrent le cas d'un sol rigide indivisible et indéformable, mais non nécessairement plan ou horizontal. La surface du sol peut même être recouverte d'une pellicule d'eau.

Ces modèles s'adaptent difficilement au cas d'un sol élasto-plastique ou divisible. Ce dernier ne peut être décrit par les lois de comportement classiques de la physique des matériaux car il est composé d'un très grand nombre de parties élémentaires, de formes et de tailles différentes. Le comportement global est principalement la résultante de l'interaction entre ces éléments.

Dans notre approche, nous souhaitons disposer d'un modèle quantitatif de calcul des efforts pour la *simulation* et la *commande*. Ce modèle doit être suffisamment simple, fiable et léger pour être calculé en temps réel sur un robot mobile. Il doit pouvoir s'appliquer à des terrains naturels variés, avec un bon degré de réalisme. De plus, il doit s'exprimer sous une forme analytique algébrique (non différentielle) dans une optique d'implémentation pratique.

L'étude des principaux modèles d'interaction roue-sol montre qu'il n'existe pas d'approche unifiée macroscopique pour décrire la génération des forces de contact entre une roue quelconque et un sol quelconque. De manière générale, un sol naturel est un matériau trop complexe et multiforme, même en présence d'une roue parfaitement déterminée.

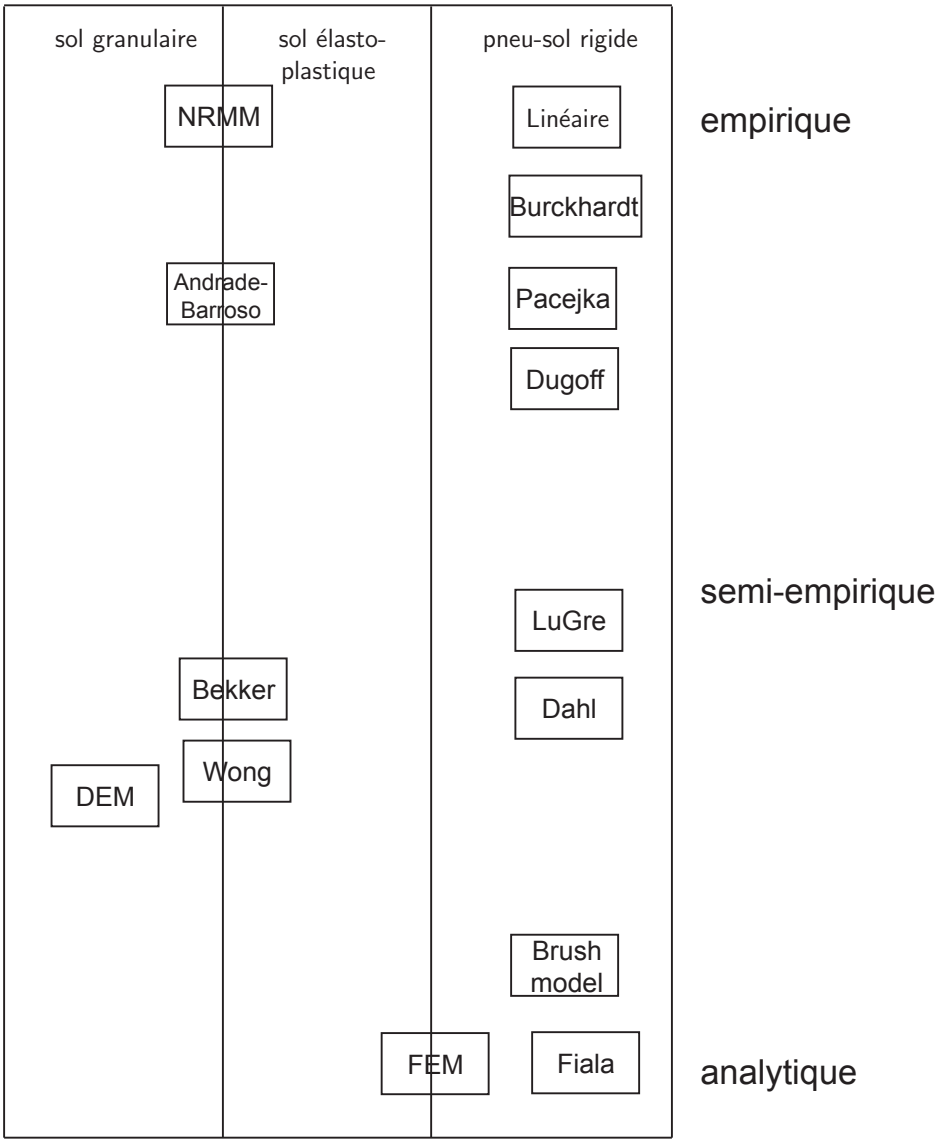


Fig. 2.21 – Catégorisation des principaux modèles d'interaction roue-sol

L'interaction peut être précisément décrite par des méthodes basées sur l'analyse microscopique, comme les méthodes d'éléments finis ou discrets. Mais ces méthodes sont très spécifiques et très calculatoires.

Pour ces raisons, notre choix se porte sur le modèle terramécanique de Bekker, affiné par Wong par la suite. Ce modèle semi-empirique s'adapte à une grande variété de sols naturels (sable, argile, neige, glaise, etc.). Il compte un nombre de paramètres relativement limité.

Il ne convient pas pour les sols rigides ou élastiques, mais cette situation se rencontre rarement dans les milieux naturels.

Ce modèle sera exposé en détail dans le chapitre 3, avec les hypothèses et les extensions appropriées pour la simulation dynamique.

2.6 La vitesse de déplacement

Nous avons signalé dans l'introduction de ce chapitre qu'il est nécessaire de disposer d'une mesure de la vitesse absolue du robot, c'est-à-dire la vitesse de déplacement du robot par rapport au sol (plus précisément par rapport au plan moyen lié au sol), afin de calculer la vitesse de glissement.

En effet, comme on l'a vu dans l'étude des modélisations roue-sol, le glissement a un rôle fondamental dans la génération des forces de contact. Nous souhaitons mesurer ce glissement pour estimer ces forces.

Dans la plupart des applications de robotique mobile, on estime la vitesse du véhicule par la mesure de la vitesse de rotation des roues, donnée par des encodeurs optiques ou des résolveurs. Cette méthode n'est pas appropriée ici car elle repose sur l'hypothèse du non glissement.

On doit donc recourir à des méthodes sans contact, ou bien utiliser un contact roue-sol supplémentaire, conçu de sorte à minimiser son glissement.

Il existe plusieurs techniques pour réaliser cette mesure. Nous pouvons les classer en trois grandes familles :

- Intégration de l'accélération
- Différentiation de la position
- Mesure directe de vitesse

La combinaison de plusieurs de ces méthodes via un algorithme de fusion multi-capteurs est naturellement possible.

2.6.1 Intégration de l'accélération

La première méthode repose sur l'utilisation de capteurs inertiels. Notons ΔT la période d'échantillonnage de l'acquisition des mesures. Les données accélérométriques $\mathbf{a_k}$ à l'instant $k\Delta T$ sont fournies dans le repère du capteur $(G, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$ lié au véhicule :

$$\mathbf{a_k} = \begin{pmatrix} a_X \\ a_Y \end{pmatrix} \tag{2.45}$$

Notons β la différence entre les angles de route et de cap (figure 2.22). C'est l'*angle de dérive*. La vitesse que l'on cherche à estimer est la norme du vecteur :

$$\mathbf{v} = v\cos\varphi\,\mathbf{x} + v\sin\varphi\,\mathbf{y} \tag{2.46}$$

donc, en dérivant les composantes de la vitesse exprimée dans le repère global $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$:

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}\cos\varphi - v\dot{\varphi}\sin\varphi \\ \\ a_y = \dot{v}\sin\varphi + v\dot{\varphi}\cos\varphi \end{cases} \tag{2.47}$$

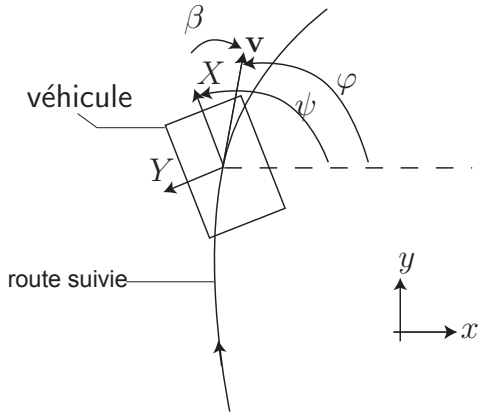


FIG. 2.22 – Notations pour l'intégration des données inertielles

Par ailleurs a_x et a_y s'expriment en fonction de a_X et a_Y. En utilisant (2.47), il vient :

$$\begin{cases} a_X \cos\beta + a_Y \sin\beta &= \frac{dv}{dt} \\ -a_X \sin\beta + a_Y \cos\beta &= \dot{\varphi} v \end{cases} \tag{2.48}$$

Pour intégrer numériquement (2.48), il ne suffit pas de connaître l'accélération. Il faut aussi une mesure de β :

$$v_k = v_{k-1} + [a_{Xk} \cos\beta_k + a_{Yk} \sin\beta_k]\, \Delta T \qquad k \geq 1 \tag{2.49}$$

Cette approche nécessite donc des capteurs supplémentaires pour mesurer les angles de cap et de route.

De plus, ce type de méthode est sensible à la dérive, c'est-à-dire à une erreur croissante due à l'intégration d'un biais sur la mesure. Cette erreur peut rapidement devenir considérable (surtout pour les capteurs d'entrée de gamme) et rendre le capteur inexploitable en pratique. Ce problème est généralement résolu en fusionnant l'information avec d'autres types de mesures sans dérive (GPS par exemple).

2.6.2 Différentiation de la position

La différentiation de position est basée sur le calcul numérique de la dérivée du vecteur position absolue par rapport au temps discrétisé, pour obtenir une estimation du vecteur vitesse :

$$\mathbf{v}_k = \frac{1}{\Delta T} (\mathbf{P}_k - \mathbf{P}_{k-1}) \qquad k \geq 1 \tag{2.50}$$

où ΔT est la période d'échantillonnage. Cette position est donnée dans un repère (O, x, y) fixe par rapport à la terre (figure 2.23).

Cette méthode comprend un large éventail de capteurs et de techniques, aussi bien externes qu'embarquées, absolus ou relatifs, avec une large gamme de précision, de volume de mesure et de vitesse d'acquisition.

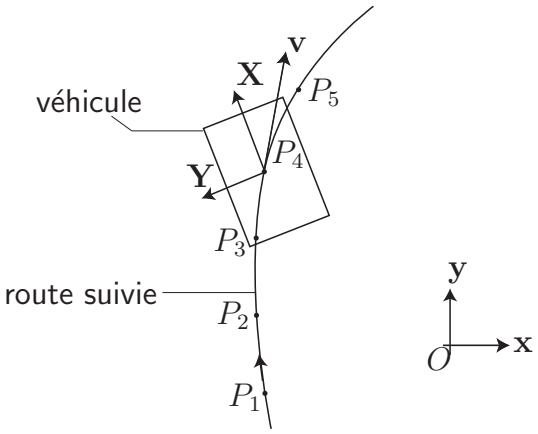


Fig. 2.23 – Notations pour la différentiation de position

L'approche la plus simple consiste à mesurer l'angle de rotation des roues non motrices grâce à des codeurs optiques relatifs ou absolus. C'est une méthode largement exploitée, peu coûteuse et facile à mettre en œuvre. Cependant elle n'est plus valide dans le cas où toutes les roues sont motorisées. Elle ne permet pas non plus de déterminer le glissement latéral.

Le positionnement global par satellite (GPS[5], Galileo, GLONASS[6] principalement) est souvent utilisé pour le positionnement d'un mobile en milieu ouvert [Bevly *et al.* 2000]. [Lenain *et al.* 2006] l'utilise pour le suivi de chemin d'un véhicule sur sol glissant.

Un récepteur GPS autonome a une précision de l'ordre de 5m. Il peut être embarqué dans un robot terrestre léger, mais il souffre de défauts importants. À cause d'une faible vitesse de rafraîchissement, de l'ordre du Hertz, voire quelques hertz pour les plus performants, et de la faible précision (pour le GPS non différentiel), la fusion avec d'autres capteurs est nécessaire (souvent une centrale inertielle).

L'utilisation de techniques différentielles (DGPS[7], RTK[8]) améliore grandement la précision du positionnement (de l'ordre du centimètre pour le GPS-RTK) mais augmente aussi considérablement le coût du système.

Le signal peut s'atténuer fortement, voire disparaître, en environnement urbain ou avec d'importants reliefs. En particulier, le signal est pratiquement inexistant à l'intérieur d'un bâtiment. La réception peut être perturbée par des phénomènes de multi-réflexions. De plus, un robot d'exploration extraterrestre ne dispose pas de la constellation de satellites du système de positionnement global.

Une autre possibilité est l'odométrie visuelle [Mallet *et al.* 2000; Angelova *et al.* 2006]. Il s'agit alors d'établir une corrélation entre les points de plusieurs images successives, afin de calculer leur vecteur vitesse dans le plan image, puis dans le plan réel à partir des paramètres géométriques de la caméra. À partir de ce calcul, on obtient la vitesse du robot mobile par rapport au sol.

[5]Global Positioning System

[6]Système Global de Navigation par Satellite russe

[7]Differential GPS : correction des erreurs de positionnement à l'aide de balises fixes ou de satellites géostationnaires dont la position est bien connue

[8]Real-Time Kinematic : Technique d'amélioration du GPS par la mesure de la phase du signal

Cette méthode a été employée avec succès sur les rovers planétaires pour la détection de glissement. Elle demeure néanmoins imprécise et très coûteuse en termes de temps de calcul.

2.6.3 Mesure directe

Parmi les méthodes de mesure directe, on peut citer les capteurs ultrasonores à effet Doppler. [Imou *et al.* 2001] utilise un capteur émettant à 200 kHz pour mesurer la vitesse d'un véhicule.

Les ondes électromagnétiques sont plus couramment utilisées. Il est possible d'analyser la fréquence du signal GPS, ce qui donne une mesure assez précise mais reste tributaire des défauts propres au système GPS. On peut faire de même avec un réseau de balises émettrices terrestres.

Signalons une technique intéressante en termes de précision, basée sur la mesure de la vitesse d'un fluide (ici l'air) en mouvement par rapport au véhicule (vent apparent). Elle est couramment utilisée pour les avions [Kayton et R. Fried 1997] et les navires. Les anémomètres mécaniques ont une précision relativement faible (10 cm/s) et mesure la vitesse de l'air au-delà d'un certain seuil (de l'ordre de 0,5 m/s). Des anémomètres électroniques à effet thermique (*hot-wire*) permettent d'atteindre une grande précision. L'étendue de mesure va de 0,1 à quelques mètres par seconde. La précision est de 1 cm/s voire 1 mm/s. Ces capteurs ont aussi l'avantage d'être rapides (plus de 10 kHz de fréquence d'échantillonnage). En revanche, ils sont relativement fragiles, nécessitent une calibration et sont très coûteux. Le flux d'air modifie légèrement la température du capteur de vitesse, qui peut être comparée à la température donnée par un thermomètre abrité. On mesure la différence de tension engendrée par ce différentiel de température. D'autres techniques reposent sur la mesure de la différence entre pression statique et pression dynamique (tubes de Pitot) :

$$p = p_s - \frac{\rho_a v^2}{2} \tag{2.51}$$

où p_s est la pression statique, p la pression dynamique, ρ_a la masse volumique de l'air et v la vitesse à déterminer. Le principe est simple, sans calibration, mais relativement coûteux pour une bonne précision. De plus le tube doit être aligné avec le flux d'air, et donc avec la direction du déplacement.

Naturellement, ces techniques sont inadaptées à l'exploration planétaire extraterrestre, où l'atmosphère est raréfiée. De plus un traitement particulier des perturbations doit être mis en œuvre (vent, écoulements turbulents).

Enfin, une technique utilisée surtout pour la mesure de la vitesse réelle de tracteurs agricoles (voir figure 2.24 tirée de [Fleming et Hundiwal 1985]) est basée sur l'effet Doppler dans le domaine des ondes hyperfréquences. Un radar pointé vers le sol émet une onde de l'ordre de quelques dizaines de gigahertz. Celle-ci est rétrodiffusée vers le capteur avec une fréquence différente de l'onde incidente (sauf à vitesse nulle où la fréquence est la même). La mesure du décalage fréquentiel permet de calculer la vitesse.

La technologie actuelle permet l'utilisation de ce type de capteur à des coûts relativement bas. Cette technique est potentiellement intéressante car elle ne requiert pas de

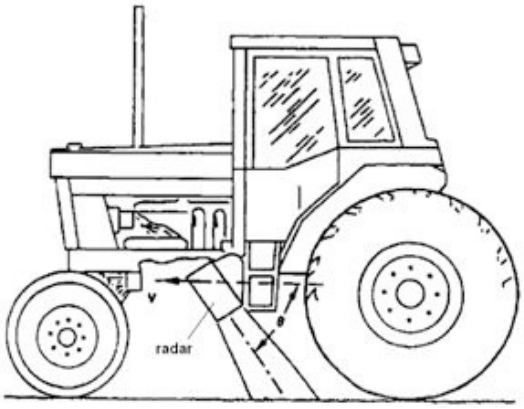


Fig. 2.24 – Disposition du radar sur un tracteur agricole

matériel externe (balises, satellites, etc.). Elle n'est pas sensible à la dérive, ni aux perturbations atmosphériques, et s'adapte à une grande variété de sols et de vitesses. De plus, le traitement du signal est moins lourd que les techniques de vision. Il est donc plus rapide et plus approprié à un système informatique léger utilisé pour la commande à grande vitesse.

Cette méthode, que nous avons choisi d'implémenter sur le prototype, sera exposée plus en détail dans le chapitre 5. Nous examinerons en particulier la sensibilité à l'angle d'incidence du faisceau.

2.7 La commande de traction

Par commande de traction, on entend l'ensemble des systèmes de régulation du couple ou de la vitesse de rotation au niveau des roues, de manière à garantir une meilleure force de traction (si possible optimale) et/ou une tenue de route permettant de manœuvrer le véhicule.

Un certain nombre de dispositifs ont été mis en œuvre, surtout dans le domaine automobile. Nous commençons par décrire ces systèmes afin de nous en inspirer pour notre application.

2.7.1 Commande de traction dans l'automobile

On trouve dans la littérature plusieurs méthodes de commande permettant de contrôler la traction. On peut classer ces méthodes en deux familles, selon qu'elles utilisent un modèle de l'interaction roue-route ou non.

Objectifs de la commande de traction

En règle générale, la finalité des sous-systèmes de commande de traction dans l'automobile est d'empêcher ou de limiter le blocage des roues, le patinage et l'incohérence des vitesses des roues. Nous donnons la définition des principaux dispositifs à partir de [Bosch 2004].

L'ABS (*Antilock Brake System*) est un mécanisme d'assistance automatique au freinage qui empêche le blocage des roues, ce qui permet d'assurer une certaine manœuvrabilité du véhicule. L'ABS n'agit que sur les organes de freinage et ne permet donc pas d'imposer un couple positif. Les premiers développement de l'ABS remontent à 1947 (cf. [Wallén 2001]). Fonctionnant à ses débuts en mode tout-ou-rien, le système s'est complexifié au cours du temps. Actuellement toutes les méthodes mises en œuvre sont basées sur une modélisation plus ou moins précise du contact roue-sol.

Dans la même optique, l'ESP (*Electronic Stability Program*, appelé aussi ESC, *Electronic Stability Control*) permet de corriger les défauts de trajectoire (survirage ou sous-virage) en intervenant automatiquement sur les quatre freins.

L'antipatinage (ASR, *Acceleration Slip Regulation*, ou TCS, *Traction Control System*) intervient sur la gestion du moteur pour éviter le patinage à la traction. L'ASR surveille la cohérence des vitesses des quatre roues. En cas d'anomalie, il limite la vitesse de rotation de certaines roues de manière à mieux répartir les couples.

Toutes ces techniques concernent l'assistance à la conduite dans des situations dangereuses ou délicates. En situation normale, le véhicule est supposé rouler sans glisser ni déraper.

Cependant, la commande de trajectoire effectuée par les pilotes de course sur sol naturel (type rally) est d'un grand intérêt. Le système pilote-véhicule est capable de suivre un couloir (un chemin curviligne doté d'une certaine distance limite de part et d'autre) à vitesse élevée en exploitant les dérapages et les glissements. Les sorties de commande sont uniquement la pression sur la pédale d'accélérateur, sur celle du frein et le couple exercé pour la rotation du volant (nous omettons le dispositif de changement de rapports de vitesses qui offre une plus grande gamme de vitesses et de couples).

La commande de traction est appliquée de manière globale par le pilote sur les quatre roues motrices.

L'algorithme de commande exprimé par ces pilotes (et résultant d'un apprentissage), à partir des données visuelles et vestibulaires uniquement, mériterait une étude à part. Nous pouvons tout de même remarquer que la commande des forces de contact se fait aussi bien par la commande des couples moteurs et de freinage, que par l'orientation du véhicule (dérapage, braquage et contre-braquage anticipatifs). Et ceci, probablement, sans modélisation fine du véhicule et de l'interaction roue-sol.

À partir de ces considérations, on peut estimer, mais cela reste encore à vérifier, qu'un véhicule automatique à quatre roues motrices et directrices indépendantes, avec une puissance suffisante, peut avoir de meilleures performances que les pilotes humains en suivi de couloir.

Approches et méthodes

Dans l'automobile, le système dynamique à commander, incluant la dynamique du véhicule, les propriétés de la roue et du sol, ainsi que les propriétés des capteurs et des actionneurs, est par nature fortement non-linéaire. De plus, il est très incertain et ses paramètres peuvent varier au cours du temps, en fonction du terrain rencontré, de l'usure des pneus, des freins, etc.

C'est pourquoi il existe plusieurs types de commande, plus ou moins complexes et coûteuses à mettre en œuvre.

[Yu *et al.* 2002] conçoit une architecture de commande à logique floue pour réguler le taux de glissement autour d'une valeur optimale, en jouant sur la pression exercée par les freins. [Lee et Żak 2002] utilise la même méthode, mais se sert d'un algorithme génétique pour déterminer le glissement optimal.

Une autre approche est l'utilisation d'une commande par mode glissant [Buckholtz 2002; Kawabe *et al.* 1996; Song 2005]. Elle permet de converger rapidement vers la valeur désirée en s'affranchissant des problèmes de non-linéarité.

D'autres auteurs ont implémenté des commandes à base de correcteurs PID non linéaires [Jiang et Gao 2001] ou à gains variables, ou encore par synthèse de Lyapunov [Kalkkuhl *et al.* 2002].

Toutefois, il semble que les systèmes de sécurité active réellement implémentés sur les véhicules du commerce intègrent des commandes basiques (type PID), mais utilisent des modèles de l'interaction pneumatique-sol très simples [Bosch 2004].

2.7.2 Commande de traction en robotique mobile

En robotique mobile, la commande de robots mobiles tout-terrain avec contrôle de traction a été peu abordée jusqu'ici. Il s'agit d'estimer le glissement des roues, de le réguler, ou au moins de le limiter.

Les solutions généralement implémentées sont relativement simples.

En 1997, [Van der Burg et Blazevic 1997] pointent la nécessité de la commande de traction et de la régulation du glissement pour un robot mobile. Il donne des indications sur les capteurs nécessaires.

Par la suite, de nombreux auteurs se sont intéressés à l'amélioration des performances en traction des robots mobiles autonomes sur terrain naturel.

Dans [Yoshida et Hamano 2002a] par exemple, on utilise une loi de commande à base de correcteur proportionnel intégral (PI) pour réguler le taux de glissement s :

$$pwm = K_p\,(s^* - s) + K_i \int (s^* - s)\,dt \tag{2.52}$$

où s^* est le taux de glissement désiré, pwm est le rapport cyclique de la tension appliquée aux bornes des moteurs. K_p et K_i sont des gains positifs. De cette façon, on régule la vitesse de rotation des roues de sorte que le glissement des roues soit proche de la valeur désirée. La vitesse du véhicule est obtenue par un système de vision externe.

[Caltabiano *et al.* 2004] commande le couple moteur grâce à une boucle en courant :

$$\Gamma_s = K_p\,(s^* - s) + K_i \int (s^* - s)\,dt \tag{2.53}$$

où Γ_s est le couple moteur.

Le couple effectivement appliqué est le minimum entre Γ_s et Γ_v, où Γ_v est le couple moteur permettant le déplacement à la vitesse v^* sous l'hypothèse du roulement sans

glissement. Il est calculé par :

$$\Gamma_v = K_p\,(v^* - \omega R) + K_i \int (v^* - \omega R)\,dt \tag{2.54}$$

où R est le rayon des roues.

La vitesse du véhicule est estimée à partir de la plus petite vitesse de rotation des roues (cette méthode n'est plus valide si toutes les roues glissent).

[Reina *et al.* 2006] établit une relation entre l'intensité du courant consommé par les moteurs et le glissement des roues d'un robot d'exploration planétaire. Cette relation est dérivée du modèle de Wong pour des roues rigides. En omettant la dynamique des roues, il peut ainsi détecter un glissement important, et réguler les couples moteurs quand cela se produit. Cette approche suppose une bonne connaissance des paramètres du sol, et n'est valable que pour des dynamiques faibles.

À l'EPFL[9], l'approche choisie est différente. [Lamon et Siegwart 2005] cherchent à minimiser les couples à l'aide d'un modèle mécanique statique du robot mobile sur un sol accidenté. Les angles de contact (positions angulaires des points de contact entre la roue et le terrain, voir figure 2.25) sont mesurés grâce à des roues munies de capteurs tactiles. Cette méthode n'utilise pas de modèle d'interaction roue-sol et considère uniquement des sols rigides. De plus, elle suppose que la vitesse des déplacements est faible.

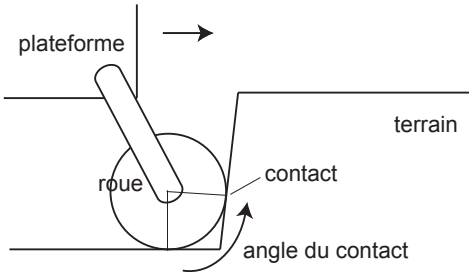


Fig. 2.25 – Angle de contact

Une des références dans le domaine de l'interaction roue-sol pour la robotique mobile est le Field and Space Robotics Laboratory du MIT[10] où de nombreuses études théoriques et pratiques ont été menées.

Dans [Iagnemma et Dubowsky 2004b], par exemple, on utilise une variante du modèle terramécanique de Wong pour estimer la force de traction sur un terrain accidenté. Une étude spécifique est entreprise pour estimer les angles de contact. Le but est de minimiser la puissance consommée pour la locomotion.

Citons enfin l'étude en simulation par [Sellami 2005] d'une loi de commande de la traction par mode glissant. Le modèle d'interaction roue-sol utilisé est ici le modèle de Pacejka.

Plusieurs autres travaux concernent la détection du glissement [Ward et Iagnemma 2007] et sa minimisation [Helmick *et al.* 2005] ou, de manière générale, l'optimisation de

[9]École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse

[10]Massachusetts Institute of Technology, Boston, États-Unis

la traction [Peynot 2006; Sreenivasan et Wilcox 1994; Thianwiboon et Sangveraphunsiri 2005; Andrade-Barroso 2000]. Cependant, aucun ne considère le glissement comme une variable à contrôler afin de maîtriser les forces d'interaction. Il apparaît également que des lois simples de commande du glissement suffisent pour le réguler. Cet aspect sera abordé plus en détail dans le chapitre 3.

2.8 Conclusion

Dans le cadre des hypothèses de notre travail, le modèle semi-empirique terramécanique de Bekker-Wong est le plus approprié pour le calcul des efforts de contact au niveau de la liaison roue-sol.

L'intégration d'un modèle pour la commande requiert la connaissance du glissement des roues par rapport au sol. Cette grandeur ne peut être connue que par la mesure de la vitesse réelle du robot mobile par rapport au sol. Cette vitesse doit être mesurée par un dispositf sans contact avec le sol, étant donné que toutes les roues peuvent éventuellement glisser.

Plusieurs méthodes de mesure de vitesse peuvent être utilisées. Compte tenu des contraintes d'exploitation, la technique basée sur l'effet Doppler électromagnétique semble être un bon compromis.

Une fois le glissement connu, il devient possible d'estimer les efforts de traction et de les commander, au moyen d'une loi de commande simple de type PID.

Deuxième partie

Étude théorique

Chapitre 3

Modélisation de l'interaction véhicule-sol – Application à la simulation

Le modèle des forces d'interaction roue-sol que nous allons développer dans ce chapitre est basé sur l'approche semi-empirique de Bekker et Wong. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous avons choisi ce cadre de modélisation car il est bien adapté à une utilisation en simulation et en commande pour le domaine d'application qui nous intéresse, les sols naturels plastiquement déformables à faible cohésion.

Ce modèle est partiellement validé expérimentalement sur un banc d'essai développé à cet effet.

Nous apportons notre contribution dans l'étude du régime transitoire, l'introduction de la vitesse d'enfoncement, ainsi que dans la détermination de la force latérale.

L'intégration du modèle en simulation permet de concevoir des lois de commande de la traction et de les tester, dans des conditions reproduisant le milieu naturel.

Enfin, à partir du modèle, nous présentons quelques développements théoriques relatifs aux critères de performance et au glissement optimal.

3.1 Cadre et hypothèses du modèle

L'approche choisie est une modélisation semi-empirique fondée sur la théorie de Bekker [Bekker 1969]. La modélisation géométrique de base est celle présentée sur la figure 3.1. On ne considère pas la dynamique du mouvement. Le modèle s'applique au régime permanent, mais on l'étendra dans une certaine mesure au régime transitoire.

Nous assimilons la roue à un cylindre parfait de rayon R et de longueur w_w (largeur de la roue). Cette roue a une vitesse de rotation propre ω autour de son axe. La vitesse longitudinale (selon $\mathbf{x_r}$) du centre de la roue par rapport au sol est notée v. Le sol sera toujours considéré comme un référentiel galiléen.

On suppose que la surface du cylindre est lisse. Elle ne possède pas de crampons ou de sculptures particulières, qui complexifient la géométrie du système et donc la détermination de la surface de contact. Précisons que si les crampons peuvent améliorer la traction

et limiter le glissement, il ne s'agit pas pour nous de concevoir une roue performante, mais d'étudier la commande de traction. C'est pourquoi nous choisissons un modèle simple.

On considère que le matériau constituant le sol est homogène, c'est-à-dire qu'il a les mêmes caractéristiques en tout point, aussi bien sur l'étendue surfacique du déplacement qu'en profondeur. En particulier, on ne considère pas de passages multiples (passage sur une zone déjà parcourue et modifiée par la compaction).

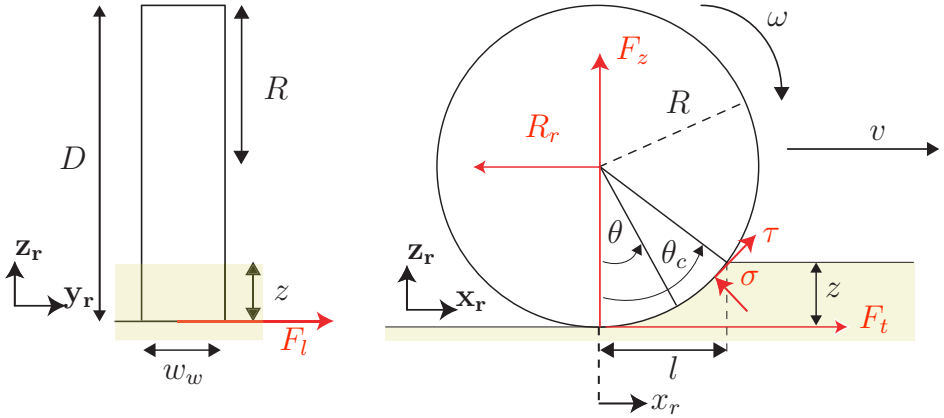


FIG. 3.1 – Modélisation géométrique adoptée pour le contact roue-sol

La surface du sol est plane. Il serait relativement aisé d'intégrer un angle de pente dans le modèle. La projection dans le repère de la roue introduirait une force longitudinale supplémentaire et modifierait la force normale. Par souci de simplification, sans diminuer la pertinence de l'étude, on peut supposer que le sol est horizontal.

La roue est supposée rigide et le sol peut se déformer plastiquement. L'hypothèse de rigidité de la roue signifie que celle-ci se déforme très peu en comparaison du sol, ce qui est généralement le cas pour un robot mobile léger sur sol sablonneux, avec des roues métalliques ou élastomères à grande raideur[1].

L'enfoncement de la roue dans le sol est noté z. Le secteur du cylindre en contact avec le sol a un angle θ_c (angle de contact). L'angle de contact arrière, c'est-à-dire l'angle entre la verticale passant par le centre de la roue et le rayon coupant le dernier point de la roue en contact avec le sol au cours de son déplacement, est supposé nul (sol parfaitement plastique). Cela revient à dire que ce point est situé à la verticale du centre de la roue. Nous notons l la longueur longitudinale de la zone de contact projetée selon $\mathbf{x_r}$.

On suppose que l'enfoncement est faible par rapport au rayon de la roue ($z \ll R$), de sorte que $\theta_c \ll 1$, donc :

$$l = R \sin \theta_c \approx R\theta_c \tag{3.1}$$

et :

$$z = R\,(1 - \cos \theta_c) \approx R\frac{\theta_c^2}{2} \tag{3.2}$$

[1]La déformation relative d'une roue dépend du matériau utilisé, de sa géométrie (aire de contact) et de la pression de gonflage dans le cas d'un pneumatique.

L'ensemble des forces exercées par le sol sur la roue, et que nous modélisons, se réduit à :

- La force normale F_z selon $\mathbf{z_r}$
- La force de traction « brute » F_t générée par la friction et orientée selon $\mathbf{x_r}$
- La force de frottement latérale F_l selon $\mathbf{y_r}$
- La résistance au roulement R_r selon $\mathbf{x_r}$.

Nous négligeons les contributions des autres composantes, à savoir les moments de lacet (selon $\mathbf{z_r}$) et de roulis (selon $\mathbf{x_r}$). Il s'agit donc d'un modèle bidimensionnel augmenté, où *on a ajouté la force latérale.*

En outre, nous faisons l'hypothèse que la résistance au roulement, opposée au déplacement, a son point d'application situé au centre de la roue. C'est une hypothèse forte mais qui permet de simplifier les calculs. Il en va de même pour la force verticale, dont la directrice passe par le centre de la roue. Par hypothèse, son point d'application se situe à la verticale du centre afin de simplifier les calculs ultérieurs.

3.2 Force verticale

3.2.1 Relation entre force verticale et enfoncement

Dans le cas général de l'enfoncement d'un solide dans un sol naturel, la mesure expérimentale de la réaction du sol (figure 3.2) permet de postuler un modèle de la forme [Bekker 1969] :

$$p(z) = \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) z^n \tag{3.3}$$

où p est la pression verticale et z la profondeur d'enfoncement. l_w est la plus petite dimension de l'aire de contact. Dans le cas d'un cylindre, c'est son diamètre. k_c (module de cohésion), k_ϕ (module de frottemement) et n (exposant du sol) sont des constantes caractéristiques du couple sol-pénétromètre.

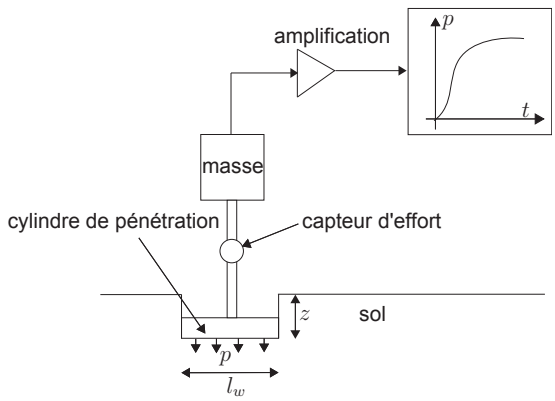


Fig. 3.2 – Mesure expérimentale de la relation force-enfoncement

On trouvera en annexe les valeurs de ces paramètres pour quelques types de sol.

Pour la roue, cette loi empirique est utilisée pour le calcul de la résultante F_z, qui est obtenue par intégration de la contrainte verticale :

$$F_z = w_w \int_0^l p\left(z\left(x_r\right)\right) dx_r \tag{3.4}$$

La relation de Pythagore permet d'exprimer l'évolution de x_r en fonction de z le long de la surface de contact :

$$x_r^2 = R^2 - \left(R - \left(z_0 - z\right)\right)^2 \tag{3.5}$$

avec $z_0 = z(\theta = 0)$.

Comme $(z - z_0) \ll R$, on peut écrire à l'ordre 1 :

$$x_r dx_r = -R dz \tag{3.6}$$

et :

$$F_z = w_w \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) \int_0^{z_0} \frac{z^n \sqrt{R}}{\sqrt{2}\left(z_0 - z\right)} dz \tag{3.7}$$

L'intégration conduit à :

$$F_z = \frac{w_w \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) \sqrt{R} z^{\frac{2n+1}{2}} \Gamma(n+1)\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}\Gamma(n + \frac{3}{2})} \tag{3.8}$$

où Γ est la fonction d'Euler et z l'enfoncement de la roue.

Or, pour 0,8<n<1,2, la fonction $n \mapsto \frac{\Gamma(n+1)\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}$ est quasiment identique à $\frac{2}{3}\left(3 - n\right)$. On peut alors écrire :

$$F_z = \frac{1}{3} w_w \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) \left(3 - n\right) \sqrt{D} z^{\frac{2n+1}{2}} \tag{3.9}$$

où $l_w = \min(w_w, l)$.

Donc :

$$z = \left(\frac{3F_z}{w_w(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi)(3 - n)\sqrt{D}}\right)^{\frac{2}{2n+1}} \tag{3.10}$$

Pour les autres valeurs de n, l'expression est plus complexe, mais l'expression (3.10) constitue toujours une bonne approximation.

On a ainsi une relation donnant l'enfoncement à partir du poids du véhicule et des paramètres de l'interaction.

3.2.2 Introduction de la vitesse d'enfoncement

La relation (3.9) est la caractéristique d'un ressort non linéaire de la forme $F_z = K_0 z^{n_0}$, où F_z est la force, z le déplacement, K_0 et n_0 des constantes positives. Pour l'exploitation du modèle en simulation dynamique, il est impératif d'introduire un amortissement

vertical. Dans le cas contraire, il apparaît des oscillations non amorties du véhicule, incompatibles avec la nature plastique du sol.

Nous avons donc développé une extension du modèle de Bekker en introduisant la dépendance de la vitesse d'enfoncement vertical. On peut clairement constater cette dépendance dans la pratique. La profondeur finale d'enfoncement d'un solide en chute libre dans un sol granulaire dépend de sa hauteur initiale h_0, et donc de sa vitesse verticale à l'impact :

$$v_{z,impact} = \sqrt{2gh_0} \tag{3.11}$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Notre modèle est inspiré de [Grahn 1991] qui a réalisé des mesures de pénétration à différentes vitesses dans le sable, ce qui lui permet de poser :

$$p = \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) z^n \dot{z}^q \tag{3.12}$$

Par rapport à (3.3), on a ajouté le facteur $\dot{z}^q$. q est un nouveau paramètre caractéristique du sol, qu'on peut baptiser « exposant de vitesse de pénétration du sol ».

Un problème se pose lorsque $\dot{z} = 0$: on ne retrouve pas le cas statique.

Nous posons alors :

$$p = \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) z^n \left(1 + k_q \dot{z}^q\right) \tag{3.13}$$

ce qui introduit deux paramètres positifs : k_q et q. Dans le cas $\dot{z} = 0$, on a bien l'équation (3.3).

Avec ce modèle, lorsque la roue est en rotation, sans composante normale de la vitesse du moyeu (selon $\mathbf{z_r}$), on a :

$$\dot{z}(\theta) = R\omega \sin(\theta) \approx R\omega\theta \tag{3.14}$$

On obtient alors une expression de la force verticale avec un facteur correctif :

$$F_z = \frac{1}{3} w_w \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) \sqrt{D} z^{\frac{2n+1}{2}} \left[3 - n + 3k_q D^{\frac{q}{2}} z^{\frac{q}{2}} \omega^q \left(\frac{1}{q+1} - \frac{n}{q+3}\right)\right] \tag{3.15}$$

Dans le cas $k_q = 0$, on retrouve bien le cas statique (3.9).

Le tableau 3.1 donne les valeurs de q pour quelques types de sols .

Tab. 3.1 – Exposant de vitesse de pénétration du sol [Shmulevich *et al.* 1998]

sol	q
sol compact	0,30
sable non compacté	0,30
terre arénacée	0,12

L'équation (3.15) montre que F_z augmente avec ω (car $\frac{1}{q+1} - \frac{n}{q+3} > 0$ pour les valeurs de n et q considérées), donc que l'enfoncement diminue lorsque la vitesse de rotation

augmente. Cet effet s'oppose à l'enfoncement dû au flux de matière sous la roue qui augmente avec le glissement et qui tend à augmenter l'enfoncement, effet mis en évidence expérimentalement par [Bauer *et al.* 2005].

Cet effet d'enlisement ne sera pas modélisé dans notre étude.

Les paramètres k_q et q sont réglés en simulation de manière à se placer en régime apériodique où les oscillations disparaissent.

3.3 Force longitudinale

3.3.1 Traction nette

La traction nette DP, dite aussi *traction à barre* (*drawbar pull*), est la différence entre la traction brute F_t et la résistance au roulement R_r :

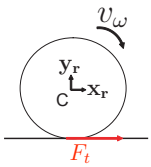
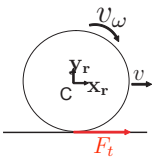
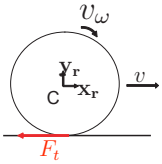
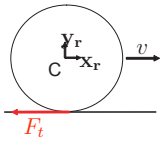
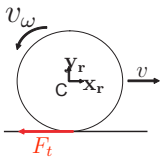
$$DP = F_t - R_r \tag{3.16}$$

Il s'agit de la force utile générée à l'interface roue-sol, disponible pour la traction.

Nous détaillons maintenant les expressions de F_t et de R_r, en commençant par la définition du taux de glissement.

3.3.2 Taux de glissement

Rappelons que le glissement de la roue par rapport au sol est quantifié par le taux de glissement longitudinal s. La définition donnée en (2.12) peut être étendue à tous les cas possibles, qui sont résumés dans les tableaux 3.2 et 3.3, afin de proposer une expression générale exploitable en simulation. On a noté $v_\omega = R\omega$ (vitesse de roue libre).

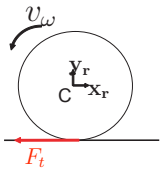
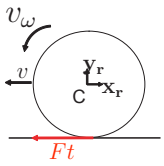
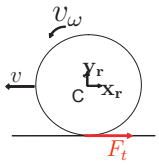
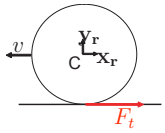
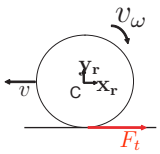
cas	patinage	traction	freinage	blocage	rétropatinage
					
condition	$\omega > 0, v = 0$	$\omega R > v > 0$	$0 < \omega R < v$	$\omega = 0, v > 0$	$\omega < 0, v > 0$
glissement	$s = 1$	$s = 1 - \frac{v}{\omega R}$ $1 > s > 0$	$s = \frac{\omega R}{v} - 1$ $-1 < s < 0$	$s = -1$	$s = -1$

TAB. 3.2 – Signe du taux de glissement, cas $v \geq 0$

La vitesse de rotation ω est comptée positive dans le sens horaire dans le repère $(C, \mathbf{x_r}, \mathbf{y_r})$ lié au moyeu de la roue.

Nous proposons une définition algébrique exhaustive de $s(v, \omega)$ à valeur dans $]-1, 1[$:

$$s = \min\left\{1, \max\left[-1, sign\left(R\omega - v\right)\tilde{s}\right]\right\} \tag{3.17}$$

cas	patinage	traction	freinage	blocage	rétropatinage
					
condition	$\omega < 0, v = 0$	$0 > v > \omega R$	$v < \omega R < 0$	$\omega = 0, v < 0$	$\omega > 0, v < 0$
glissement	$s = -1$	$s = \frac{v}{\omega R} - 1$ $0 > s > -1$	$s = 1 - \frac{\omega R}{v}$ $0 < s < 1$	$s = 1$	$s = 1$

TAB. 3.3 – Signe du taux de glissement, cas $v \leq 0$

avec :

$$\tilde{s} = \begin{cases} 1 - \frac{v}{\omega.R} & \text{si} \quad |\omega| \geq \frac{|v|}{R} \quad \text{et} \quad \omega \neq 0 & \text{(a)} \\ 1 - \frac{\omega.R}{v} & \text{si} \quad |\omega| < \frac{|v|}{R} & \text{(b)} \\ 0 & \text{si} \quad v = 0 \quad \text{et} \quad \omega = 0 & \text{(c)} \end{cases} \tag{3.18}$$

Avec cette définition, valable pour tout couple $(v, \omega) \in \Re^2$, le signe de s indique le sens de la force de traction, qui est toujours dirigée dans le sens de la vitesse de glissement $\mathbf{v_g}$ (d'après la définition (2.3)). La figure 3.3 montre l'allure de la fonction bivariable s.

Pour un roulement sans glissement, on a $s = 0$. Dans ce cas $v = R\omega$.

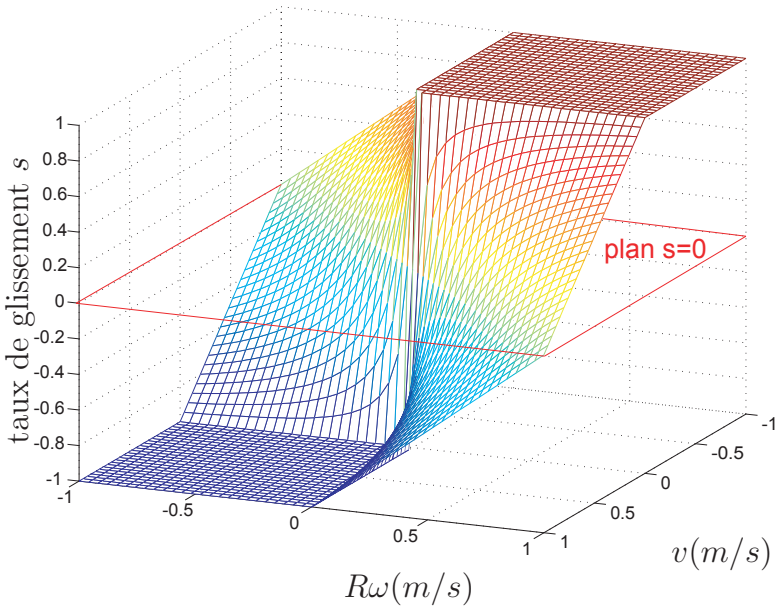


FIG. 3.3 – Taux de glissement en fonction des vitesses à l'interface roue-sol

Ainsi définie, la fonction s est continue en tout point, bornée, mais non dérivable en (0,0). L'intérêt d'une telle définition réside surtout dans la simulation où tous les cas sont possibles et où une fonction continue est nécessaire. Dans le cas contraire, la convergence de l'intégration du modèle dynamique ne serait pas garantie.

source	sable sec	glaise argileuse	limon sablonneux	neige	sol lunaire
[Whittaker *et al.* 1997] [Apostolopoulos 1996]	1-2,5				1,8
[Wong 1989] [Grand 2004]	1,13-1,15	2,5			
[Wong 2001]	1	0,6	2,5		
[Wong *et al.* 1984] cité par [Le 1999]	1,2	2,54	2,54		
[Yoshida et Hamano 2002b]	5				
[Iagnemma et Dubowsky 2004a]	2,5	1	2,5	4	

TAB. 3.4 – Valeurs typiques du module de cisaillement K (cm)

3.3.3 Relation entre force tangentielle et glissement

Pour la contrainte tangentielle au sol, τ, la relation empirique de base est la loi de comportement proposée dans [Janosi 1961] et [Janosi et Hanamoto 1961] :

$$\tau = \tau_{max}\left(1 - e^{-\frac{j}{K}}\right) \tag{3.19}$$

où j est le déplacement relatif (cf. figure 3.4), K le module de déformation en cisaillement et τ_{max} la contrainte maximale admissible par le sol.

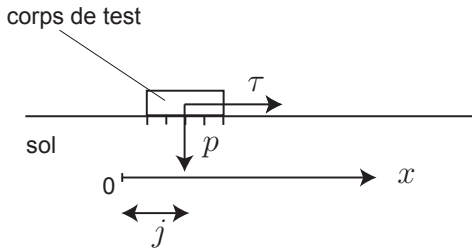


FIG. 3.4 – Mesure expérimentale de la relation contrainte tangentielle-déplacement

La contrainte de cisaillement maximale est donnée par un critère de rupture. On prend ici le critère de Mohr-Coulomb (détaillé dans le chapitre précédent) :

$$\tau_{max} = c + p\tan\phi \tag{3.20}$$

où c est la cohésion, ϕ l'angle de frottement et p la pression verticale.

Cette loi décrit le comportement en cisaillement des sols granulaires tels que le sable, le gravillon, etc.. Cette fonction est tracée sur la figure 3.5. On peut noter qu'elle est monotone. Ce n'est pas le cas pour d'autres types de sol. Pour les terrains organiques par exemple, d'après Wong, le comportement en cisaillement peut être décrit par :

$$\tau = \tau_{max}\frac{j}{K}e^{\left(1-\frac{j}{K}\right)} \tag{3.21}$$

Nous nous restreignons au cas des sols granulaires et au modèle (3.19), bien que le calcul puisse être mené de manière analogue pour d'autres types de sols déformables.

On se place dans le cas de la traction. On peut supposer par exemple que $v > 0$ et $\omega > 0$. Donc $s = 1 - \frac{v}{R\omega}$. La force tangentielle générée par cisaillement est obtenue par

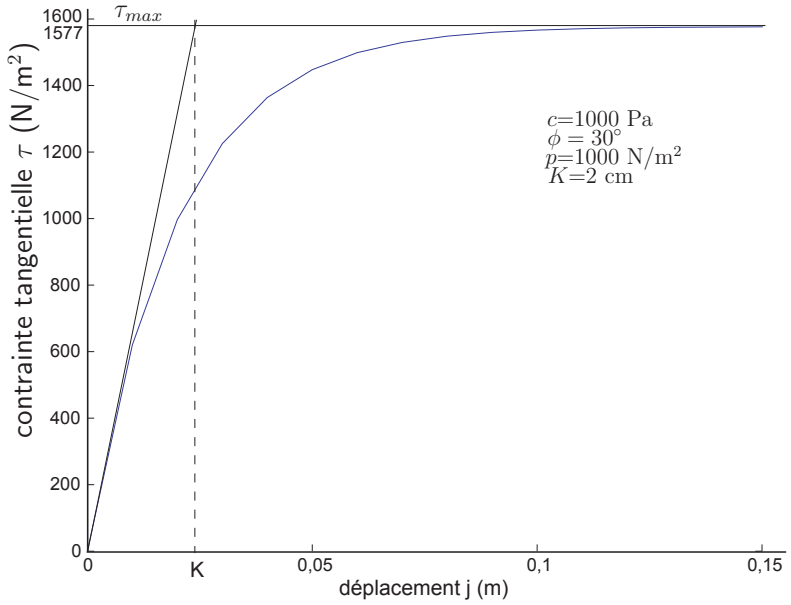


FIG. 3.5 – Relation contrainte tangentielle-déplacement

intégration de la contrainte τ :

$$F_t(s) = w_w \int_0^{\theta_c} \tau \cos\theta R d\theta \tag{3.22}$$

en remarquant que :

$$j(\theta) = \int_0^{t(\theta)} (R\omega - v)\, dt = sR\,(\theta_c - \theta) \tag{3.23}$$

Par hypothèse, $\theta \ll 1$, donc la zone de contact est quasiment horizontale et $\cos\theta \approx 1$. La contrainte normale du critère de Mohr-Coulomb est alors verticale. Pour le calcul, on suppose que la distribution de cette pression verticale p est uniforme sur toute la zone de contact. Elle est alors indépendante de θ.

Il s'agit là d'importantes simplifications. Un calcul plus complet ferait intervenir la contrainte normale σ et l'intégration serait effectuée sur le pourtour de la roue et non plus selon l'axe horizontal, en ne supposant plus l'enfoncement faible (calcul exposé chez [Shibly *et al.* 2005]).

On en déduit l'expression de la force de traction :

$$F_t(s) = (A\,c + F_z \tan\phi)\left[1 - \frac{K}{s\,l}\left(1 - e^{-s\,l/K}\right)\right] \tag{3.24}$$

où A est l'aire de la zone de contact ($A = w_w l$). Cette fonction de s est tracée sur la figure 3.6 pour différentes valeurs de K (des valeurs typiques sont consignées dans le tableau 3.4).

Dans l'équation (3.24), si $s = 0$, on trouve $F_t = 0$. La force de traction brute est nulle si le glissement est nul. En d'autres termes, dans le cadre des hypothèses, il faut que la roue glisse pour générer une force de traction.

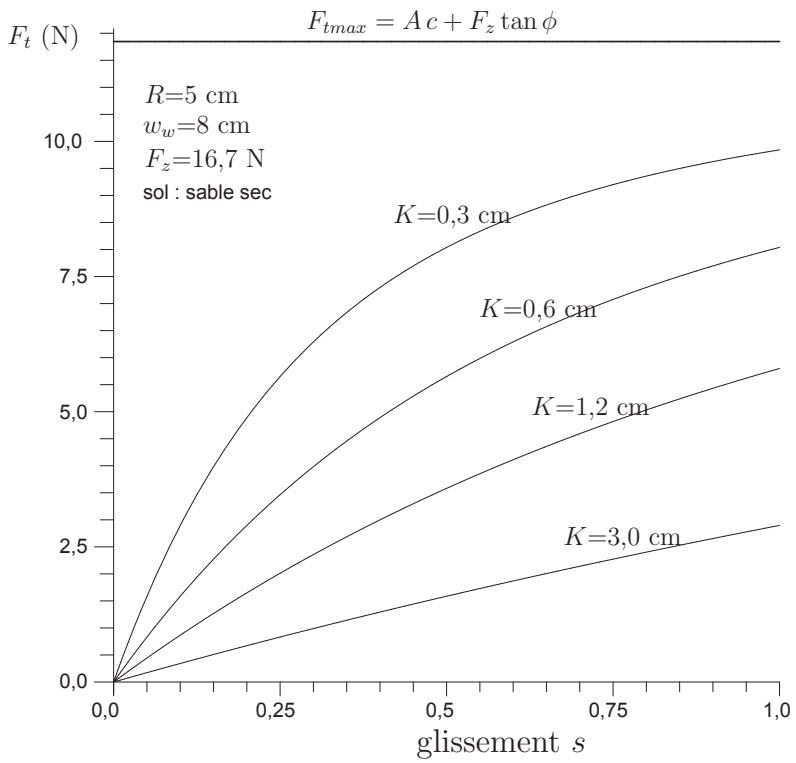


FIG. 3.6 – Force de traction brute pour différentes valeurs de K

Compte tenu de la résistance au roulement, cela montre que la roue doit glisser pour que la force de traction nette soit strictement positive. Physiquement, en effet, les phénomènes d'adhérence et de déformation élastique étant négligés, le seul processus à l'origine de la traction est le cisaillement du sol par la roue en rotation.

La force de traction brute dépend donc de la charge normale F_z et de l'enfoncement par l'intermédiaire de l (les deux grandeurs étant liées), de la largeur de la roue w_w, des paramètres du sol c, ϕ et K, et du glissement s.

Pour la valeur maximale du glissement ($s = 1$), on a :

$$F_t(1) = (A\,c + F_z \tan\phi)\left[1 - \frac{K}{l}\left(1 - e^{-l/K}\right)\right] \tag{3.25}$$

et on n'atteint pas la force tangentielle maximale admissible par le sol, F_{tmax}, car $F_t(1) < A\,c + F_z \tan\phi$.

Dans le cas du freinage ($v > 0$, $\omega > 0$ mais $s < 0$), le déplacement relatif s'écrit :

$$j(\theta) = \int_0^{t(\theta)} (v - R\omega)\,dt \tag{3.26}$$

Il s'agit cette fois du déplacement relatif du sol par rapport à la roue, de manière à avoir $j \geq 0$. On trouve :

$$j(\theta) = \frac{Rs}{1-s}\,(\theta_c - \theta) \tag{3.27}$$

L'intégration de (3.22) conduit à l'expression de la force de freinage :

$$F_t(s) = (A\,c + F_z \tan\phi)\left[1 - \frac{K(1-s)}{s\,l}\left(1 - e^{-s\,l/K(1-s)}\right)\right] \tag{3.28}$$

Enfin, les expressions (3.24) et (3.28) doivent éventuellement être affectées d'un signe - en fonction de la direction du déplacement de la roue par rapport à son repère propre.

3.3.4 Régime transitoire

En simulation, ces expressions posent un problème de stabilité numérique pour le régime transitoire. En effet, si $v = 0$ et $\omega = \epsilon << 1$ (la roue commence à tourner), alors $s = 1$ et la force de friction est maximale, ce qui provoque un mouvement instable de la roue. Il faut donc disposer d'une expression dépendant du temps t et valable pour $t \to 0$.

Reprenons l'intégration de la force de traction brute avec les mêmes hypothèses :

$$F_t(s,t) = w_w R \int_0^{\theta_c} \tau(s,\theta,t) d\theta \tag{3.29}$$

avec :

$$\tau(s,\theta,t) = (c + p\tan\phi)\left(1 - e^{-\frac{j(s,\theta,t)}{K}}\right) \tag{3.30}$$

où j est le déplacement relatif en cisaillement.

Supposons par exemple $v > 0$. On considère le cas de la traction. Le glissement s est :

$$s = 1 - \frac{v}{R\omega} \tag{3.31}$$

Le déplacement j d'un point de la surface de contact vaut :

$$j(\theta,t) = sR\min(\omega t, \theta_c - \theta) \tag{3.32}$$

En intégrant, il vient :

$$F_t(s,t) = F_{tmax}\left[1 + e^{-\frac{R\tilde{\theta}_c(t)s}{K}}\left(\frac{K}{sl} - 1 + \frac{\tilde{\theta}_c(t)}{\theta_c}\right) - \frac{K}{sl}\right] \tag{3.33}$$

en posant : $\tilde{\theta}_c(t) = \min(\omega t, \theta_c)$

On retrouve le cas stationnaire (équation (3.24)) si $\tilde{\theta}_c = \theta_c$ pour t suffisamment grand. Si $t = 0$, on a $F_t = 0$, ce qui résout le problème d'instabilité. Pour $s = 0$ on a bien $F_t = 0$, ce qui montre qu'on ne peut avoir un glissement nul lors de la traction.

3.3.5 Résistance au roulement

La résistance au roulement totale du véhicule est la somme de différentes contributions (résistance à la compaction du sol R_c, résistance au déplacement de matière R_b, résistance due à la déformation du pneumatique R_h, résistance gravitationnelle due aux pentes, résistance aérodynamique).

Au niveau de la roue seule, la résistance de l'air est négligeable. La résistance due à la pente du terrain est négligée par hypothèse.

La résistance au roulement est donc :

$$R_r = R_c + R_b + R_h \tag{3.34}$$

Détaillons ces différents termes.

R_h est due aux effets d'hystéresis dans la déformation cyclique de la roue (par exemple la déformation élastique d'un pneumatique), provoquant une dissipation d'énergie sous forme de chaleur. Dans cette étude, on a fait l'hypothèse d'une roue rigide, on suppose donc que ce terme est négligeable.

La résistance au déplacement de matière (ou *bulldozing*), notée R_b, est due à l'énergie nécessaire au déplacement de la masse de sol accumulée devant la roue lors du mouvement. On peut exprimer cette résistance sous la forme :

$$R_b = f(\phi, \rho, c, z, N_c, N_\gamma) \tag{3.35}$$

où N_c et N_γ sont les facteurs de Terzaghi, qui varient selon qu'il y a cisaillement « local » ou « global »[Wong 2001]. ρ est la masse volumique du sol.

En situation de freinage, la résistance de *bulldozing* augmente en raison de l'accumulation de matière devant la roue. Cependant, comme l'enfoncement est faible, on négligera ce terme dans tous les cas, et on supposera que le terme de compaction est prépondérant devant le terme de *bulldozing*.

Enfin la résistance à la compaction R_c est le terme qui modélise l'effet de compaction du sol (diminution du volume et de l'espace entre les grains) sous la roue, effet dû à la charge verticale s'exerçant sur la roue.

On considère donc que seul le terme de compaction est significatif : $R_r = R_c$.

Le principe du calcul de R_c est l'intégration de la contrainte normale à la roue :

$$R_c = w_w R \int_0^{\theta_c} \sigma \sin\theta d\theta \tag{3.36}$$

Par hypothèse, la contrainte normale s'exerçant sur la roue est égale à la pression verticale dans le sol à la même profondeur, c'est-à-dire : $pdz = R\sigma \sin\theta d\theta$. Ce qui donne :

$$R_c = w_w \frac{z^{n+1}}{n+1} \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi \right) \tag{3.37}$$

Ainsi la résistance au roulement ne dépend que de l'enfoncement et des paramètres du sol.

Comme on l'a vu au début du chapitre, nous avons fait l'hypothèse que le point d'application de la résistance au roulement se situe au centre de la roue. En réalité, ce point

d'application dépend de la répartition des contraintes normales dans la zone de contact, et se situe entre le centre de la roue et le sol. Il s'agit donc d'une importante simplification, mais le modèle dynamique du système s'en trouve grandement allégé, comme on le verra lors de la conception de la commande de traction.

Dans le cadre d'une utilisation en simulation, nous régularisons l'expression de la résistance au roulement pour assurer l'équilibre des forces, ce qui introduit une dépendance en vitesse :

$$R_r = \begin{cases} -sign(v)\, R_c & \text{si} \quad |v| > v_R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.38}$$

où $v_R \ll 1$ est un paramètre positif arbitraire et $sign(.)$ la fonction signe. R_r dépend de la vitesse de sorte que $R_r(v = 0) = 0$, et sa direction est opposée à celle du déplacement.

3.4 Force latérale

Considérons une roue se déplaçant selon la direction $\mathbf{x}$ différente de l'axe longitudinal $\mathbf{x_r}$. Le mouvement relatif roue-sol présente donc un glissement latéral caractérisé par la vitesse latérale v_y. La figure 3.7 illustre la modélisation de cette roue dans le plan moyen du sol. La force $\mathbf{F}$ totale est égale à :

$$\mathbf{F} = DP(s)\mathbf{x_r} - F_y\mathbf{y_r} \tag{3.39}$$

La force $DP(s)$ dépend du glissement longitudinal s, donc des vitesses de rotation ω et de déplacement v_x, alors que la force F_y ne dépend que du déplacement.

Remarquons que la direction de la force de contact $\mathbf{F}$ est différente de la direction de la vitesse $\mathbf{v}$ ($\xi_0 \neq \alpha$). Elle n'est pas non plus colinéaire à la vitesse de glissement $\mathbf{v_g}$ car elle n'intègre pas seulement des termes de cisaillement.

Nous considérons que la force latérale est la somme de deux contributions :

$$F_y = R_{sy} + R_{by} \tag{3.40}$$

où R_{sy} est la résistance au cisaillement latéral et R_{by} la résistance de *bulldozing* (déplacement de matière) latéral.

Dans la plupart des travaux, on modélise F_y comme une fonction dépendante de l'angle α (voir [Pacejka 2002] par exemple). C'est le cas de [Ben Amar 1994], qui effectue l'intégration d'une version simplifiée de la loi de comportement (3.19) pour obtenir les forces longitudinale et latérale. En se basant sur [Grecenko 1975], [Grand 2004] utilise une approche similaire et obtient des forces longitudinale et latérale dépendantes d'un glissement combiné.

Notre approche est différente. Nous considérons que cette force latérale dépend uniquement, outre les paramètres de l'interaction et du véhicule, de la vitesse latérale v_y. On a ainsi des expressions découplées pour les efforts longitudinaux et latéraux.

Ce choix s'explique par la différence des phénomènes d'interaction entre l'interaction pneumatique-sol rigide et notre application. Nous nous intéressons aux terrains granulaires, où les phénomènes physiques générant la force latérale en dérapage sont différents de la friction des pneus sur route goudronnée.

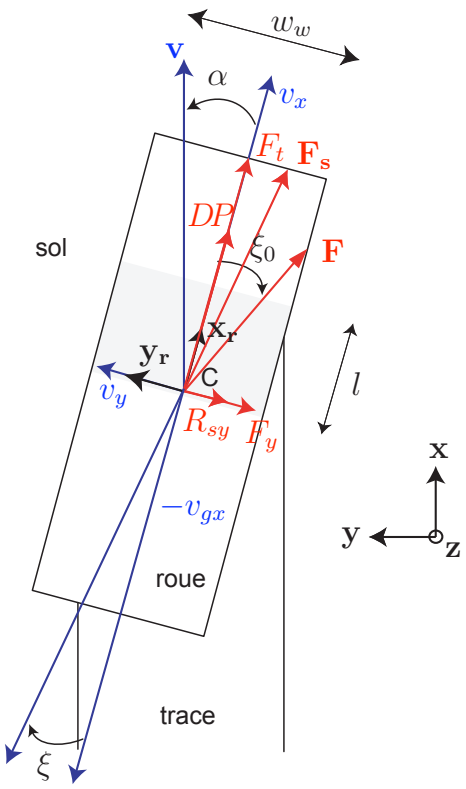


FIG. 3.7 – Modélisation de l'interface roue-sol dans le plan tangent

D'autre part, en anticipant sur les chapitres ultérieurs, on désire commander le mouvement d'un robot mobile autonome pouvant subir des dérapages latéraux importants, caractérisés par la vitesse latérale de la plateforme. Pour le contact pneu-route au contraire, les angles de glissement sont généralement faibles. Il est donc plus intéressant d'exprimer la vitesse comme la somme des composantes latérales et longitudinales, et de faire de même avec les forces. La force longitudinale est une grandeur « active », sur laquelle on peut avoir une influence par l'intermédiaire des couples actionneurs. La force latérale, elle, est complètement passive. Enfin, en perspective, on envisage de disposer de capteurs embarqués pour la mesure indépendante des vitesses longitudinale et latérale.

3.4.1 Résistance au cisaillement latéral

On se place ici dans le cas de la traction en supposant $v > 0$ et $\omega > 0$ donc $s = 1 - \frac{v}{R\omega}$. Les calculs peuvent être menés de manière analogue dans les autres cas.

Le déplacement relatif de la roue par rapport au sol est décrit par le vecteur :

$$\mathbf{j} = sR(\theta_c - \theta)\mathbf{x_r} + j_y\mathbf{y_r} \tag{3.41}$$

avec le déplacement latéral :

$$j_y = \int_0^t v_y dt \tag{3.42}$$

La composante longitudinale est la même que (3.23).

La roue est donc soumise à une force de cisaillement $\mathbf{F_s}$ dans le plan, dont la norme se calcule par intégration de la contrainte tangentielle :

$$F_s = \int_{-\frac{w_w}{2}}^{\frac{w_w}{2}} \int_0^l \tau_{max} \left(1 - e^{-j/K}\right) dx\, dy \tag{3.43}$$

La composante longitudinale du déplacement relatif est :

$$j_x = j \cos \xi \tag{3.44}$$

avec l'angle de vitesse de glissement ξ tel que :

$$\tan \xi = \frac{v_y}{v_{gx}} = \frac{v_y}{R\omega - v_x} \tag{3.45}$$

La norme du vecteur de déplacement relatif est donc :

$$j = \frac{sR(\theta_c - \theta)}{\cos \xi} \tag{3.46}$$

donc :

$$F_s = \tau_{max} w_w R \int_0^{\theta_c} \left(1 - e^{-\frac{sR(\theta_c - \theta)}{K \cos \xi}}\right) d\theta \tag{3.47}$$

en supposant toujours $\cos \theta = 1$. Le calcul de l'intégrale mène à :

$$F_s = F_{tmax} \left[1 - \frac{K \cos \xi}{sl} \left(1 - e^{-\frac{sl}{K \cos \xi}}\right)\right] \tag{3.48}$$

Or $\mathbf{F_s}$ se décompose de la manière suivante :

$$\mathbf{F_s} = F_t \mathbf{x_r} - R_{sy} \mathbf{y_r} \tag{3.49}$$

donc :

$$R_{sy} = F_s \sin \xi \tag{3.50}$$

Finalement :

$$R_{sy} = F_{tmax} \left[1 - \frac{K \cos \xi}{sl} \left(1 - e^{-\frac{sl}{K \cos \xi}}\right)\right] \sin \xi \tag{3.51}$$

avec :

$$\begin{cases} \cos \xi &= \frac{R\omega s}{\sqrt{v_y^2 + (R\omega s)^2}} \\ \sin \xi &= \frac{v_y}{\sqrt{v_y^2 + (R\omega s)^2}} \end{cases} \tag{3.52}$$

De la même façon, on obient l'expression suivante pour la force de cisaillement longitudinale :

$$F_t = F_{tmax} \left[1 - \frac{K \cos \xi}{sl} \left(1 - e^{-\frac{sl}{K \cos \xi}}\right)\right] \cos \xi \tag{3.53}$$

à comparer avec (3.24).

Il faut remarquer ici que le cas d'un glissement nul ($s = 0$) conduit à une singularité et doit être traité séparément. En effet, on a alors $\xi = \pm\frac{\pi}{2}$ (si $v_y \neq 0$) et $\cos\xi = 0$, ce qui donne une forme interminée pour l'équation (3.46). Dans ce cas, la résistance au cisaillement latéral et la force de cisaillement longitudinale sont respectivement :

$$\begin{cases} R_{sy} = F_{tmax}\left(1 - e^{-j_y/K}\right) \\ F_t = 0 \end{cases} \tag{3.54}$$

La figure 3.8 montre l'évolution de la résistance au cisaillement R_{sy} et de la force de traction brute F_t en fonction de l'angle de vitesse de glissement ξ, pour un taux de glissement de 0,2. Les paramètres sont ceux du tableau 3.5. z est calculé par l'équation (3.10) pour une charge normale de 7 N (correspondant à la charge verticale statique sur une roue du prototype réel sur sol horizontal). Il est à noter que pour un angle s'approchant de $\frac{\pi}{2}$ ($v_y \gg v_{gx}$), la résistance latérale devient proche de F_{tmax} tandis que la force de traction devient nulle.

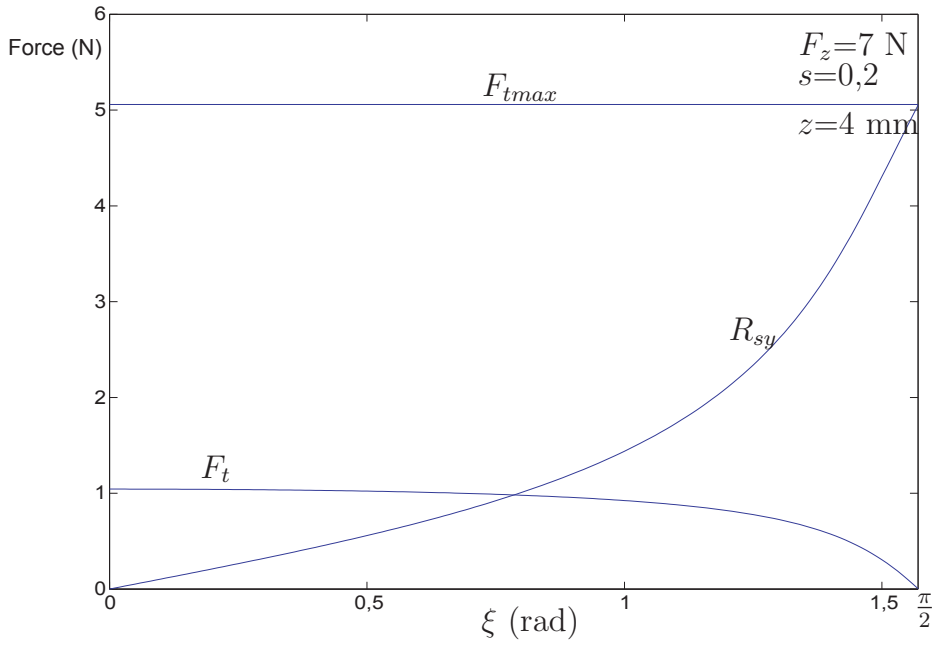


Fig. 3.8 – Résistance de cisaillement et force de traction brute en fonction de l'angle de vitesse de glissement

3.4.2 Résistance de déplacement latéral de matière

On expose ici notre modélisation d'une des contributions à la force latérale, la résistance de *bulldozing*. Il s'agit du déplacement de matière par la face latérale de la roue en contact avec le sol. Nous nous inspirons des travaux de [Yoshida et Ishigami 2004].

L'approche est basée sur un calcul quasi-statique des efforts et l'utilisation du critère de rupture de Mohr-Coulomb, exposé dans le chapitre 2. On ne considère que le régime stationnaire.

TAB. 3.5 – Paramètres pour le calcul des résistances latérales

paramètre	valeur	unité
R	6	cm
w_w	4	cm
c	1150	Pa
ϕ	28	deg
ρ	1600	kg/m^3
n	0,9	-
k_ϕ	505800	N/m^{n+2}
k_c	6940	N/m^{n+1}
K	1,2	cm

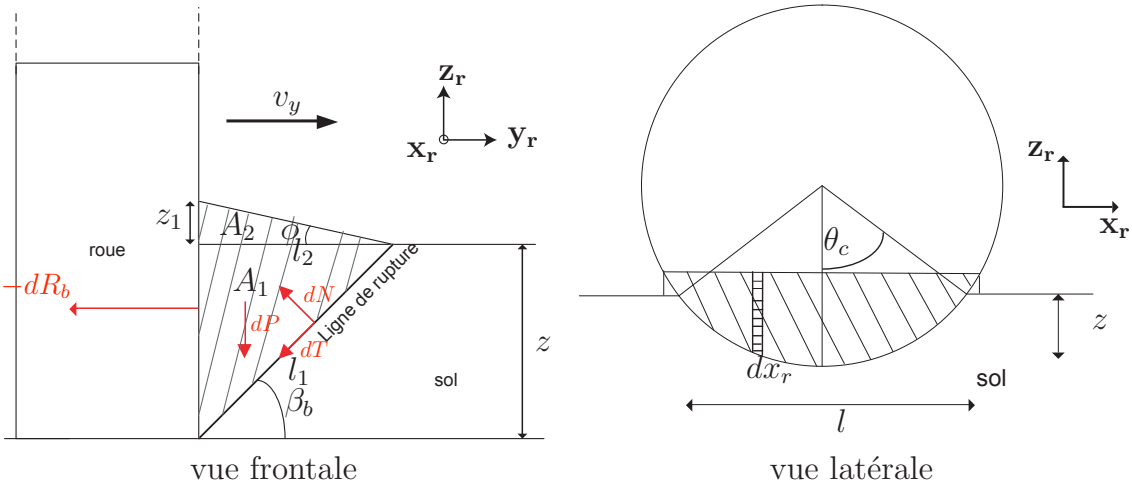


FIG. 3.9 – Modélisation pour le calcul de la résistance de bulldozing

On modélise le déplacement latéral de matière par le déplacement d'une ligne de rupture dans le sable, le long de laquelle glisse la matière déplacée (figure 3.9). On considère que la longueur projetée selon $\mathbf{x_r}$ de la zone de contact est l. L'angle du talus d'aire A_2 par rapport à l'horizontale est égal, par définition, à l'angle de frottement interne du matériau ϕ.

On considère un élément infinitésimal de longueur dx_r (selon $\mathbf{x_r}$). Cet élément est soumis à une résistance de *bulldozing* dR_b. L'aire de la surface hachurée vaut :

$$A_h = A_1 + A_2 = \frac{zl_2}{2} + \frac{z_1 l_2}{2} = \frac{1}{2} z^2 \cot\beta_b \left(1 + \tan\phi \cot\beta_b\right) \tag{3.55}$$

On écrit l'équilibre statique suivant les deux directions $\mathbf{y_r}$ et $\mathbf{z_r}$:

$$\begin{cases} dP - dN\cos\beta_b + dT\sin\beta_b &= 0 \\ dR_b - dN\sin\beta_b - dT\cos\beta_b &= 0 \end{cases} \tag{3.56}$$

avec le poids dP qui vaut :

$$dP = A_h \rho_v g dx_r \tag{3.57}$$

où ρ_v est la masse volumique de la partie hachurée et g l'accélération de la pesanteur.

Le volume de la masse de matière déplacée augmente après la rupture. D'après le principe de conservation de la masse, sa masse est celle du volume A_1 non perturbé :

$$A_h \rho_v = A_1 \rho \tag{3.58}$$

où ρ est la masse volumique du sol, c'est-à-dire :

$$\rho_v = \left(\frac{1}{1 + \tan\phi \cot\beta_b} \right) \rho \tag{3.59}$$

Il y a glissement le long de la ligne de rupture. D'après le critère de Mohr-Coulomb on a :

$$dT = c\, l_1 dx_r + dN \tan\phi \tag{3.60}$$

On injecte (3.60) dans (3.56). Il vient :

$$\begin{cases} A_h \rho_v g dx_r - dN \cos\beta_b + \left(\frac{z\,c}{\sin\beta_b} dx_r + dN \tan\phi \right) \sin\beta_b & = & 0 \\ dR_b - dN \sin\beta_b - \left(\frac{z\,c}{\sin\beta_b} dx_r + dN \tan\phi \right) \cos\beta_b & = & 0 \end{cases} \tag{3.61}$$

La première équation de (3.61) donne la force normale :

$$dN = \frac{A_h \rho_v g + z\,c}{\cos\beta_b - \tan\phi \sin\beta_b} dx_r \tag{3.62}$$

On peut alors éliminer N en remplaçant dans la deuxième équation. Après calcul et simplifications trigonométriques, on obtient :

$$dR_b = \left\{ [\cot\beta_b + \tan(\beta_b + \phi)]\, z\,c + \frac{1}{2} \tan(\beta_b + \phi) \rho g z^2 \cot\beta_b \right\} dx_r \tag{3.63}$$

$dR_b(\beta_b)$ passe par un minimum en β_b^*. La rupture a lieu pour $\beta_b = \beta_b^*$. En effet, il suffit que la force horizontale par unité de longueur appliquée sur le volume de sol dépasse $R_{by}(\beta_b^*)$ pour qu'il y ait glissement le long d'un plan.

Une condition nécessaire pour le minimum est que la dérivée de R_b par rapport à β_b s'annule. Cette dérivée vaut :

$$\frac{d}{d\beta_b} dR_b = -\frac{z}{2} \left[\cot\beta_b - \tan(\beta_b + \phi)\right] . \left[2c \cot\beta_b + \cot\beta_b \tan(\beta_b + \phi)\, \rho g z - \rho g z + 2c \tan(\beta_b + \phi)\right] \tag{3.64}$$

La résolution de l'équation $\frac{d}{d\beta_b} dR_b = 0$ donne une unique solution positive :

$$\beta_b^* = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \tag{3.65}$$

On a alors :

$$dR_b(z) = K_p \left(2z\,c + \frac{1}{2} \rho g z^2 K_p \right) dx_r \tag{3.66}$$

avec :

$$K_p = \sqrt{\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}} \tag{3.67}$$

Car :

$$\cot\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}} \tag{3.68}$$

La résistance de *bulldozing* latérale totale est obtenue en intégrant selon $\mathbf{x_r}$ (voir figure 3.9) :

$$\begin{aligned} R_{by} &= \int_{contact} dR_b \\ &= \int_{-\theta_c}^{\theta_c} K_p \left(2z\,c + \tfrac{1}{2}\rho g z^2 K_p\right) R\cos\theta d\theta \end{aligned} \tag{3.69}$$

Après intégration, il vient :

$$R_{by} = 2K_p c R^2 \left(\theta_c - \cos\theta_c \sin\theta_c\right) + \frac{1}{3}\rho g R^3 {K_p}^2 \left(2\sin\theta_c + \cos^2\theta_c \sin\theta_c - 3\theta_c\cos\theta_c\right) \tag{3.70}$$

Comme $\theta_c \ll 1$, on peut écrire à l'ordre 2 :

$$R_{by} = K_p c R^2 \theta_c^3 + \frac{1}{6}\rho g R^3 {K_p}^2 \theta_c^3 \left(1 + \frac{\theta_c^2}{2}\right) \tag{3.71}$$

On a ainsi une expression de la résistance latérale due au déplacement de matière par la roue, en fonction des paramètres du sol (ρ, c, ϕ) et de θ_c qui dépend uniquement de l'enfoncement de la roue. Elle ne dépend pas de la vitesse.

Les figures 3.10 et 3.11 montrent l'allure de la résistance de *bulldozing* quand l'enfoncement varie. Les paramètres sont ceux du tableau 3.5. Il s'agit d'un sol de sable sec [Wong 2001]. La masse volumique est celle de la silice.

On constate, comme on pouvait s'y attendre, que la résistance R_b augmente avec l'enfoncement, car il y a plus de matière à déplacer. R_b croît avec la cohésion, ce qui est en accord avec le critère de Mohr-Coulomb. Il est plus difficile de créer une ligne de rupture dans un sol fortement cohésif. De même, la résistance de *bulldozing* augmente avec l'angle de frottement pour une cohésion donnée.

On remarque aussi que la cohésion a une influence beaucoup plus importante que l'angle de frottement.

On peut comparer les deux termes latéraux en se plaçant à un enfoncement de 4 mm avec les paramètres du tableau 3.5. R_{by} est de l'ordre de 0,5 N. La valeur de R_{sy} dépend de s et de v_y. Les ordres de grandeur sont comparables mais pour un déplacement purement latéral ($\xi = \frac{\pi}{2}$), la résistance de cisaillement est dix fois plus importante. Pour un petit angle ξ, la résistance de bulldozing est prépondérante. En conclusion, dans le cas général, aucun de ces deux termes ne peut être négligé devant l'autre.

Pour régulariser l'expression de R_{by} au voisinage de $v_y = 0$, on peut prendre :

$$R_{by} = \begin{cases} -sign(v_y)\left[K_p c R^2 \theta_c^3 + \frac{1}{6}\rho g R^3 {K_p}^2 \theta_c^3 \left(1 + \frac{\theta_c^2}{2}\right)\right] & \text{si} \quad |v_y| > v_{yR} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.72}$$

où $v_{yR} \ll 1$ est un paramètre arbitraire.

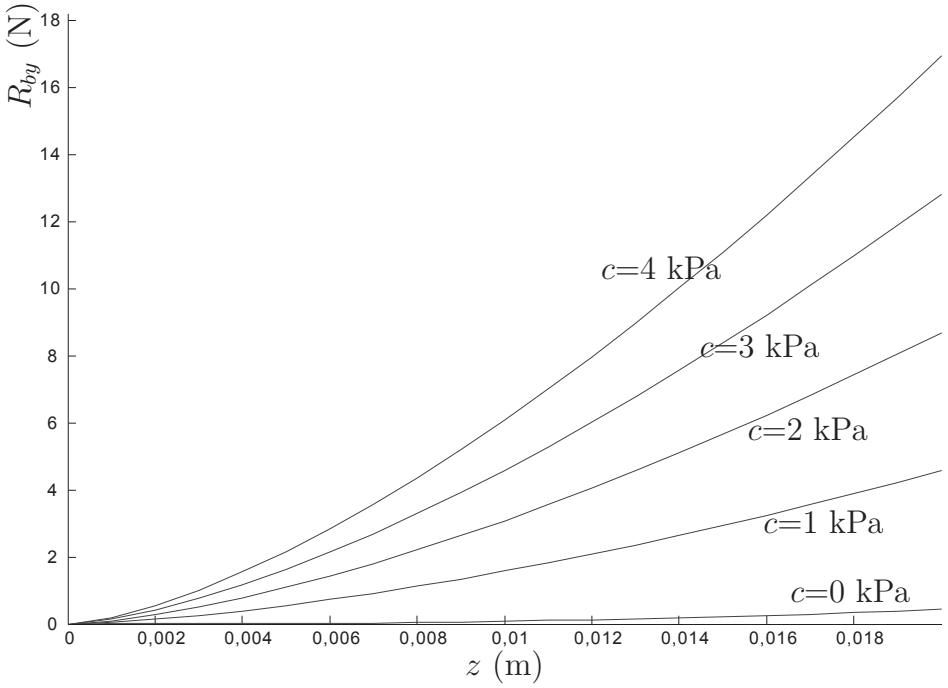


FIG. 3.10 – Influence de la cohésion sur la résistance de bulldozing

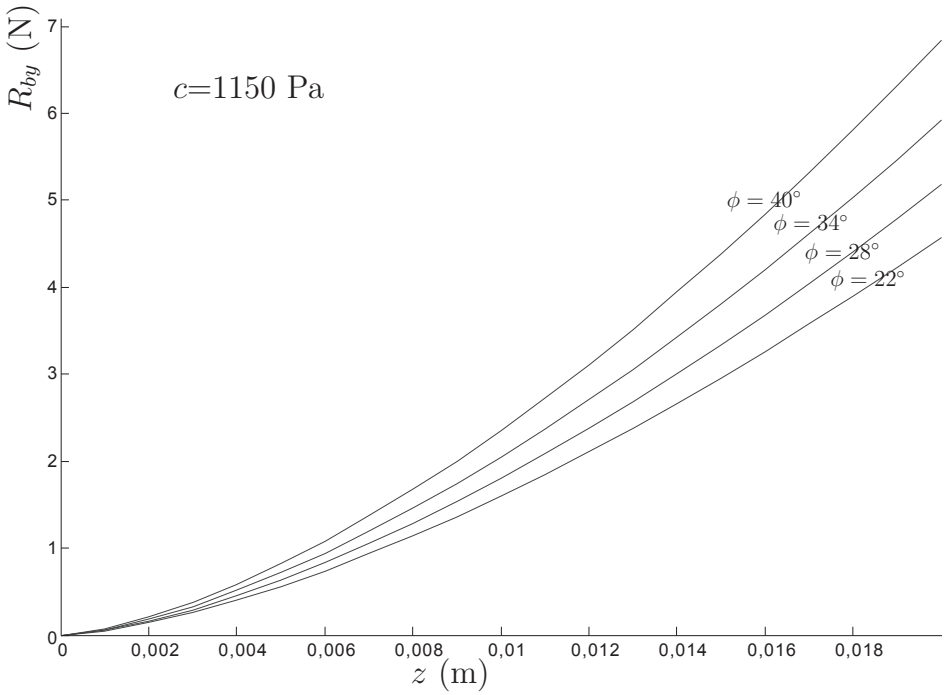


FIG. 3.11 – Influence de l'angle de friction interne sur la résistance de bulldozing

3.5 Bilan du modèle

Résumons le modèle d'interaction roue-sol. Les grandeurs d'entrées du modèle sont l'enfoncement z, la vitesse linéaire $\mathbf{v} = (v_x, v_y)^T$ et la vitesse de rotation ω.

Les principales hypothèses sont les suivantes :

- la roue est rigide et assimilée à un cyclindre lisse parfait
- le sol est homogène, plan et horizontal
- le sol se déforme plastiquement
- la dynamique est négligée
- l'enfoncement est supposé faible devant le rayon de la roue
- les moments dans la liaison sont négligés
- les directrices de la résistance au roulement et de la force verticale passent par le centre de la roue
- la résistance au roulement est due à la compaction

On calcule d'abord le taux de glissement s et on pose :

$$\theta_c = \sqrt{\frac{2z}{R}} \tag{3.73}$$

et :

$$l = R\theta_c \tag{3.74}$$

puis :

$$l_w = \min(w_w, l) \tag{3.75}$$

et :

$$\tilde{\theta}_c(t) = \min(\omega t, \theta_c) \tag{3.76}$$

Les relations suivantes concernent l'angle de vitesse de glissement :

$$\begin{cases} \cos\xi & = & \frac{R\omega s}{\sqrt{v_y^2+(R\omega s)^2}} \\ \sin\xi & = & \frac{v_y}{\sqrt{v_y^2+(R\omega s)^2}} \end{cases} \tag{3.77}$$

Enfin, on a le glissement combiné :

$$s_\xi = \frac{s}{\cos\xi} \tag{3.78}$$

À partir de ces calculs préliminaires, la force normale est calculée par :

$$F_z = \frac{1}{3} w_w \left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) \sqrt{D} z^{\frac{2n+1}{2}} \left[3 - n + 3k_q D^{\frac{q}{2}} z^{\frac{q}{2}} \omega^q \left(\frac{1}{q+1} - \frac{n}{q+3}\right)\right] \tag{3.79}$$

La force longitudinale nette est la différence entre la force de traction et la résistance au roulement :

$$DP = F_t - R_r \tag{3.80}$$

avec (en traction) :

$$F_t = F_{tmax} \left[1 + e^{-\frac{R\tilde{\theta}_c(t) s_\xi}{K}} \left(\frac{K}{s_\xi l} - 1 + \frac{\tilde{\theta}_c(t)}{\theta_c}\right) - \frac{K}{s_\xi l}\right] \cos\xi \tag{3.81}$$

où $F_{tmax} = w_w l\, c + F_z \tan\phi$

En freinage, on utilise :

$$F_t = F_{tmax}\left[1 - \frac{K(1-s_\xi)}{s_\xi\, l}\left(1 - e^{-s_\xi\, l/K(1-s_\xi)}\right)\right]\cos\xi \tag{3.82}$$

La résistance au roulement est :

$$R_r = \begin{cases} w_w \frac{z^{n+1}}{n+1}\left(\frac{k_c}{l_w} + k_\phi\right) & \text{si} \quad |v_x| > v_R \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.83}$$

Pour la force latérale, on utilise l'expression :

$$F_y = R_{sy} + R_{by} \tag{3.84}$$

où :

$$R_{sy} = F_{tmax}\left[1 - \frac{K}{s_\xi l}\left(1 - e^{-\frac{s_\xi l}{K}}\right)\right]\sin\xi \tag{3.85}$$

et :

$$R_{by} = \begin{cases} K_p c R^2 \theta_c^3 + \frac{1}{6}\rho g R^3 {K_p}^2 \theta_c^3\left(1 + \frac{\theta_c^2}{2}\right) & \text{si} \quad |v_y| > v_{yR} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.86}$$

Enfin, les expressions (3.81), (3.83), (3.85) et (3.86) doivent être précédées du signe approprié en fonction des signes de v_x, v_y et ω.

On se référera à l'annexe A pour la signification de tous les paramètres.

3.6 Validation expérimentale du modèle longitudinal

Plusieurs auteurs ont décrit des dispositifs d'étude de la traction dans des sols granulaires, adaptés à l'échelle de robots mobiles dont la dimension caractéristique est de l'ordre du mètre ([Apostolopoulos 2001], [Yoshida et Ishigami 2004]). Il s'agit d'imposer les conditions cinématiques et géométriques du mouvement, et de mesurer les efforts générés à l'interface.

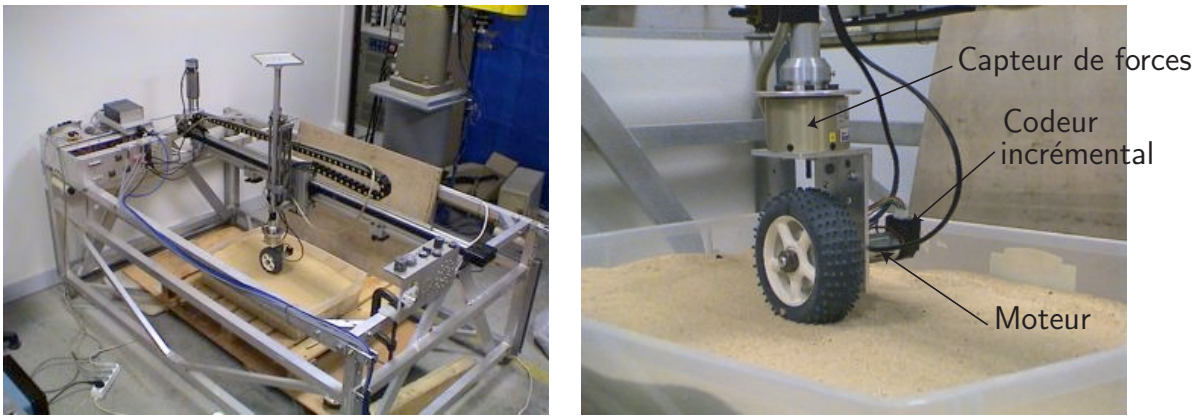
De manière analogue, nous utilisons un banc d'essai expérimental afin de valider le modèle d'interaction roue-sol décrit précédemment. Seule la force longitudinale est mesurée et nous considérons seulement le régime stationnaire.

3.6.1 Protocole

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 3.12. Il s'agit d'une roue motorisée et tractée par un chariot coulissant.

Nous imposons ainsi les grandeurs cinématiques et nous mesurons les efforts grâce à un capteur de forces. Nous pouvons ainsi obtenir l'effort de traction en fonction du taux de glissement. Les vitesses de translation du chariot et de rotation de la roue sont asservies grâce à deux boucles de commande en vitesse.

La roue (d'un rayon de 60 mm) se déplace sur un sol de sable sec aménagé. Différents types de roues peuvent être testées. La liaison prismatique verticale est laissée passive, et la force verticale peut être modifée en ajoutant une masse connue sur un plateau.



Banc d'essai Détail de la roue

FIG. 3.12 – Dispositif expérimental

3.6.2 Résultats

Dans le cadre de ces travaux, nous avons effectué des relevés expérimentaux de la force de traction nette mesurée en fonction du taux de glissement (figure 3.13).

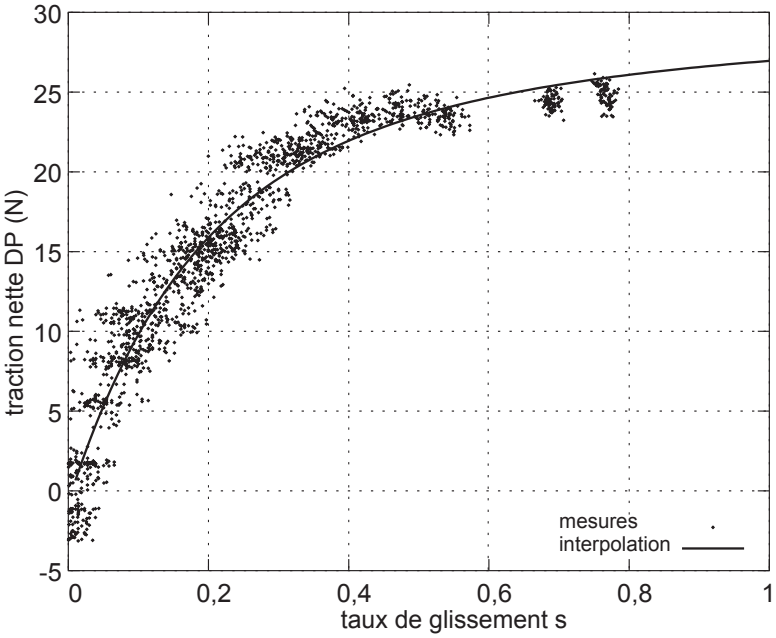


FIG. 3.13 – Mesure de la force de traction nette en fonction de s [Grand 2004]

Les mesures peuvent être interpolées par le modèle (3.24) avec une résistance au roulement quasi nulle. Le bruit de mesure est d'environ $\pm$ 5 N.

Bien que, dans notre expérience, la roue soit munie d'un pneu (sans chambre à air, l'espace interstitiel étant garni d'une mousse polymère), on peut constater que la déformation demeure faible sous charge nominale (quelques points en pourcentage du rayon). De plus, la présence de crampons a une influence faible sur la courbe expérimentale. Elle modifie cependant la valeur des paramètres de l'interaction roue-sol.

Cette étude a permis de valider le modèle longitudinal, mais la validation complète du modèle tel qu'il a été présenté reste à faire. On trouvera en annexe la description d'un projet de banc d'essai expérimental amélioré. L'objectif est de caractériser le modèle latéral par l'intermédiaire du réglage de l'angle de glissement (angle entre le plan sagittal de la roue et le plan du déplacement). Nous souhaitons également valider le modèle de force verticale avec prise en compte de la vitesse de pénétration.

3.7 Simulation dynamique

3.7.1 Environnement de simulation

Le modèle décrit précédemment a été intégré dans un environnement de simulation dynamique (MSC® Adams 2005), afin de visualiser les déplacements d'un robot mobile sur terrain naturel et de concevoir des architectures de commande innovantes.

Pour tester le simulateur, nous considérons le cas d'un véhicule à une seule roue se déplaçant dans son plan sagittal. Les mouvements latéraux et les rotations en dehors de la rotation propre de la roue sont interdits.

Sur la figure 3.14, on peut voir une capture de la simulation d'un tel véhicule. Les efforts analysés sont la force de traction, la résistance au roulement, la force de réaction verticale et le couple moteur. La roue est un simple cylindre. La structure portant l'axe (le châssis) est dotée d'une masse. Ici les paramètres du sol considéré sont ceux du sable sec.

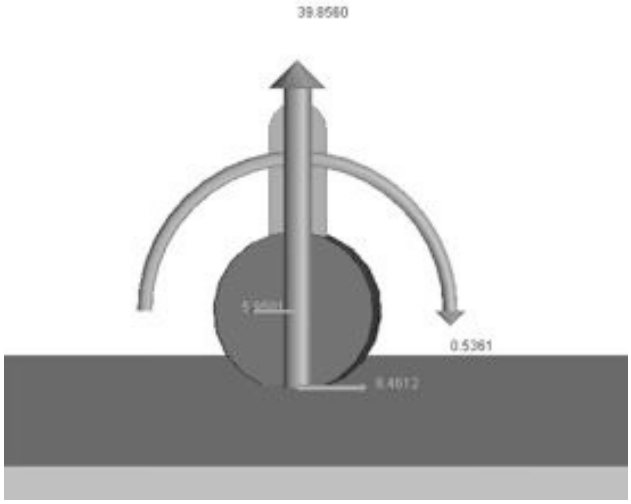


Fig. 3.14 – Vue du simulateur

Avant de débuter une séquence de simulation, il faut placer la roue sur la surface de sorte que l'équilibre statique des forces soit vérifié. Pour cela, on effectue un « posé de robot ». On lâche le véhicule légèrement au dessus du sol et on lance la simulation jusqu'à ce que le système soit stabilisé. La roue est alors immobile en équilibre statique et son enfoncement correspond à la valeur calculée par (3.10).

3.7.2 Validation de la simulation

On étudie dans ce paragraphe le comportement en boucle ouverte du véhicule. On impose un couple actionneur Γ à la roue et on observe l'évolution du taux de glissement.

On donne l'allure temporelle du taux de glissement s et des vitesses de translation et de rotation (à R près) pour un échelon en couple (figures 3.15 et 3.16). Les paramètres du véhicule sont donnés dans le tableau 3.6. Ce sont les paramètres d'une roue pleine en aluminium, de masse volumique ρ_w=2700 kg/m^3. Le moment d'inertie J_r est calculé par :

$$J_r = \frac{1}{2} m_r R^2 \tag{3.87}$$

où m_r est la masse de la roue.

Le sol considéré est constitué de sable sec [Wong 2001]. La masse totale du véhicule est M.

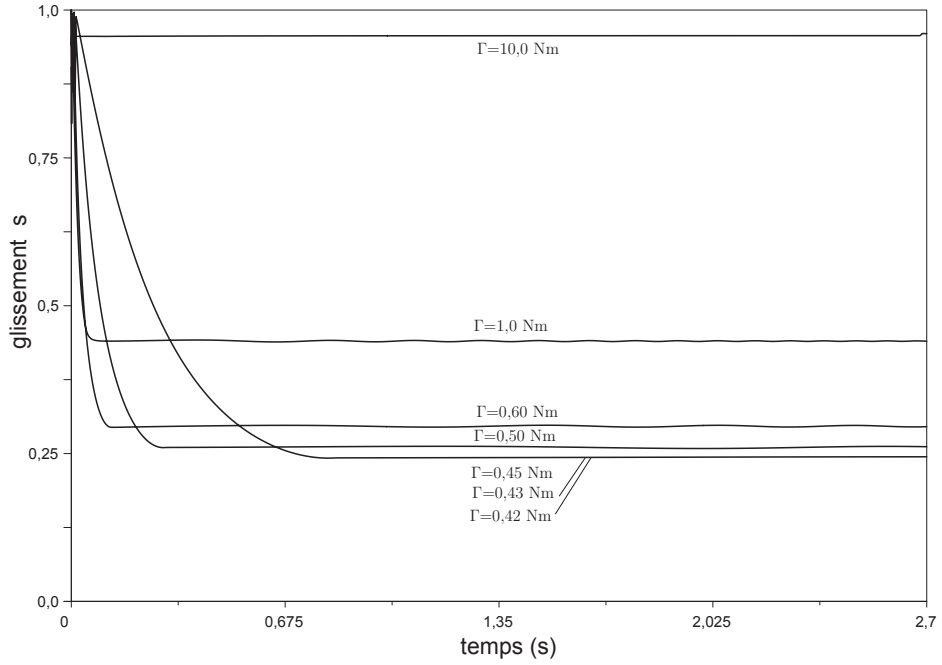


FIG. 3.15 – Glissement en fonction du couple actionneur

Pour un couple faible, en régime permanent, jusqu'à 0,42 Nm, le glissement vaut 1 car la force de traction n'est pas assez grande par rapport à la résistance au roulement. La roue patine ($v = 0$, $\omega \neq 0$). Pour un couple tel que $F_t = R_c$ (ici Γ=0,42 Nm), le glissement est minimal (s=0,25). Il y a donc une discontinuité en Γ=Γ_{min}=0,42 Nm. Au delà, le taux de glissement est croissant, jusqu'à ce que s soit proche de 1 pour un couple important.

Comme on le voit sur la figure 3.15, lorsque $t \to +\infty$, le taux de glissement converge vers un point d'équilibre qui dépend de Γ. Les accélérations de translation et de rotation tendent vers des constantes.

On constate par ailleurs une autre discontinuité du taux de glissement en $t = 0$. En effet au repos $s = 0$, puis s passe à 1 dès que la roue commence à tourner. Il n'y a pas, par contre, de discontinuité pour les vitesses.

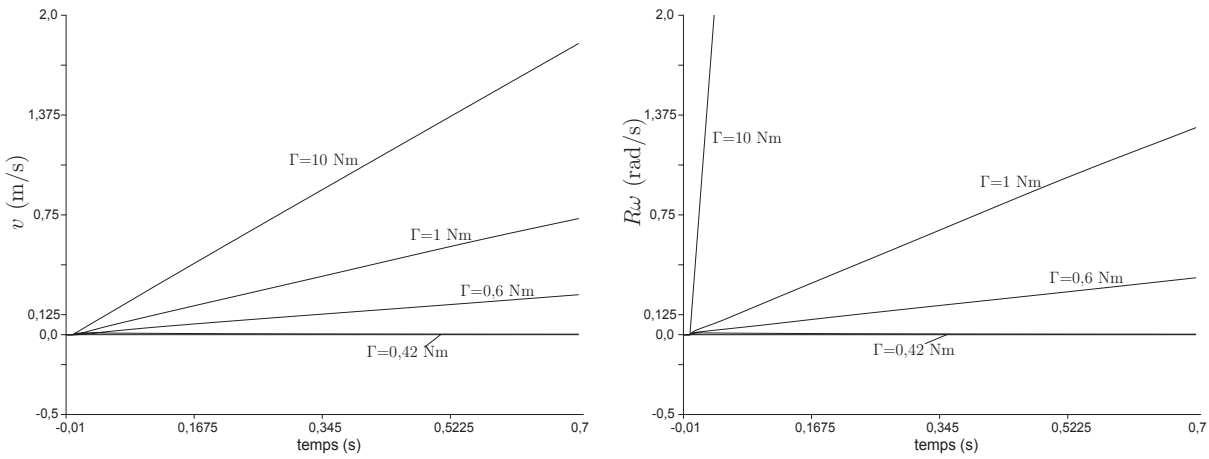


FIG. 3.16 – Évolution des vitesses linéaire et angulaire en fonction du couple actionneur

paramètre	valeur
J_r	$1{,}04.10^{-2}$kgm^2
M(roue+châssis)	4,2 kg
R	7 cm
w_w	10 cm
c	1150 Pa
ϕ	31,5°
n	0,707
k_ϕ	505800 N/m^{n+2}
k_c	6940 N/m^{n+1}
K	1,15 cm

TAB. 3.6 – Paramètres de la simulation en boucle ouverte

3.8 Traction optimale

On développe ici quelques propriétés du modèle d'interaction roue-sol relatives à la force de traction nette optimale. Comme cette force dépend du taux de glissement, à paramètres du sol et du véhicule fixés, cela revient à déterminer un glissement optimal.

Plusieurs critères sont possibles pour déterminer ce taux glissement :

- Traction maximale : On cherche à générer la force de traction (ou de freinage) maximale, pour maximiser l'accélération ou éventuellement effectuer un arrêt d'urgence ;
- Consommation minimale : On souhaite minimiser la consommation énergétique ;
- Efficacité maximale : On souhaite maximiser l'efficacité énergétique de la traction.

Notons que le glissement est fixé pour une vitesse constante donnée. Il est alors donné par :

$$F_t(s) = R_r \tag{3.88}$$

3.8.1 Traction maximale

Dans le cas d'un sol rigide ou organique, la force de traction ou de freinage atteint sa valeur maximale pour une valeur du taux de glissement strictement comprise entre 0 et 1. Cet effet est exploité par exemple dans les systèmes d'assistance au freinage (ABS).

Par exemple, la courbe 2.11 du chapitre précédent, montre l'allure de la force de traction en fonction du glissement dans le cas de l'interaction pneu-route. Cette courbe passe par une maximum en s_{opt}=0,33.

Pour un sol granulaire, la force de traction est une fonction croissante du glissement. La traction maximale est atteinte pour $s = 1$. En réalité, cette valeur n'est jamais atteinte, car cela correspond à une vitesse de rotation infinie, incompatible avec les limites d'actionneurs réels. En effet, pour un déplacement en traction, $s = 1 - \frac{v}{R\omega}$ et $v > 0$, ce qui impose $\omega = \infty$ pour un taux de glissement $s = 1$ (Cependant, à l'instant du démarrage de la rotation à partir de l'état de repos, $v = 0$ et $\omega > 0$ donc $s = 1$, mais cette phase représente une singularité temporelle).

Ainsi, sur un sol granulaire, pour obtenir une traction maximale afin de franchir une difficulté du terrain, il faut que les roues glissent au maximum des capacités des actionneurs. Notons que ce résultat, qui est une conséquence de notre modèle, n'est pas conforme à l'expérience. En effet, on a négligé l'effet de l'enlisement, qui provoque l'enfoncement des roues pour des forts glissements en raison du flux de matière déplacé par les roues. Par conséquent, la résistance au roulement augmente et la traction nette diminue, jusqu'à devenir nulle dans le cas où le véhicule s'enlise.

3.8.2 Efficacité de traction

On définit l'efficacité de traction η_t par le rapport entre la puissance utile pour le déplacement du véhicule (P_u) et la puissance motrice disponible au niveau des roues (P_w) :

$$\eta_t = \frac{P_u}{P_w} \tag{3.89}$$

Il s'agit d'un rendement énergétique.

Pour un véhicule à une roue évoluant sur sol naturel, on a donc :

$$\eta_t = \frac{DP(s)\,v}{\Gamma\,\omega} \tag{3.90}$$

en tenant compte du modèle développé précédemment. η_t dépend donc de s et de Γ.

On se place ici dans le cas de la traction pour $v > 0$, donc : $R\omega > v$, et $s = 1 - \frac{v}{R\omega}$. On a alors :

$$\eta_t = \frac{R(1-s)DP(s)}{\Gamma} \tag{3.91}$$

Le modèle dynamique s'écrit :

$$\begin{cases} M\dot{v} = F_t(s) - R_r \\ J_r\dot{\omega} = \Gamma - F_t(s)R \end{cases} \tag{3.92}$$

On suppose de plus que $\dot{s} = 0$ (s est constant), ce qui est équivalent à :

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{v}}{R\,(1-s)} \tag{3.93}$$

et donc Γ ne dépend que de s :

$$\Gamma(s) = \frac{J_r\,(F_t(s) - R_r)}{M\,R\,(1-s)} + F_t(s)R \tag{3.94}$$

en utilisant le modèle dynamique (3.92).

L'efficacité de traction s'écrit donc sous la forme d'une fonction qui ne dépend que de s :

$$\eta_t(s) = \frac{R\,(F_t(s) - R_r)\,(1-s)}{\frac{J_r\,(F_t(s)-R_r)}{M\,R(1-s)} + F_t(s)\,R} \tag{3.95}$$

En général (pour un véhicule lourd de type camion) le terme d'inertie $J_r\dot{w}$ est petit devant $F_t(s)R$ et on peut le négliger.

Le couple moteur se réduit à :

$$\Gamma = F_t(s)R \tag{3.96}$$

Donc :

$$\eta_t = \frac{(F_t(s) - R_r)\,(1-s)}{F_t(s)} = \frac{(1-s)\,DP(s)}{F_t(s)} \tag{3.97}$$

Pour un véhicule autonome d'une masse de quelques kilogrammes à quelques dizaines de kilogrammes, la contribution de ce terme peut être significative. Par exemple pour une roue en aluminium (ρ_w=2700 kg/m^3) de largeur w_w=0,08 m et de rayon R=0,05 m, $J_r = \frac{1}{2}mR^2$=2.10^{-3} kgm^2 et m_r=1,7 kg. Pour simplifier, $M = m_r$. La comparaison est donnée figure 3.17. Les paramètres du sol sont ceux du tableau 3.6.

L'efficacité de traction en fonction du glissement passe par un maximum noté s_{opt}. La régulation du taux de glissement au plus près de s_{opt} permet de maximiser le rendement énergétique en traction. Cela signifie que c'est en s_{opt} que la puissance motrice est transformée en puissance tractive de manière optimale. Si le glissement est trop faible, la force de traction nette générée DP est faible devant la puissance motrice. Si le glissement est trop important, la force de traction est importante mais on perd beaucoup d'énergie dans un déplacement inefficace.

Sur la figure 3.17, on constate une grande différence entre les deux courbes, notamment pour le glissement optimal.

Dans le premier cas : $\eta_{t,max}$=0,140 pour s_{opt}=0,47. Dans le deuxième : $\eta_{t,max}$=0,195 pour s_{opt}=0,54.

Cela montre que la formule classique de l'efficacité de traction (3.97) n'est plus valable lorsqu'on s'intéresse à un véhicule léger. Il faut utiliser l'expression (3.95).

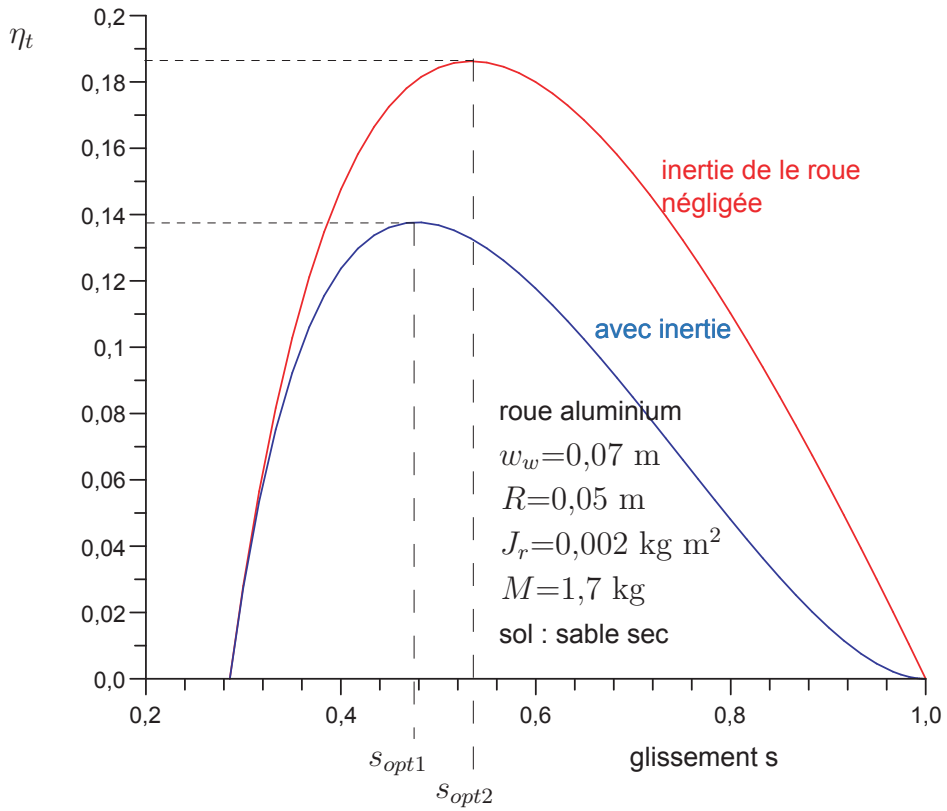


FIG. 3.17 – Efficacité de traction avec et sans terme inertiel de rotation

3.8.3 Consommation énergétique

Deux critères peuvent être définis. La consommation énergétique peut être calculée par :

$$E = \int |\Gamma\omega| dt \tag{3.98}$$

avec $\Gamma\omega = J_r\dot{\omega}\omega + F_t R\omega$ d'après le modèle (3.92). Dans ce cas, l'énergie perdue pour le freinage est comptée comme consommation du véhicule.

Alternativement, on peut prendre :

$$E = \int \max(\Gamma\omega, 0)\, dt \tag{3.99}$$

Dans ce cas, on ne compte que la consommation due à la traction.

Si on souhaite minimiser la consommation énergétique par unité de temps au cours d'un déplacement, il faut se placer à vitesse constante. Dans ce cas, le glissement s_{min} est donné par (3.88) (voir figure 3.18), et la puissance consommée est $P_w = R\,F_t(s_{min})\omega = RR_r\omega$.

3.9 Conclusion

Nous avons développé un modèle d'interaction roue rigide sur sol naturel à partir d'un modèle classique de la terramécanique. Nous l'avons étendu au régime transitoire pour la

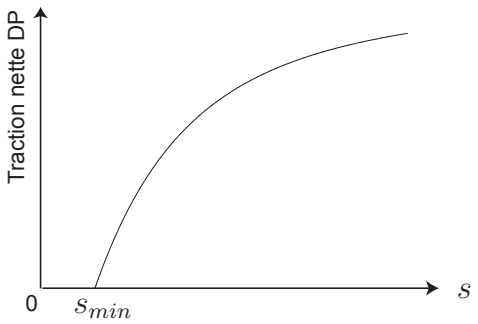


Fig. 3.18 – Illustration du glissement minimal

force longitudinale, et introduit un amortissement vertical. Nous avons aussi développé un modèle pour la force latérale qui tient compte des effets de cisaillement et de déplacement de matière.

La partie longitudinale et stationnaire du modèle a été validée expérimentalement sur banc d'essai.

Ce modèle peut ensuite être implémenté en simulation dynamique afin d'étudier le comportement d'un véhicule virtuel sur un sol déformable.

La modélisation a montré que le calcul des efforts d'interaction véhicule-sol se base sur les taux de glissement de chacune des roues. La régulation de ces variables cinématiques peut donc permettre de commander les forces d'interaction. Cet aspect sera étendu par la suite dans une perspective de commande de véhicule, d'abord dans le cas d'une roue, puis d'un véhicule complet.

Chapitre 4

Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles

On aborde dans ce chapitre la commande d'un robot mobile se déplaçant à grande vitesse sur un terrain naturel. La synthèse d'une loi de commande est développée en tenant compte du modèle d'interaction roue-sol.

Les commandes classiques, en robotique mobile, se basent généralement sur le roulement sans glissement, ce qui introduit des contraintes non holonomes, et sur l'absence de glissement latéral.

En milieu naturel, sur un sol quelconque, on ne peut plus faire l'hypothèse du roulement sans glissement. L'expérience montre que sur des sols granulaires ou à faible coefficient de frottement, les phénomènes de glissement, ou dérapage, sont déterminants [Huntsberger *et al.* 2002]. En outre, les glissements latéraux ne sont plus négligeables à grande vitesse. On s'oriente donc vers la synthèse d'une commande qui prend en compte ces phénomènes.

La cinématique sélectionnée pour le véhicule est de type VAB 4x4[1]. L'axe de rotation des quatre roues est fixe par rapport au châssis. Le modèle dynamique d'un tel véhicule, relativement simple, est exposé dans une perspective de commande des efforts d'interaction.

Nous présentons une architecture de commande innovante, basée sur l'intégration du modèle d'interaction roue-sol. Cette architecture est validée en simulation, en la confrontant avec une autre architecture plus simple.

4.1 Problématique de la commande de déplacements sur terrain plan

Il existe plusieurs problèmes classiques de commande de déplacements dans le plan en robotique mobile [Laumond 1998]. Nous en exposons deux : le *suivi de trajectoire* et le *suivi de chemin*. Mais auparavant, il nous faut définir quelques notions.

[1]Véhicule de l'Avant Blindé : véhicule militaire à quatre roues motrices non directrices

4.1.1 Cap et route

Étant donné que le véhicule que nous considérons dans ce mémoire peut glisser latéralement, la direction du vecteur vitesse $\mathbf{v}$ dans le plan n'est pas nécessairement la même que l'axe longitudinal du robot. Il convient donc de définir rigoureusement les angles utilisés. Pour cela, nous empruntons le vocabulaire de la navigation marine ou aérienne, qui s'avère ici plus approprié que la terminologie des véhicules terrestres classiques.

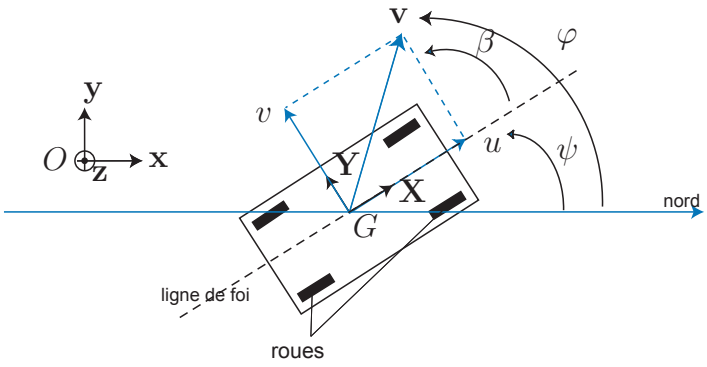


FIG. 4.1 – Définition du cap et de la route

Le véhicule est symétrique selon son axe longitudinal et orienté selon $\mathbf{X}$: il possède un « avant » et un « arrière ». La composante longitudinale de la vitesse, u, est comptée positive lorsqu'il se déplace vers l'avant. Notons bien qu'ici v indique la vitesse latérale.

L'*angle de cap* ψ est l'angle entre l'axe longitudinal arrière-avant du véhicule (dit aussi *ligne de foi*) et une direction fixe choisie arbitrairement. Elle peut être par exemple le nord magnétique, le nord géographique, ou encore la direction d'un amer. Par convention, nous choisissons cette direction, notée *nord*, alignée selon le vecteur unitaire $\mathbf{x}$ du repère global $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ (voir figure 4.1).

L'*angle de route* φ est l'angle que fait le vecteur vitesse $\mathbf{v}$ du centre de masse G avec cette même direction fixe. On a la relation :

$$\varphi = \psi + \beta \tag{4.1}$$

où β est l'angle de dérive.

4.1.2 Suivi de trajectoire

Le suivi de trajectoire (*trajectory tracking*) est un asservissement de position de plateforme.

On définit une trajectoire de référence par la donnée de trois fonctions :

$$(T) \begin{cases} x^*(t) \\ y^*(t) \\ \psi^*(t) \end{cases} \tag{4.2}$$

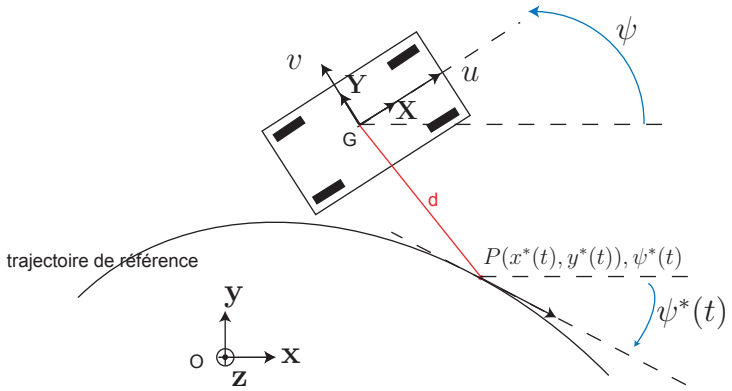


FIG. 4.2 – Définition de la distance pour le suivi de trajectoire

où t représente le temps ($t \geq 0$). $\psi^*(t)$ est facultative.

Le suivi de trajectoire consiste à asservir la position d'un point quelconque du véhicule G sur un point $P(t) = (x^*(t), y^*(t))$ à tout instant.

On peut de plus distinguer le suivi de trajectoire *strict* et le suivi de trajectoire *large*. Dans le suivi de trajectoire large, l'orientation du véhicule est laissée libre. On ne cherche qu'à faire coïncider P et G à tout instant. Il n'est pas nécessaire que ψ converge vers ψ^*. Dans le cas du suivi strict, on asservit le cap du robot sur le cap désiré $\psi^*(t)$. Dans la suite, on ne s'intéresse qu'au suivi strict.

La distance GP est notée d (voir figure 4.2). Par définition, c'est l'écart à la trajectoire. Cette distance peut être affectée d'un signe en fonction de l'appartenance de G à l'un ou l'autre des demi-espaces séparés par la trajectoire de référence. La trajectoire de référence étant donnée, il suffit de connaître la position de G pour en déduire d :

L'objectif du suivi de trajectoire strict est donc de minimiser $|\psi^*(t) - \psi(t)|$ et $|d(t)|$.

4.1.3 Suivi de chemin

Le suivi de chemin (*path following*) consiste à minimiser l'écart entre un point quelconque du véhicule G et une courbe du plan. La vitesse de déplacement du véhicule est définie par ailleurs et peut être constante, mais non nulle.

Un chemin est défini par une fonction paramétrique de l'abscisse curviligne[2] ς :

$$(C) \left\{ \begin{array}{l} x^*(\varsigma) \\ y^*(\varsigma) \end{array} \right. \tag{4.3}$$

On peut définir (C) de manière équivalente par la donnée du cap désiré et de la position

[2]Rappelons que s désigne le taux de glissement et σ une contrainte mécanique.

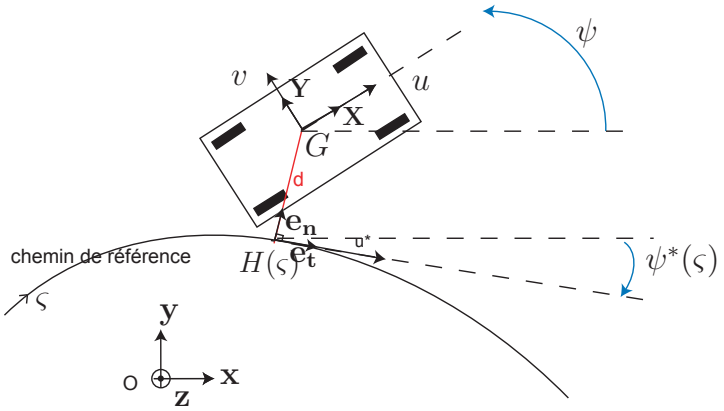


FIG. 4.3 – Définition de l'écart pour le suivi de chemin

initiale :

$$(C)\begin{cases} \psi^*(\varsigma) \\ x^*(0) = x_0 \\ y^*(0) = y_0 \end{cases} \tag{4.4}$$

En effet x^* et y^* se calculent à partir de ψ^* :

$$\begin{cases} x^*(\varsigma) = x(0) + \int_0^\varsigma \cos\psi^*(u)du \\ y^*(\varsigma) = y(0) + \int_0^\varsigma \sin\psi^*(u)du \end{cases} \tag{4.5}$$

et ψ^* se déduit des dérivées $x^{*\prime}$ et $y^{*\prime}$:

$$\psi^*(\varsigma) = \text{arctan2}(y^{*\prime}, x^{*\prime}) = \begin{cases} \arctan\frac{y^{*\prime}(\varsigma)}{x^{*\prime}(\varsigma)} & \text{si} \quad x^{*\prime}(\varsigma) > 0 \\ \pi + \arctan\frac{y^{*\prime}(\varsigma)}{x^{*\prime}(\varsigma)} & \text{si} \quad x^{*\prime}(\varsigma) < 0 \text{ et } y^{*\prime}(\varsigma) > 0 \\ -\pi + \arctan\frac{y^{*\prime}(\varsigma)}{x^{*\prime}(\varsigma)} & \text{si} \quad x^{*\prime}(\varsigma) < 0 \text{ et } y^{*\prime}(\varsigma) < 0 \\ \frac{\pi}{2} sign(y^{*\prime}(\varsigma)) & \text{si} \quad x^{*\prime}(\varsigma) = 0 \end{cases} \tag{4.6}$$

Soit H le point du chemin le plus proche de G. On définit un repère de Frénet en H, tel que $\mathbf{e_t}$ soit le vecteur unitaire tangent orienté dans le sens du mouvement et (voir figure 4.3) :

$$\mathbf{e_z} \times \mathbf{e_t} = \mathbf{e_n} \tag{4.7}$$

On définit l'écart comme une grandeur algébrique, dont le signe dépend du côté où se trouve le véhicule par rapport au chemin désiré :

$$d = \mathbf{e_n}.\mathbf{HG} \tag{4.8}$$

Pour la commande, on suppose que d est accessible par la mesure de la position du véhicule et la connaissance du chemin suivi.

L'objectif du suivi de chemin est donc la minimisation de $|d(\varsigma(t))|$. Comme pour le suivi de trajectoire, on peut définir un suivi *strict*, dans lequel on asservit aussi le cap du véhicule $\psi(t)$ sur le cap désiré $\psi^*(\varsigma(t))$.

Si on souhaite en plus asservir la vitesse longitudinale $u(t)$ du véhicule sur une consigne $u^*(t)$, le problème devient un *suivi de chemin strict modulé en vitesse*.

Remarquons finalement que les problèmes de suivi de trajectoire strict et de suivi de chemin strict modulé en vitesse ne diffèrent que par le calcul de l'écart d. Nous les traiterons de manière analogue dans la commande.

4.1.4 Planification de trajectoire

La planification de trajectoire de robot mobile rassemble l'ensemble des méthodes permettant de générer une trajectoire ou un chemin de référence, à partir de la configuration initiale, de la configuration finale, d'un ensemble éventuel de positions intermédiaires, ainsi que des contraintes du terrain (obstacles, points de passage, etc.) et du véhicule (non-holonomie).

Il existe une abondante littérature sur ce problème et de nombreux algorithmes ont été proposés. On pourra trouver dans les ouvrages de [Pruski 1996] et [Laumond 2001], par exemple, un état de l'art approfondi. Ces méthodes reposent sur une connaissance plus ou moins localisée de l'environnement, voire globale.

Dans notre étude, nous supposons que cette planification est préalablement effectuée par un algorithme de haut niveau, et que nous disposons déjà d'une trajectoire ou d'un chemin de référence. La commande que nous proposons ne concerne que le suivi et non la génération de cette consigne.

4.1.5 Formulation de la tâche

Les quatre roues étant indépendamment motrices, nous nous proposons de commander les quatres couples moteurs de manière à assurer, à grande vitesse, un suivi de trajectoire strict ou un suivi de chemin modulé en vitesse.

Ce concept de *grande vitesse* pour les véhicules terrestres dépend du véhicule lui-même ainsi que de l'environnement traversé. Nous considérerons qu'un robot mobile se déplace à grande vitesse par rapport au sol si les effets inertiels deviennent très significatifs[3] lors des changements de direction. Ainsi la trajectoire réelle du véhicule dans le plan n'est plus simplement déterminée par l'état cinématique du système, mais aussi et surtout par sa dynamique en interaction avec la nature physique du sol.

Les écarts à la trajectoire peuvent être importants (dérapages) sur des sols très glissants. Cependant, la minimisation de cette erreur est secondaire par rapport à la stabilité de la commande et au suivi du cap désiré. C'est pourquoi un large écart instantané est toléré, mais il doit converger asymptotiquement vers zéro.

[3] Cela peut se quantifier, par exemple par la mesure des écarts à la trajectoire en utilisant une commande cinématique en boucle ouverte.

4.2 Structure du véhicule autonome

Le véhicule que nous considérons dans la suite est schématisé sur la figure 4.4.

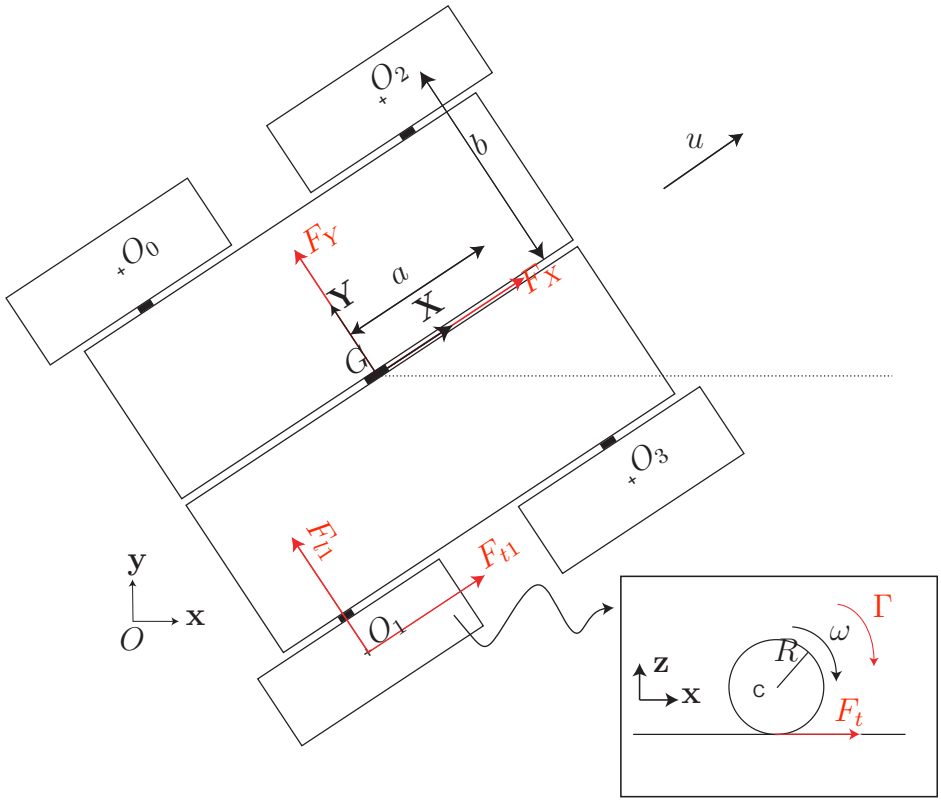


Fig. 4.4 – Modélisation du véhicule autonome

Par rapport à la structure classique, une liaison rotoïde passive a été introduite entre les deux flancs de la plateforme pour garantir un contact permanent des quatre roues sur le sol. Les deux côtés du châssis sont identiques. Le véhicule est symétrique par rapport à son plan sagittal et à son plan frontal passant par le centre de la plateforme. Le centre de masse G est situé au centre de la plateforme. Les quatre roues sont identiques.

On définit un repère global $\Re_0 = (O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ lié au référentiel terrestre, et un repère $\Re_p = (G, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$ lié à la plateforme ($\mathbf{z} = \mathbf{Z}$). La position du véhicule est celle du point G dans $\Re_0$.

Avant d'exposer la stratégie de commande globale de ce système, nous nous intéressons à la commande de la traction pour une roue.

4.3 Commande de traction pour une roue

Dans le modèle terramécanique précédemment développé, les paramètres physiques de l'interaction étant donnés, la force de traction tangentielle ne dépend que du taux de glissement s. Pour commander cette force de traction, on peut alors réaliser un asservissement en *taux de glissement*.

On considère le modèle dynamique d'un quart de véhicule se déplaçant dans son plan sagittal (figure 4.5) :

$$\begin{cases} M\dot{u} = F_t(s) - R_r \\ J_r\dot{\omega} = \Gamma - F_t(s)R \end{cases} \tag{4.9}$$

avec :

$$F_t(s) = F_{tmax}\left[1 - \frac{K}{s\,l}\left(1 - e^{-s\,l/K}\right)\right] \tag{4.10}$$

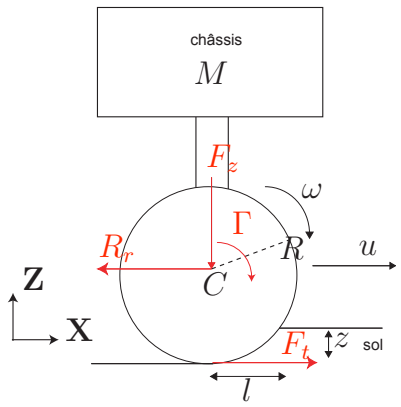


FIG. 4.5 – Modèle d'un quart de véhicule

L'équation du moment est écrite au centre C de la roue. Ici on ne considère que le régime stationnaire longitudinal. J_r est le moment d'inertie de la roue autour de son axe. M est la masse totale.

C'est un système dynamique non linéaire SISO[4].

Le but est de réguler le taux de glissement s autour d'une consigne s^*. L'entrée du système est le couple actionneur Γ. On peut noter le vecteur d'état :

$$\chi(t) = \begin{pmatrix} \omega(t) \\ u(t) \end{pmatrix} \tag{4.11}$$

La représentation d'état du système à commander est donc la suivante :

$$\begin{cases} \chi_0 = \chi(0) \\ \dot{\chi} = f(\chi, \Gamma) \\ s = g(\chi) \end{cases} \tag{4.12}$$

La fonction d'état $f : \Re^2 \times \Re \rightarrow \Re^2$ est non-linéaire. g est la fonction donnée par l'équation (3.17) définissant le taux de glissement sur $\Re^2$. χ_0 est la condition initiale.

4.3.1 Commande par correcteur PI

Une des commandes les plus simples qu'on peut implémenter est le correcteur PID. En raison du caractère discontinu du taux de glissement (la consigne elle-même n'a aucune

[4] *Single Input-Single Output* : une entrée scalaire et une sortie scalaire

raison d'être continue), l'utilisation d'un terme dérivé est inappropriée car cela conduirait à des couples trop importants. Comme les actionneurs sont saturés en couple, cela peut provoquer une instabilité de la commande. En outre, la convergence de l'intégration du modèle dynamique en simulation n'est pas assurée.

On se place dans le cas de la traction, donc le glissement est donné par $s = 1 - \frac{u}{R\omega}$.

Commande proportionnelle

Étudions d'abord la commande à correcteur proportionnel (figure 4.6). Le couple actionneur s'écrit alors :

$$\Gamma = K_p(s^* - s) \tag{4.13}$$

où K_p est un gain positif et s^* la consigne.

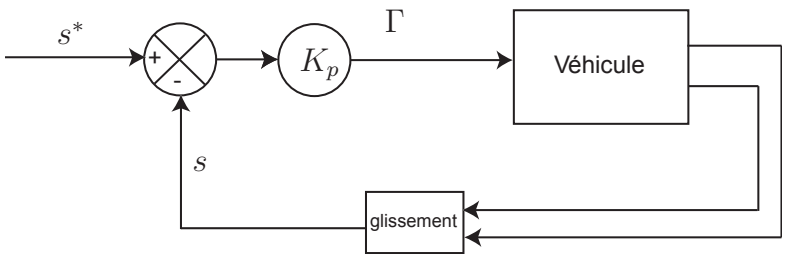


Fig. 4.6 – Schéma de commande avec correcteur proportionnel

Pour une consigne constante, on a désormais un système d'état autonome :

$$\begin{cases} \chi_0 = \chi(0) \\ \dot{\chi} = f(\chi) \\ s = g(\chi) \end{cases} \tag{4.14}$$

Notons s_e un éventuel point d'équilibre. Il est caractérisé par :

$$\left.\frac{ds}{dt}\right|_{s_e} = 0 \tag{4.15}$$

or, à partir du modèle dynamique (4.9), on peut établir que :

$$\dot{s} = \frac{1}{\omega}\left[\frac{1-s}{J_r}\left(\Gamma - F_t(s)R\right) - \frac{F_t(s) - R_r}{MR}\right] \tag{4.16}$$

donc :

$$\frac{1-s_e}{J_r}\left[K_p\left(s^* - s_e\right) - F_t(s_e)R\right] = \frac{F_t(s_e) - R_r}{MR} \tag{4.17}$$

Étude de la stabilité de la commande proportionnelle

On suppose que le véhicule se déplace dans le sens positif ($u > 0$). La roue a une vitesse de rotation positive ($\omega > 0$).

On distingue deux cas, $s^* > s$ et $s^* < s$.

cas $s^* > s$

s est croissant si et seulement si $\dot{s} \geq 0$, i.e. :

$$\frac{1-s}{J_r}\left(\Gamma - F_t(s)R\right) \geq \frac{F_t(s) - R_r}{MR} \tag{4.18}$$

D'où :

$$K_p \geq \frac{1}{s^* - s}\left(\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R\right) \tag{4.19}$$

car $s < 1$.

Or la fonction :

$$h(s) : s \longmapsto \frac{1}{s^* - s}\left(\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R\right) \tag{4.20}$$

est croissante pour $s < s^*$. En effet :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\frac{F_{max}K}{s^2 l}\overbrace{\left(-e^{-\frac{sl}{K}}\left(\frac{sl}{K}+1\right)+1\right)}^{k(s)}\left(\frac{J_r}{MR(1-s)}+R\right)+\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)^2}}{s^* - s} + \frac{\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R}{(s^* - s)^2} \tag{4.21}$$

Le second terme est positif. Examinons le premier terme :

$$\frac{dk}{ds} = \frac{sl^2 e^{-\frac{sl}{K}}}{K^2} \geq 0 \tag{4.22}$$

donc $k(s)$ est croissante, or $k(0) = 0$ donc k est positive. Finalement $\frac{dh(s)}{ds} \geq 0$ pour $0 < s < s^*$.

De plus, lorsque $h(s) = K_p$, i.e. :

$$K_p = \frac{1}{s^* - s}\left(\frac{J_r(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R\right) \tag{4.23}$$

on a : $s = s_e$ d'après l'équation (4.17).

Donc : $s(t)$ est croissant jusqu'à atteindre s_e et on a : $s \leq s_e < s^*$.

cas $s^* < s$

s est décroissant si et seulement si $\dot{s} \leq 0$, i.e. :

$$\frac{1-s}{J_r}\left(\Gamma - F_t(s)R\right) \leq \frac{F_t(s) - R_r}{MR} \tag{4.24}$$

d'où :

$$K_p \geq \frac{1}{s^* - s}\left(\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R\right) \tag{4.25}$$

L'inégalité (4.25) est vraie car :

$$\frac{1}{s^* - s}\left(\frac{J_r\, DP(s)}{MR(1-s)} + F_t(s)R\right) \leq 0 \tag{4.26}$$

Donc : $s(t)$ est décroissant.
Finalement s converge vers $s_e < s^*$.

La commande avec correcteur proportionnel est donc stable mais présente une erreur statique. La précision du suivi dépend du gain K_p. De plus, le point d'équilibre s_e est toujours inférieur à la consigne s^*. Le point d'équilibre dépend aussi des paramètres du système.

Évaluation en simulation

Les résultats en simulation pour un échelon en glissement (s^*=0,8) sont donnés sur les figures 4.7 et 4.8. Le système est au repos entre $t = 0$ et $t = t_{init}$. Le couple moteur est limité à 5 Nm. Le sol considéré est du sable sec.

Ces simulations permettent de régler le gain K_p. Une valeur de 10 suffit à assurer une convergence acceptable sans les oscillations qu'on peut voir pour le couple avec $Kp = 1000$ (figure 4.8). Notons que le temps de convergence de l'ordre de 0,1 s dépend très peu du gain.

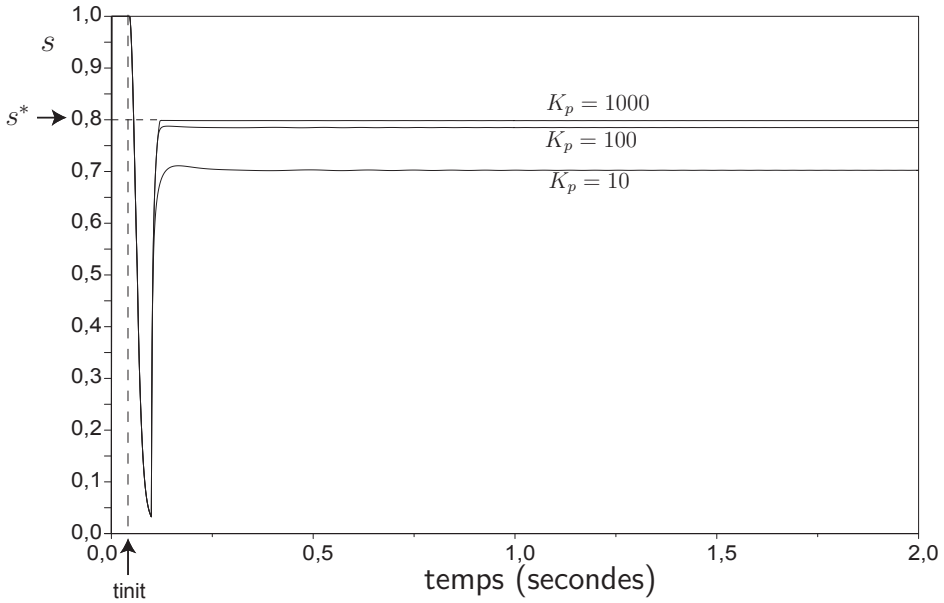


Fig. 4.7 – Réponse temporelle pour un échelon

On observe une phase de démarrage où le glissement passe de 0 à 1 puis redescend à une valeur faible pour ensuite converger vers son point d'équilibre. Durant cette phase initiale, le couple actionneur sature mais cela n'empêche pas la convergence du système.

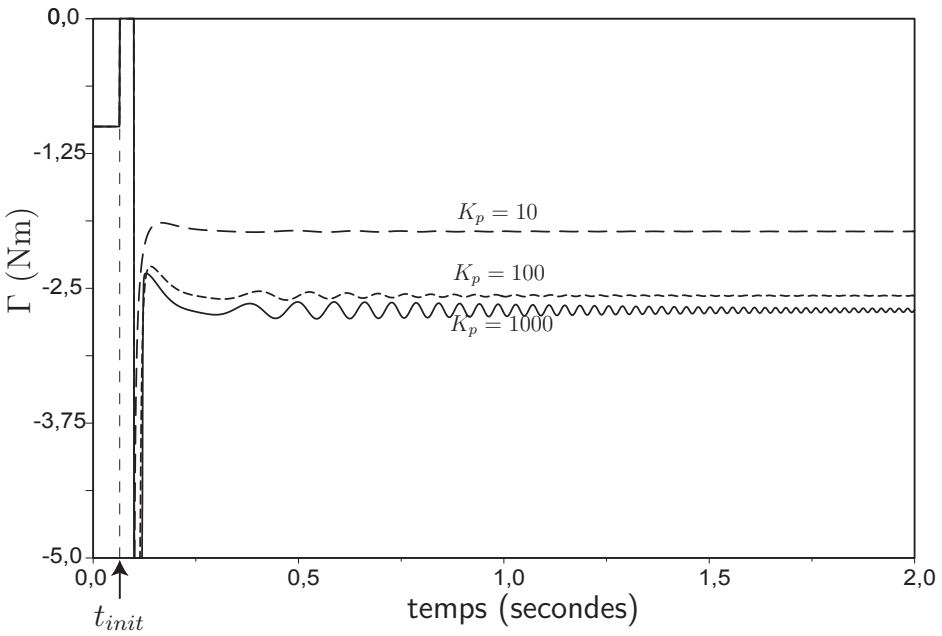


FIG. 4.8 – Couple actionneur pour un échelon

Utilisation d'un terme intégral

Pour annuler l'erreur statique, on peut ajouter un terme intégral au correcteur (figure 4.9).

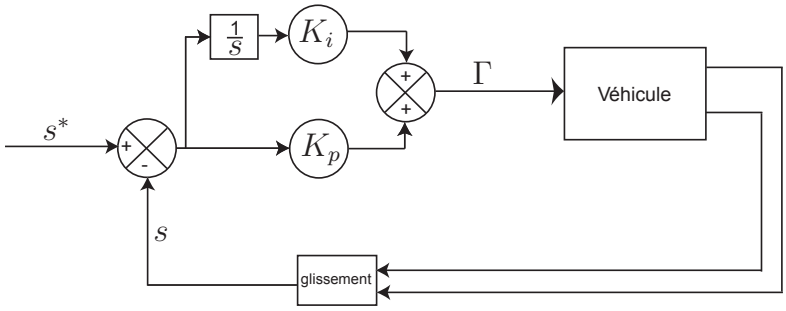


FIG. 4.9 – Schéma de commande avec correcteur PI

La couple s'écrit alors :

$$\Gamma = K_p(s^* - s) + K_i \int_{t_0}^{t} (s^* - s)\, dt \tag{4.27}$$

où K_p et K_i sont des gains positifs. t_0 est l'instant initial de la commande.

La simulation montre que la commande par correcteur PI assure une convergence satisfaisante pour un échelon (figure 4.10).

Bien que nous ne l'ayons pas démontré mathématiquement, la commande PI s'avère aussi stable que la commande P en simulation et présente une erreur statique nulle.

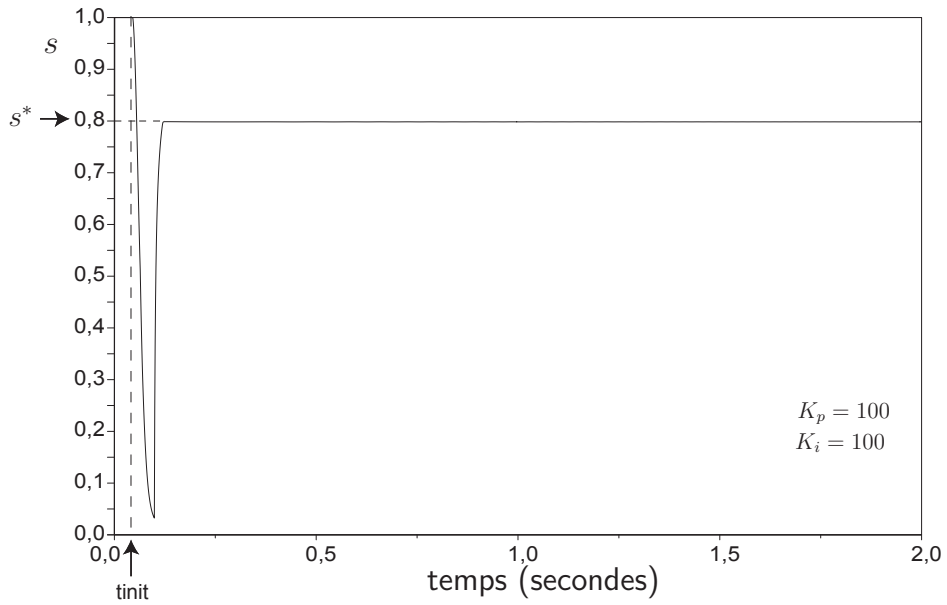


FIG. 4.10 – Réponse temporelle pour un échelon

4.3.2 Commande par synthèse de Lyapunov

La commande PI précédente est une commande sans modèle. Nous développons ici une autre commande de traction basée sur le modèle terramécanique longitudinal. Nous cherchons ainsi à évaluer l'intérêt d'une commande complexe basée modèle, nécessitant une estimation préalable des paramètres de ce modèle, par rapport à une commande simple qui pourrait convenir. En d'autres termes, nous voulons savoir si les performances obtenues avec cette nouvelle loi de commande justifient l'abandon d'une commande sans modèle.

Conception de la commande

On considère toujours le modèle dynamique (4.9).

La consigne s^* est supposée constante. On suppose de plus $v > 0$ et $\omega > 0$ (le cas particulier $v > 0$ et $\omega < 0$ donc $s = -1$ n'est pas considéré. Toutes les valeurs de consigne $s^* > -1$ peuvent être atteintes sans que ω soit négatif). Soit la fonction à valeur réelle :

$$V(\chi) = \frac{1}{2}\omega\,(s - s^*)^2 \tag{4.28}$$

On a : $V > 0$ et $V = 0$ si $s = s^*$. Le cas de recul ($v < 0$ et $\omega < 0$) se traite de manière similaire en prenant $V(\chi) = -\frac{1}{2}\omega\,(s - s^*)^2$.

Dérivons V par rapport au temps :

$$\dot{V} = (s - s^*)\left[\frac{\Gamma - F_t(s)R}{J_r}(1 - s) - \frac{DP(s)}{MR}\right] + \frac{\Gamma - R\,F_t(s)}{2J_r}(s - s^*)^2 \tag{4.29}$$

i.e. :

$$\dot{V} = (s - s^*)\left[\frac{\Gamma - F_t(s)R}{J_r}\left(1 - \frac{s + s^*}{2}\right) - \frac{DP\,(s)}{MR}\right] \tag{4.30}$$

On cherche la fonction $\Gamma(s, s^*)$ telle que V soit une fonction de Lyapunov. Il faut donc que :

$$\dot{V} < 0 \tag{4.31}$$

Introduisons le coefficient α_0 positif tel que :

$$\frac{\Gamma - F_t(s)R}{J_r}\left(1 - \frac{s+s^*}{2}\right) - \frac{DP(s)}{MR} = -\alpha_0\,(s - s^*) \tag{4.32}$$

c'est-à-dire :

$$\Gamma = \frac{J_r}{1 - \frac{s+s^*}{2}}\left[-\alpha_0\,(s - s^*) + \frac{DP(s)}{MR}\right] + F_t(s)R \tag{4.33}$$

On a alors, d'après (4.30) :

$$\dot{V} = -\alpha_0(s - s^*)^2 < 0 \tag{4.34}$$

Par conséquent, V est une fonction de Lyapunov. Le taux de glissement s converge vers s^* et la vitesse de convergence est donnée par le paramètre α_0.

La loi de commande est donnée par l'équation (4.33). Elle dépend des paramètres du véhicule (M, J_r, R) que l'on peut connaître avec précision, mais aussi du modèle d'interaction par l'intermédiaire de F_t et R_r. Il faut donc bien connaître les paramètres de l'interaction roue-sol.

Évaluation en simulation

La commande non-linéaire développée au paragraphe précédent est mise en œuvre en simulation.

La figure 4.11 montre le suivi du taux de glissement et les couples, avec estimation mathématiquement parfaite des paramètres du véhicule et de l'interaction (consigne sinusoïdale et en échelon). Les paramètres de la simulation sont donnés dans le tableau 3.6 (chapitre précédent). On prend $\alpha_0 = 50000$.

Hormis la phase de démarrage, la précision du suivi est excellente dans les deux cas. Le temps de convergence est toujours de l'ordre de 0,1 s.

Sur les figures 4.12 et 4.13, on peut voir l'influence du gain α_0 sur la précision et la vitesse du suivi, ainsi que sur le couple. On a toujours une erreur statique. Il apparaît que pour un suivi acceptable, pour ce jeu de paramètres, le gain doit être supérieur à 1000.

4.3.3 Conclusion partielle

La commande basée modèle développée dans le paragraphe précédent permet un meilleur suivi du taux de glissement, comme on pouvait s'y attendre. Un seul paramètre de gain suffit pour le réglage de la convergence, contre deux pour la commande PI.

Les deux commandes ont un temps de convergence comparable. La commande basée modèle conduit à une erreur statique tandis que la commande PI n'en a pas.

Nous retenons la commande PI, qui s'avère très robuste en simulation malgré sa simplicité, et qui présente l'avantage de ne pas nécessiter d'estimation de nombreux paramètres.

Cette commande constitue un des sous-systèmes de l'architecture de commande de véhicule que nous exposons dans la suite.

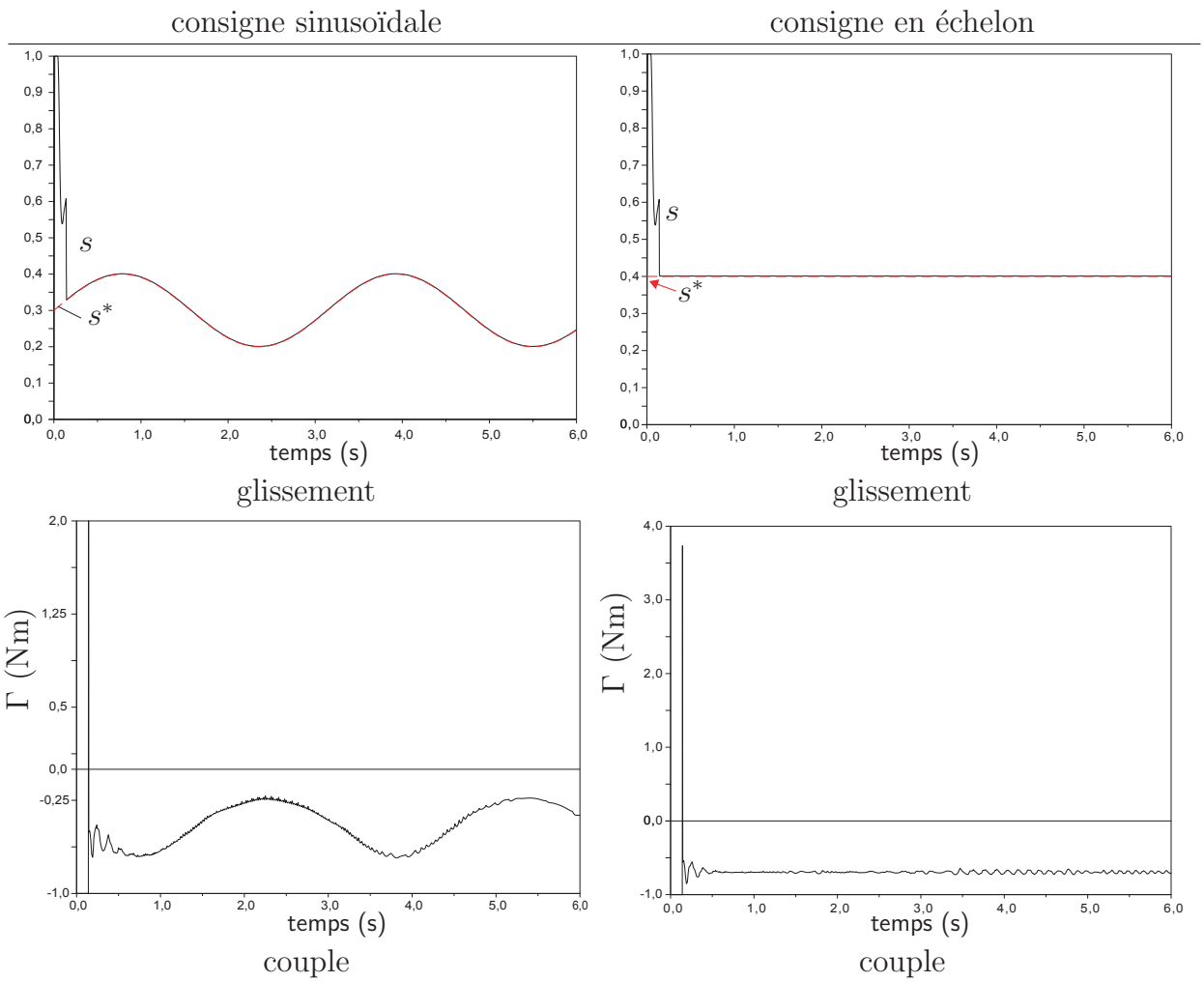


FIG. 4.11 – Simulation de régulation du taux de glissement

4.4 Analyse statique du châssis

Le but de la liaison passive centrale est la résolution de l'hyperstatisme engendré par le contact à 4 points sur sol plan ou irrégulier. En effet, un système à chassis rigide et à quatre roues rigides serait hyperstatique.

Rappelons que le degré d'hyperstatisme h_s d'un système mécanique en équilibre statique est défini par :

$$h_s = I_s - rg(\mathbf{U_s}) \tag{4.35}$$

où I_s est le nombre d'inconnues statiques et $\mathbf{U_s}$ la matrice intervenant dans l'équation d'équilibre matricielle :

$$\mathbf{U_s}\mathbf{I_s} = \mathbf{F_e} \tag{4.36}$$

où $\mathbf{I_s}$ est le vecteur des inconnues statiques. $\mathbf{U_s}$ est de dimension $E_s \times I_s$, E_s étant le nombre d'équations statiques. $\mathbf{F_e}$ est le vecteur des composantes des actions mécaniques extérieures autres que celles contenues dans $\mathbf{I_s}$.

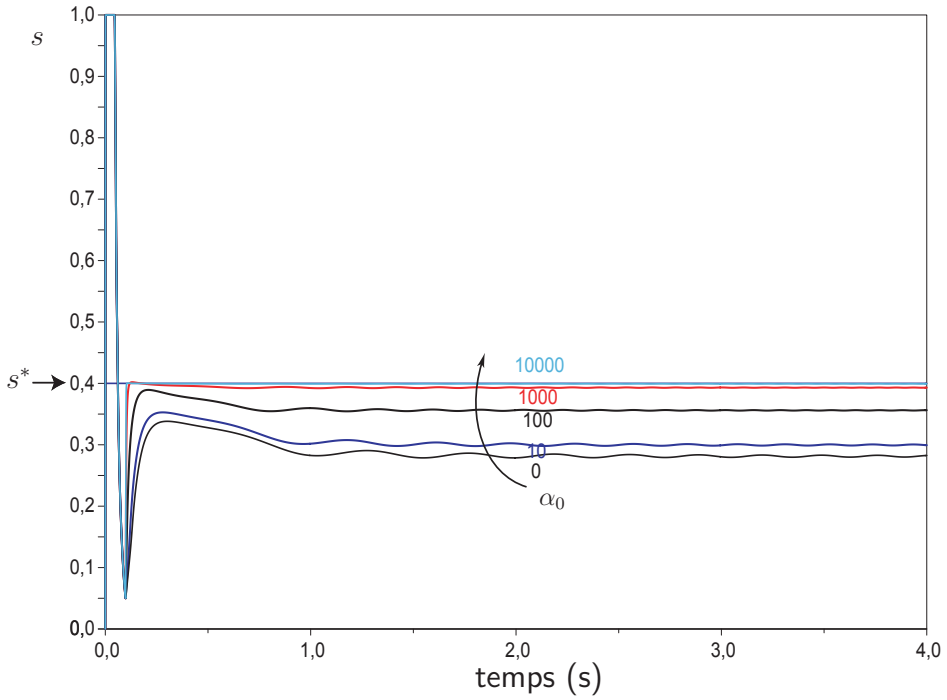


FIG. 4.12 – Taux de glissement en fonction du gain α_0

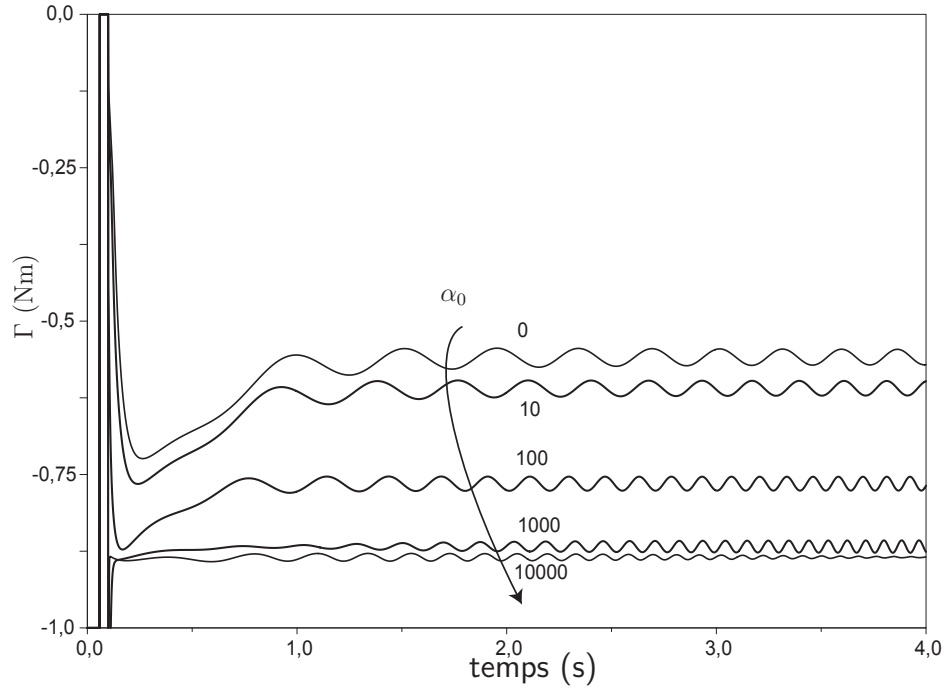


FIG. 4.13 – Couple actionneur en fonction du gain α_0

Le système est *hyperstatique* si $h_s > 0$. Il est alors surcontraint : le nombre de composantes inconnues des torseurs statiques est plus grand que le nombre d'équations statiques indépendantes. Ce n'est pas souhaitable car les pièces peuvent se déformer ou se rompre, ou les liaisons peuvent être endommagées.

Le système est *isostatique* si $h_s = 0$. Dans ce cas, le nombre d'inconnues de liaison est égal au nombre d'équations statiques indépendantes.

Si $h_s < 0$, le système est dit *hypostatique*. Il est alors sous-déterminé et donc instable, ce qui n'est pas souhaitable.

Ici le bâti est le sol. On assimile le contact des roues à des liaisons ponctuelles sans frottement et on fixe les liaisons rotoïdes de rotation propre des roues (voir figure 4.14).

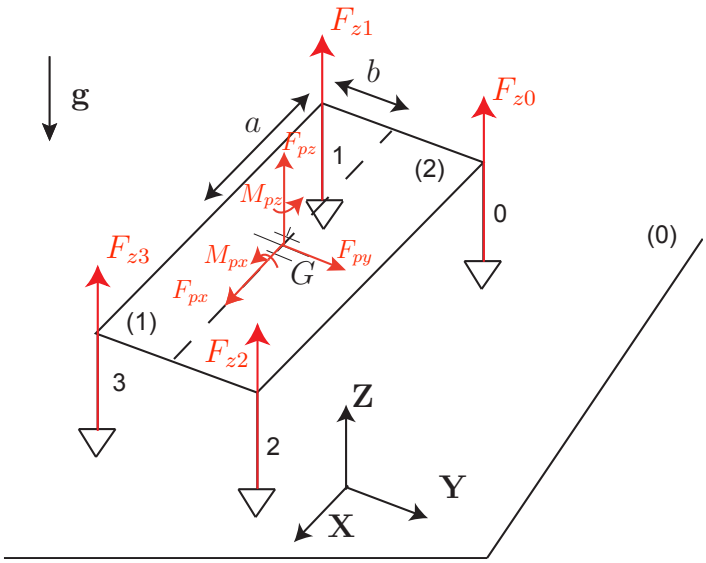


FIG. 4.14 – Configuration du système pour l'analyse statique

Dans le cas d'une plateforme constituée d'un seul solide rigide (la laison pivot centrale est omise), le nombre de liaisons indépendantes entre le véhicule et le sol, c'est-à-dire le nombre de points de contact, est 4.

Le nombre d'inconnues statiques est $I_s = 4$ et $\mathbf{I_s} = (F_{z0}, F_{z1}, F_{z2}, F_{z3})^T$. On peut écrire 6 équations scalaires, correspondant à l'équilibre statique de la plateforme. On a donc (au point G) :

$$\mathbf{U_s} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & -b & b & -b \\ a & a & -a & -a \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \\ X \\ Y \\ Z \end{matrix} \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{forces} \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{moments} \end{matrix} \tag{4.37}$$

Le rang de cette matrice est 3 donc $h_s = 1$. Le système est hyperstatique d'ordre 1. La plateforme est surcontrainte. Or, comme les liaisons sont unilatérales, il peut y avoir décollement du sol si la géométrie n'est pas parfaite (sol non plan), pour rétablir l'équilibre statique. Concrètement, cela signifie qu'une des roues peut ne pas toucher le sol.

Dans notre cas, la plateforme est constituée de deux demi-châssis. La liaison pivot

centrale introduit 5 nouvelles inconnues statiques, correspondant au torseur mécanique du solide (2) sur le solide (1) en G.

On a donc $I_s = 9$ et le vecteur des inconnues de liaisons s'écrit :

$$\mathbf{I_s} = \left(\overbrace{F_{z0}, F_{z1}, F_{z2}, F_{z3}}^{\text{liaisons ponctuelles}}, \overbrace{F_{px}, F_{py}, F_{pz}, M_{px}, M_{pz}}^{\text{pivot}} \right)^T \tag{4.38}$$

L'écriture de l'équilibre statique des deux solides fournit 12 équations scalaires (E_s=12). La nouvelle matrice $\mathbf{U_s}$ exprimée au point G est alors :

$$\mathbf{U_s} = \begin{array}{c} \text{solide 1} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{solide 2} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \left\{ \left(\begin{array}{cccc|ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & -b & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & a & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ b & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ a & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right) \right. \tag{4.39}$$

Le rang de cette matrice est 9 donc $h_s = 0$.

Le système est désormais isostatique. Le contact au sol est toujours assuré.

Pratiquement, la liaison centrale est réalisée à l'aide de deux liaisons pivot, grâce à un axe central en rotation inséré dans deux trous coaxiaux (figure 4.15). Dans chacun des demi-chassis, un certain jeu est introduit entre l'axe et son logement pour maintenir l'isostatisme.

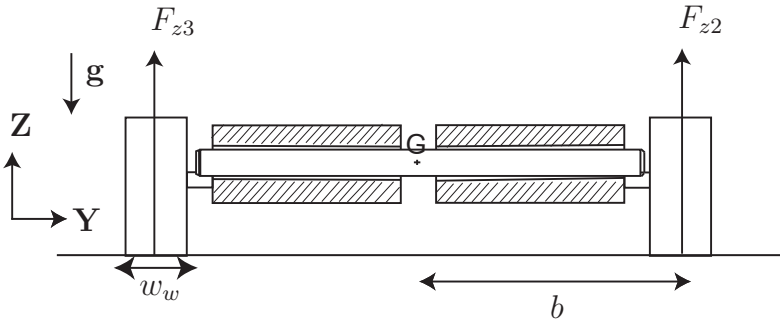


Fig. 4.15 – Résolution de l'hyperstatisme

4.5 Modèle dynamique du véhicule

On suppose que la force de résistance aérodynamique est négligeable. On ne considère que la dynamique du véhicule dans le plan horizontal (plan de déplacement). Le système

est en équilibre selon l'axe vertical et les axes de roulis et de tangage. La liaison pivot passive entre les deux flancs est donc omise et le châssis est assimilé à un seul solide rigide.

Le modèle dynamique est alors le suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} M\ddot{x} & = & F_x \\ M\ddot{y} & = & F_y \\ J_z\dot{\psi} & = & M_\psi \end{array}\right. \tag{4.40}$$

où M est la masse totale du véhicule et J_z son moment d'inertie par rapport à l'axe $(G, \mathbf{z})$. F_x, F_y et M_ψ sont les composantes du torseur mécanique des actions extérieures appliquées sur le véhicule, exprimé au centre de masse G dans le repère global $\Re_0$.

Notons $\Re_p$ un repère local lié à la plateforme au point G. La vitesse longitudinale u est la composante selon $\mathbf{X}$ de la vitesse du point G par rapport au référentiel $\Re_0$ exprimée dans $\Re_p$:

$$u = \dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi \tag{4.41}$$

La vitesse latérale v est la composante selon $\mathbf{Y}$ de la vitesse du point G par rapport au référentiel $\Re_0$ exprimée dans $\Re_p$:

$$v = \dot{y}\cos\psi - \dot{x}\sin\psi \tag{4.42}$$

En injectant (4.40) et (4.41) dans la dérivée de (4.42), il vient :

$$\begin{array}{rcl} M\dot{v} & = & M\left(\ddot{y}\cos\psi - \ddot{x}\sin\psi - \dot{\psi}\left(\dot{y}\sin\psi + \dot{x}\cos\psi\right)\right) \\ & = & F_y\cos\psi - F_x\sin\psi - M\dot{\psi}\left(\dot{y}\sin\psi + \dot{x}\cos\psi\right) \\ & = & F_y\cos\psi - F_x\sin\psi - Mr\,u \end{array} \tag{4.43}$$

en notant la vitesse de lacet $r = \dot{\psi}$.

On peut faire de même avec $\dot{u}$. Donc :

$$\left\{\begin{array}{lcl} M\left(\dot{u} - r\,v\right) & = & F_X \\ M\left(\dot{v} + r\,u\right) & = & F_Y \\ J_z\dot{r} & = & M_\psi \end{array}\right. \tag{4.44}$$

que nous pouvons formuler sous la forme du modèle dynamique inverse :

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \mathbf{B_d}\left(\boldsymbol{v}\right) = \mathbf{Q} \tag{4.45}$$

avec la matrice de masse :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \tag{4.46}$$

le vecteur des forces centrifuges-Coriolis :

$$\mathbf{B_d} = \begin{pmatrix} -Mr\,v \\ Mr\,u \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.47}$$

le vecteur des efforts généralisés :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ M_\psi \end{pmatrix} \tag{4.48}$$

et le vecteur des vitesses dans le repère local :

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ r \end{pmatrix} \tag{4.49}$$

Pour chaque roue, on reprend la même modélisation déjà décrite dans le chapitre précédent (figure 3.1). Le modèle dynamique au niveau d'une roue i s'écrit :

$$J_r \dot{\omega}_i = \Gamma_i - F_{ti} R \qquad i \in [0, 3] \tag{4.50}$$

où J_r est le moment d'inertie selon l'axe de rotation propre, Γ_i le couple moteur et F_{ti} la force de traction brute à l'interface.

À chaque contact i, on peut distinguer la force latérale F_{li} et la force longitudinale nette DP_i, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{cases} F_X &= DP_0 + DP_1 + DP_2 + DP_3 \\ F_Y &= F_{l0} + F_{l1} + F_{l2} + F_{l3} \\ M_t &= b\left(-DP_0 + DP_1 - DP_2 + DP_3\right) \\ M_l &= a\left(F_{l0} + F_{l1} - F_{l2} - F_{l3}\right) \end{cases} \tag{4.51}$$

avec $M_t - M_l = M_\psi$. M_t est le moment des efforts de traction exercé sur la plateforme. M_l est le moment résultant des forces latérales de contact. a et b sont respectivement le demi-empattement et la demi-voie.

D'après (4.51), en supposant qu'on maîtrise la génération des efforts de traction DP_i, on peut commander F_X et M_t. En revanche, les forces latérales F_{li} sont subies par le véhicule et ne peuvent être commandées, du moins pas directement.

Notons $\mathbf{F}$ le torseur[5] global réduit des efforts extérieurs sur le véhicule, appliqué au centre de masse de la plateforme, dans le repère local lié au châssis. Ce vecteur n'a que deux composantes car le mouvement latéral n'est pas commandable : il n'existe aucune combinaison de forces de traction DP_i donnant la force latérale F_Y, qui est donc ignorée dans une optique de commande :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_X \\ M_\psi \end{pmatrix} \tag{4.52}$$

Nous verrons qu'il est tout de même possible de commander les déplacemements du véhicule à l'aide de ces deux seules composantes.

Dans le modèle dynamique (4.44), si le terme Mrv est négligeable (dérapage faible), le système à commander peut-être ramené à un système linéaire (figure 4.16[6]) :

$$\widetilde{\mathbf{M}}\dot{\tilde{\boldsymbol{v}}} = \mathbf{F} \tag{4.53}$$

[5]Cet objet mathématique ne définit pas rigoureusement un torseur car il ne satisfait pas la relation d'équiprojectivité. Le terme est donc ici un abus de langage.

[6]Sur la figure, $\frac{1}{p}$ désigne l'intégrateur en notation de Laplace.

avec :

$$\widetilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & J_z \end{pmatrix} \tag{4.54}$$

et le vecteur réduit des vitesses dans le repère local :

$$\tilde{\boldsymbol{v}} = \begin{pmatrix} u \\ r \end{pmatrix} \tag{4.55}$$

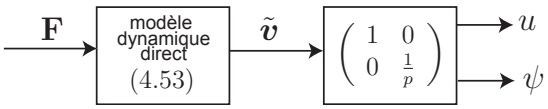


Fig. 4.16 – Système {véhicule} simplifié à commander

Notons que les relations entrées/sorties sont découplées.

4.6 Commande proposée

Le schéma de l'achitecture de commande proposée est présenté sur la figure 4.17. Cette architecture est composée de deux niveaux, la commande de trajectoire et la commande de traction.

Le rôle du contrôleur de trajectoire est de générer une force globale désirée $\mathbf{F}^*$ à partir de la trajectoire désirée, de la situation cinématique et du modèle dynamique du véhicule.

Chaque force de traction ${F_{ti}}^*$ est ensuite calculée à partir de la force globale désirée par le sous-système de répartition (voir paragraphe précédent), qui nécessite une estimation des forces latérales $\hat{\mathbf{F}}_\mathbf{l}$ grâce au modèle d'interaction roue-sol latéral.

Les couples d'entrée $\boldsymbol{\Gamma}$ sont saturés pour s'assurer que les valeurs désirées sont compatibles avec les capacités des actionneurs.

L'inversion du modèle de contact roue-sol estimé pour chaque roue fournit un vecteur des 4 taux de glissement désirés $\mathbf{s}^*$ à partir de ${\mathbf{F}_\mathbf{t}}^*$.

Le contrôleur de traction régule les taux de glissements des quatre roues, regroupés dans le vecteur :

$$\mathbf{s} = (s_0, s_1, s_2, s_3)^T \tag{4.56}$$

Ce vecteur est calculé à partir des mesures des vitesses de rotation des roues $\boldsymbol{\theta}$ et de la vitesse d'avance u (qu'il faut connaître). $\mathbf{s}^*$ est le vecteur des taux de glissements désirés.

Les différents sous-systèmes sont décrits plus en détail dans la suite.

4.7 Distribution des forces de traction

Les roues sont soumises à des forces de contact latérales et longitudinales, regroupées dans les vecteurs correspondants :

$$\begin{aligned} \mathbf{F_t} &= (DP_0, DP_1, DP_2, DP_3)^T \\ \mathbf{F_l} &= (F_{l0}, F_{l1}, F_{l2}, F_{l3})^T \end{aligned} \tag{4.57}$$

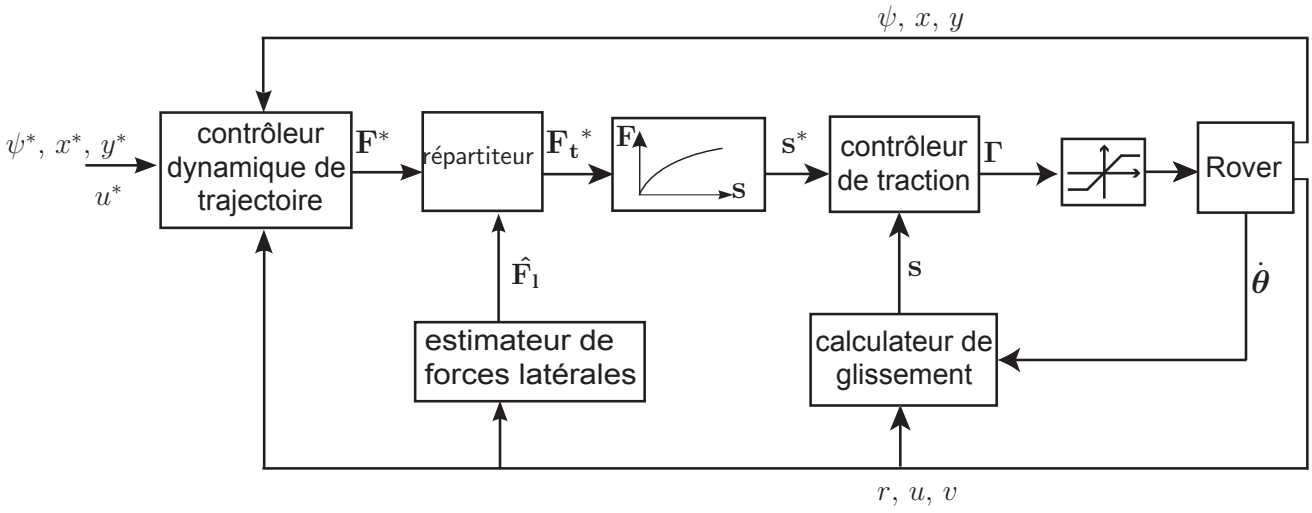


FIG. 4.17 – Schéma-bloc de l'achitecture de commande

$\boldsymbol{\theta}$ est le vecteur des positions angulaires des roues :

$$\boldsymbol{\theta} = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, \theta_3)^T \tag{4.58}$$

Nous avons vu au paragraphe 3.4.1 que la force latérale dépend du taux de glissement s et du glissement latéral v_y. Cependant, nous pouvons faire l'hypothèse que la force latérale ne dépend que de v_y. Le vecteur $\boldsymbol{\theta}$ n'apparaît donc plus que dans $\mathbf{F_t}$. Nous pouvons alors séparer les contributions des forces latérales et longitudinales, qui sont liées à la force globale par l'équation linéaire :

$$\mathbf{F} = \mathbf{A_t}\mathbf{F_t}\left(\boldsymbol{v}, \dot{\boldsymbol{\theta}}\right) + \mathbf{A_l}\mathbf{F_l}\left(\boldsymbol{v}\right) \tag{4.59}$$

avec :

$$\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ b & b & -b & -b \end{pmatrix} \tag{4.60}$$

et

$$\mathbf{A}_l = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & a & -a \end{pmatrix} \tag{4.61}$$

Ainsi, en supposant que les vitesses de translation et de rotation soient connues, nous pouvons déduire les forces longitudinales à appliquer à partir du torseur désiré $\mathbf{F}^*$ et d'une estimation des forces latérales.

On a quatre inconnues et trois équations indépendantes. Le système est donc sous-déterminé. Il existe une infinité de solutions pour $\mathbf{F_t}$ et la détermination d'une solution particulière $\mathbf{F_t}^*$ passe par le choix d'un critère supplémentaire.

Nous pouvons inverser le système linéaire (4.59) en minimisant la norme 2 du vecteur $\mathbf{F_t}$, donc en minimisant les efforts de traction et de freinage :

$$\sum_{i=0}^{3} {DP_i}^{*2} = \min\left\{ \sum_{i=0}^{3} {DP_i}^{2} \middle| \mathbf{F}^* = \mathbf{A_t}\mathbf{F_t}\left(\boldsymbol{v}, \dot{\boldsymbol{\theta}}\right) + \mathbf{A_l}\mathbf{F_l}\left(\boldsymbol{v}\right) \right\} \tag{4.62}$$

Cette solution se calcule en utilisant la matrice pseudo-inverse de $\mathbf{A_t}$. Les forces de traction/freinage optimales sont déterminées par :

$$\mathbf{F_t}^* = \mathbf{A_t}^+ \left(\mathbf{F}^* - \mathbf{A_l} \widehat{\mathbf{F_l}} \right) \tag{4.63}$$

où $\hat{x}$ indique une valeur estimée de x et x^* la valeur désirée de x. La géométrie du véhicule étant déterminée, les matrices $\mathbf{A_t}^+$ et $\mathbf{A_l}$ sont parfaitement connues.

Les efforts latéraux $\widehat{\mathbf{F_l}}$ sont estimés grâce au modèle de contact latéral et une mesure de l'état cinématique du véhicule. La pseudo-inverse de la matrice $\mathbf{A_t}$ est :

$$\mathbf{A_t}^+ = \frac{1}{4b} \begin{pmatrix} b & 1 \\ b & 1 \\ b & -1 \\ b & -1 \end{pmatrix} \tag{4.64}$$

Cependant, les efforts de traction longitudinaux $\mathbf{F_t}^*$ peuvent ne pas être atteignables si nous considérons le modèle de contact. Si les forces de traction désirées ne sont pas admissibles par le sol (pour une roue i, $F_{ti} > F_{tmax}$), les couples générés seront très élevés jusqu'à atteindre les limites des actionneurs et rendre potentiellement le système instable.

Ce phénomène est différent du dérapage, qui est lié à la dynamique latérale du véhicule et au modèle de frottement latéral.

4.8 Contrôle de traction

Les forces F_{ti}^* obtenues sont alors commandées grâce au modèle de l'interaction roue-sol développé dans le chapitre 3. On n'utilise ici que la partie longitudinale stationnaire, c'est-à-dire l'expression :

$$DP_i(s_i) = (A_i\, c + F_{zi} \tan\phi) \left[1 - \frac{K}{s_i\, l_i} \left(1 - e^{-s_i\, l_i/K} \right) \right] - R_{ri} \qquad i \in [0,3] \tag{4.65}$$

où c, ϕ et K sont des paramètres de l'interaction, F_{zi} est la force verticale s'exerçant sur la zone de contact, A_i l'aire et l_i la longueur de la zone de contact ($A_i = w_w l_i$, w_w étant la largeur de roue). s_i est le taux de glissement de la roue i.

R_{ri} est la résistance au roulement au déplacement longitudinal de la roue i :

$$R_{ri} = w_w \frac{{z_i}^{n+1}}{n+1} \left(\frac{k_c}{l_{wi}} + k_\phi \right) \qquad i \in [0,3] \tag{4.66}$$

où n, k_c et k_ϕ sont d'autres paramètres de l'interaction, $l_{wi} = \min(w_w, l_i)$ et z_i est l'enfoncement.

Pour la commande, on néglige les effets de transfert de charge qui modifie la répartition des forces verticales en fonction de la force centrifuge dans les virages. On suppose simplement, comme le centre de masse est au centre de la plateforme, que :

$$F_{zi} = F_z = \frac{1}{4} M\, g \qquad i \in [0,3] \tag{4.67}$$

où M est la masse totale et g l'accélération de la pesanteur.

Par conséquent, les longueurs et les aires de contact sont les mêmes pour les quatre roues :

$$z_i = z,\ l_i = l,\ A_i = A \text{ et } l_{wi} = l_w \qquad i \in [0,3] \tag{4.68}$$

de même que la résistance au roulement($R_{ri} = R_r$).

L'enfoncement est déterminé par l'équation en z :

$$z = \left(\frac{3F_z}{w_w \left(\frac{k_c}{l_w(z)} + k_\phi \right) (3-n) \sqrt{D}} \right)^{\frac{2}{2n+1}} \tag{4.69}$$

avec $l_w(z) = \min\left(w_w, \sqrt{2zR}\right)$ d'après les équations du paragraphe 3.5 du chapitre 3. Cette équation est résolue numériquement en supposant que $l_w = l = \sqrt{2zR}$, ce qui, dans notre cas, se vérifie toujours dans la pratique.

On en déduit l, l_w et $A = w_w l$.

L'expression (4.65) permet donc de calculer le taux de glissement désiré s_i de la roue i à partir de la force F_{ti} désirée, à condition de connaître les paramètres du sol, ainsi que les paramètres géométriques et dynamiques du robot. On résout les équations en $x_i = \frac{s_i\, l}{K}$:

$$1 - \frac{DP_i + R_r}{A\,c + F_z \tan\phi} = \frac{1 - e^{-x}}{x} \qquad i \in [0,3] \tag{4.70}$$

Ces équations se résolvent grâce aux fonctions de Lambert W (le détail du calcul est donné dans l'annexe C) :

$$s_i = \frac{K}{l} \left[W_0 \left(-\frac{e^{-\frac{1}{y_{ti}}}}{y_{ti}} \right) + \frac{1}{y_{ti}} \right] \qquad i \in [0,3] \tag{4.71}$$

car $0 < y_{ti} \leq 1$, en notant $y_{ti} = 1 - \frac{DP_i + R_r}{A\,c + F_z \tan\phi}$.

Une fois calculés les taux de glissements désirés, les taux de glissement effectifs sont régulés par une loi de commande de type correcteur proportionnel-intégral. Le couple moteur à appliquer sur la roue i est calculé par :

$$\Gamma_i = K_p \left(s_i^* - s_i\right) + K_i \int_{t_0}^{t} \left(s_i^* - s_i\right) dt \tag{4.72}$$

où K_p et K_i sont des gains positifs. Ces gains sont les mêmes pour les quatre roues.

Naturellement, cela suppose que l'on est capable d'imposer un couple moteur algébrique. Pour un moteur électrique, on a la relation de proportionalité suivante :

$$\Gamma = K_\Gamma I \tag{4.73}$$

où I est le courant parcourant le bobinage et K_Γ la constante de couple. Dans cette équation, on a négligé le couple résistant et l'inertie du moteur.

Cela montre que la commande précédente se réduit à une commande en courant des moteurs.

4.9 Génération du torseur global désiré

On expose ici une loi de commande pour le suivi de trajectoire strict. Le cas du suivi de chemin modulé en vitesse est similaire, à ceci près que le point de référence P est la projection du centre de masse de la plateforme sur la trajectoire.

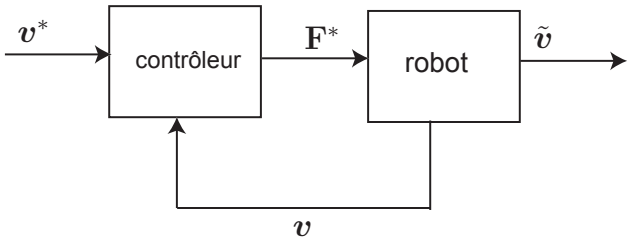


FIG. 4.18 – Schéma de commande en boucle fermée

Le contrôleur de trajectoire est un module de haut niveau qui génère un torseur global $\mathbf{F}^*$ désiré correspondant au mouvement du robot vers la trajectoire désirée (figure 4.18). La force globale désirée dépend de la situation cinématique et géométrique effective et désirée :

$$\mathbf{F}^* = f(\boldsymbol{v}, \dot{\boldsymbol{v}}, \boldsymbol{v}^*, \dot{\boldsymbol{v}}^*) \tag{4.74}$$

où f est une fonction dépendant du robot.

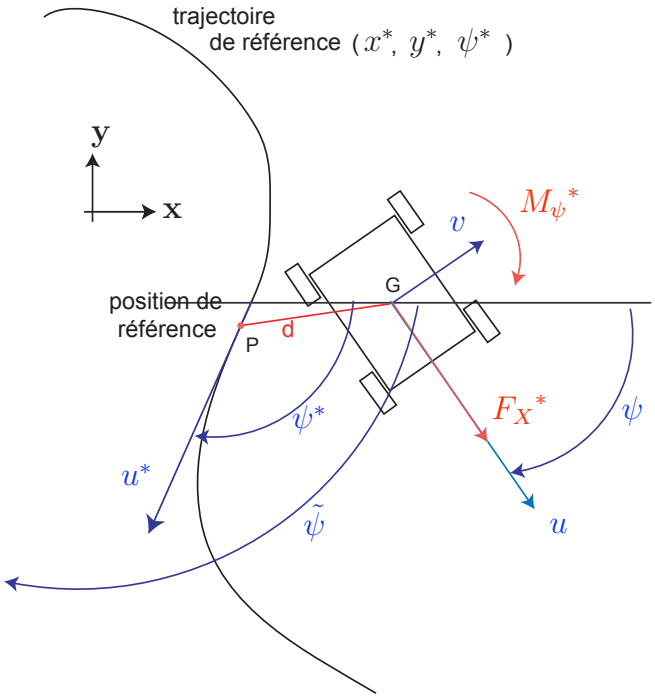


FIG. 4.19 – Paramètres pour le suivi de trajectoire

On se place dans le plan $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$. Les notations sont données sur la figure 4.19. Notons d l'écart à la trajectoire. La vitesse désirée est notée u^*. Le cap désiré est ψ^* et on note $r^* = \dot{\psi}^*$.

On suppose qu'on dispose d'une mesure de la position, du vecteur vitesse et de la vitesse de rotation du robot.

4.9.1 Commande pleinement dynamique

Considérons d'abord une loi de commande dynamique du type :

$$\mathbf{F}^* = \widetilde{\mathbf{M}}\left(\dot{\tilde{\boldsymbol{v}}}^* + \mathbf{K_p}(\tilde{\boldsymbol{v}}^* - \tilde{\boldsymbol{v}}) + \mathbf{K_i}\int_{t_0}^{t}(\tilde{\boldsymbol{v}}^* - \tilde{\boldsymbol{v}})dt\right) + \widetilde{\mathbf{B_d}}(\boldsymbol{v}) \tag{4.75}$$

où $\mathbf{K_i}$ et $\mathbf{K_p}$ sont des matrices diagonales :

$$\mathbf{K_p} = \begin{pmatrix} k_{dX} & 0 \\ 0 & k_{d\psi} \end{pmatrix} \tag{4.76}$$

$$\mathbf{K_i} = \begin{pmatrix} k_{pX} & 0 \\ 0 & k_{p\psi} \end{pmatrix} \tag{4.77}$$

avec $k_{dX}, k_{pX}, k_{d\psi}$ et $k_{p\psi}$ des gains positifs. t_0 est l'instant de déclenchement de la commande. $\widetilde{\mathbf{B_d}}$ est le vecteur de Coriolis défini par (4.47) réduit à deux composantes (on omet la seconde composante Mru). Il s'agit d'une loi de *commande par découplage non linéaire*, très utilisée pour la commande des bras manipulateurs [Khalil et Dombre 1999]. (4.75) s'écrit aussi :

$$\begin{cases} {F_X}^* &= M\left[\dot{u}^* + k_{dX}\left(u^* - u\right) + k_{pX}\int_{t_0}^{t}\left(u^* - u\right)dt - rv\right] \\ {M_\psi}^* &= J_z\left[\dot{r}^* + k_{d\psi}\left(r^* - r\right) + k_{p\psi}\left(\psi^* - \psi\right) - \Delta\psi_0\right] \end{cases} \tag{4.78}$$

en notant la constante $\Delta\psi_0 = \psi^*(t_0) - \psi(t_0)$.

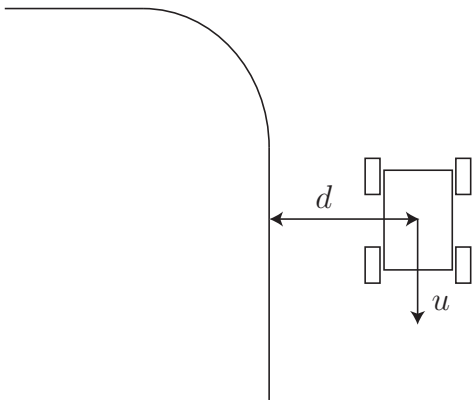


Fig. 4.20 – Configuration singulière du véhicule

On peut aisément montrer que cette loi de commande permet de faire converger la vitesse et le cap. Cependant, en raison du glissement latéral passif, elle ne permet pas d'annuler la distance latérale d. En effet, la configuration singulière de la figure 4.20 illustre un cas où $u = u^*$ et $\psi = \psi^*$ mais $d \neq 0$ sans possibilité de commander latéralement le véhicule.

L'idée centrale est de modifier cette loi et de la remplacer par :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} {F_X}^* & = & M\left[\dot{u}^* + k_{dX}\left(u^* - u\right) + k_{pX}\int_{t_0}^{t}\left(u^* - u\right)dt - rv\right] \\ {M_\psi}^* & = & J_z\left[\ddot{\tilde{\psi}} + k_{d\psi}\left(\dot{\tilde{\psi}} - \dot{\psi}\right) + k_{p\psi}\left(\tilde{\psi} - \psi\right)\right] \end{array} \right. \tag{4.79}$$

où on a remplacé ψ par un cap désiré modifié $\tilde{\psi}$ tel que :

$$\tilde{\psi} = \psi^* - f_\psi(d) \tag{4.80}$$

f_ψ est une fonction non nulle, continue, croissante, impaire et bornée par $\frac{\pi}{2}$. On peut

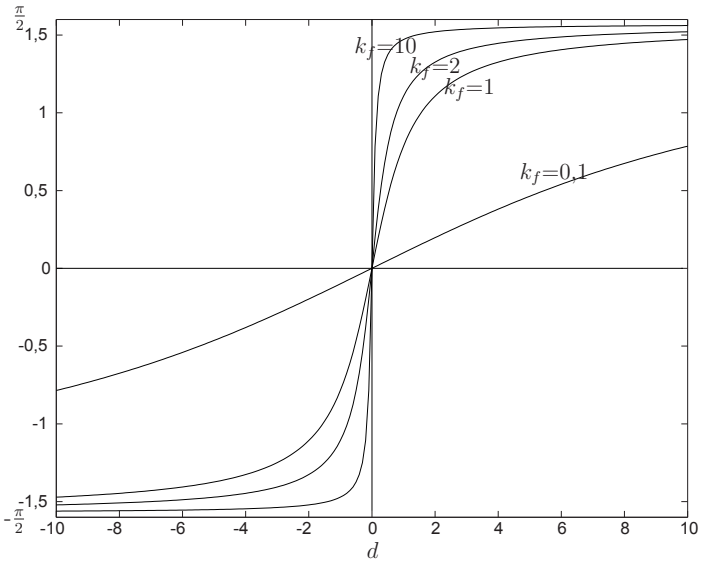


FIG. 4.21 – Graphe de la fonction $d \mapsto \arctan(k_f d)$ pour différentes valeurs de k_f

prendre par exemple (figure 4.21) :

$$f_\psi(d) = \arctan\left(k_f d\right) \qquad k_f > 0 \tag{4.81}$$

qui satisfait ces conditions. k_f est un paramètre de forme. L'angle $\tilde{\psi}(d)$ est un cap désiré modifié, ou cap virtuel, qui permet d'orienter le véhicule afin qu'il réduise son écart latéral à la trajectoire d.

4.9.2 Commande PID

Dans le cas où le terme Mrv est faible, le modèle dynamique se réduit à (4.53) et les deux équations de la loi de commande (4.79) sont découplées.

Si on suppose en outre que les termes en accélération $M\dot{u}$ et $J_z\dot{r}$ sont négligeables, on se ramène à une loi simple de type correcteur proportionnel-intégral :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} {F_X}^* & = & M\,k_{dX}\left(u^* - u\right) + M\,k_{pX}\int_{t_0}^{t}\left(u^* - u\right)dt \\ {M_\psi}^* & = & J_z\,k_{d\psi}\left(\dot{\tilde{\psi}} - \dot{\psi}\right) + J_z\,k_{p\psi}\left(\tilde{\psi} - \psi\right) \end{array} \right. \tag{4.82}$$

L'application de cette dernière équation peut laisser subsister une erreur statique pour le cap. Nous ajoutons un terme intégral pour obtenir finalement une deuxième loi de commande, où le modèle dynamique, bien que présent, n'apparaît plus explicitement :

$$\begin{cases} {F_X}^* &= k'_{pX}\left(u^* - u\right) + k'_{iX}\int_{t_0}^{t}\left(u^* - u\right)dt \\ {M_\psi}^* &= k'_{d\psi}\left(\dot{\tilde{\psi}} - \dot{\psi}\right) + k'_{p\psi}\left(\tilde{\psi} - \psi\right) + k'_{i\psi}\int_{t_0}^{t}\left(\tilde{\psi} - \psi\right)dt \end{cases} \tag{4.83}$$

avec $k'_{pX} = Mk_{dX}$, $k'_{iX} = Mk_{pX}$, $k'_{d\psi} = J_z k_{d\psi}$, $k'_{p\psi} = J_z k_{p\psi}$ et $k_{i\psi} > 0$. Les paramètres de masse et d'inertie sont intégrés dans les gains. Ainsi cette loi peut être facilement configurée sans estimer avec précision le modèle dynamique. On définit ainsi un correcteur PI sur la vitesse opérationnelle u et un correcteur PID sur l'angle de cap ψ.

4.10 Commande sans contrôle de traction

Afin de valider l'architecture proposée au paragraphe 4.6, on élabore une commande plus simple où la force de traction désirée DP_i^* est directement convertie en couple via l'équation (4.84). La résistance au roulement est donc négligée. Le terme inertiel de l'équation dynamique du mouvement de la roue est ignoré, de même que les caractéristiques longitudinales du sol. L'architecture de commande résultante est présentée sur la figure 4.22.

$$\Gamma_i = R.DP_i^* \tag{4.84}$$

Les sous-sytèmes de génération de torseur désiré et de répartition sont identiques à ceux décrits pour la commande avec contrôle de traction.

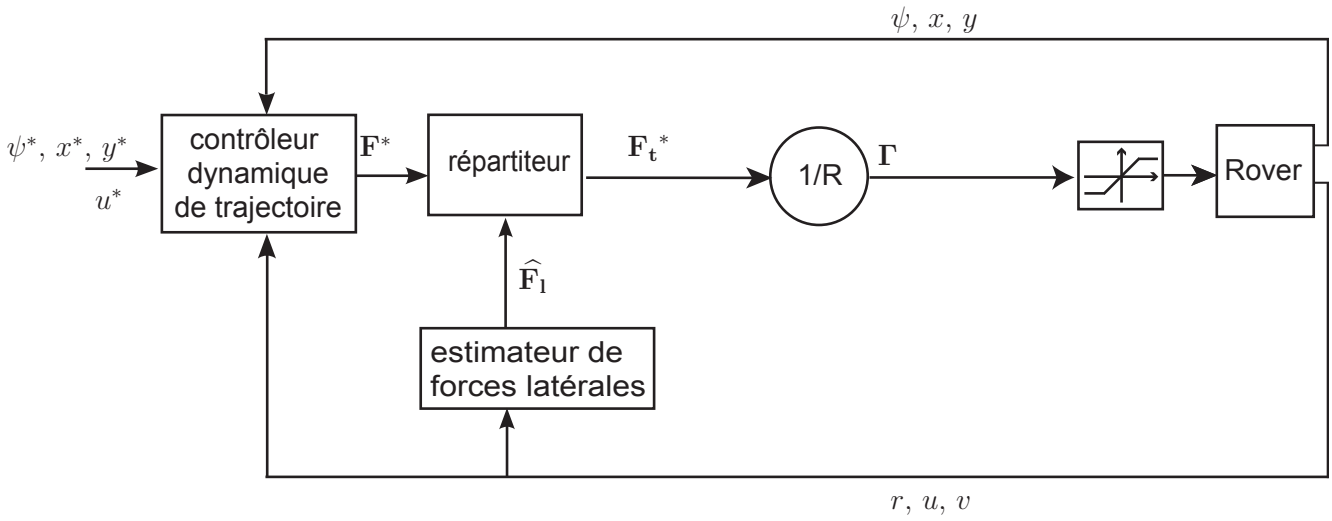


Fig. 4.22 – Architecture sans commande de traction

De même que précédemment, les couples d'entrée $\mathbf{\Gamma}$ sont saturés pour rendre les valeurs désirées compatibles avec les capacités des actionneurs.

Rappelons l'architecture précédente à titre de comparaison (figure 4.23).

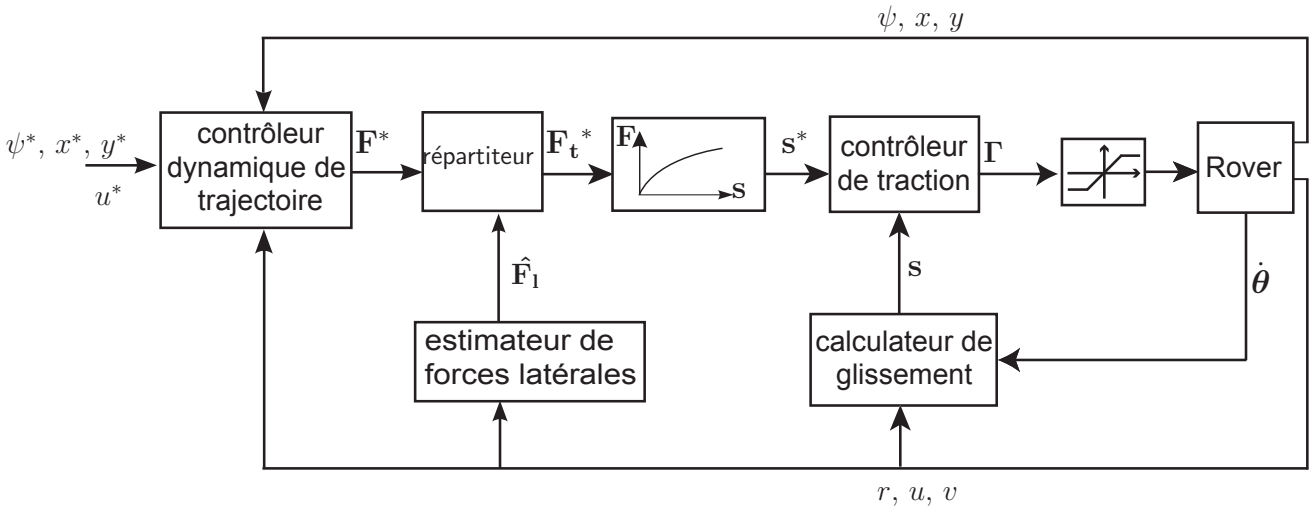


FIG. 4.23 – Schéma-bloc de l'achitecture de commande avec contrôle de traction

4.11 Simulation dynamique du suivi de trajectoire

Les deux architectures de commande précédentes ont été mises en œuvre en simulation dynamique pour le suivi de trajectoire. Pour simuler le comportement du robot, une manœuvre désirée simple a été choisie.

Les paramètres cinématiques, dynamiques et de contact sont donnés dans le tableau 4.1. Les paramètres du sol correspondent à un sol de sable sec [Wong 2001].

TAB. 4.1 – Paramètres de la simulation

m_r	1 kg	masse d'une roue
m_c	14 kg	masse du châssis
J_r	$1{,}03.10^{-2}$ kgm^2	moment d'inertie roue+motoréducteur
R	10 cm	rayon de roue
w_w	6 cm	largeur de roue
a	35 cm	demi-empattement
b	23 cm	demi-voie
n	0,705	exposant du sol
k_c	6940 Nm$^{-(n+1)}$	module de cohésion
k_ϕ	505800 Nm$^{-(n+2)}$	module de friction
ϕ	31,5°	angle de friction
c	1150 Pa	cohésion
K	1,15 cm	module de cisaillement
K_p	300	gain proportionnel de commmande de traction
K_i	1000	gain intégral de commmande de traction

La phase initiale de posé de robot dure jusqu'à $t = t_{init}$=0,2 s.

On définit une trajectoire de référence par des fonctions $\psi^*(t)$, $x^*(t)$ et $y^*(t)$ satisfaisant certaines contraintes. Les évolutions temporelles de ψ^* et u^* sont tracées sur la figure 4.24.

Sur la figure 4.25, la trajectoire est représentée dans le plan comme une courbe paramétrée par le temps.

L'angle de cap désiré est donné par une fonction de classe C^2 définie par morceaux, de manière à avoir un moment de rotation de la plateforme continu :

$$\psi^*(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \leq 2{,}03 \\ 191{,}2 - 381{,}8t + 298{,}8t^2 - 114{,}3t^3 + 21{,}3t^4 - 1{,}55t^5 & \text{si} \quad 3{,}46 > t \geq 2{,}03 \\ -\pi/2 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.85}$$

La vitesse désirée est définie dans le repère global :

$$\dot{y}^* = \sin(\psi^*).\begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \leq 0{,}2 \\ 0{,}6(t-0{,}2) & \text{si} \quad 0{,}2 < t < 2{,}02 \\ 1{,}1 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.86}$$

$$\dot{x}^* = \cos(\psi^*).\begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \leq 0{,}2 \\ 0{,}6(t-0{,}2) & \text{si} \quad 0{,}2 < t < 2{,}02 \\ 1{,}1 & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.87}$$

Après une première phase d'accélération constante ($\frac{du^*}{dt}$=0,6 m/s^2), la vitesse désirée est constante (u^*=1,1 m/s). Cette trajectoire définit donc un virage à droite à vitesse constante, passant d'un cap désiré $\psi^* = 0$ à $\psi^* = -\frac{\pi}{2}$. Le virage proprement dit commence lorsque le véhicule a parcouru 1 m.

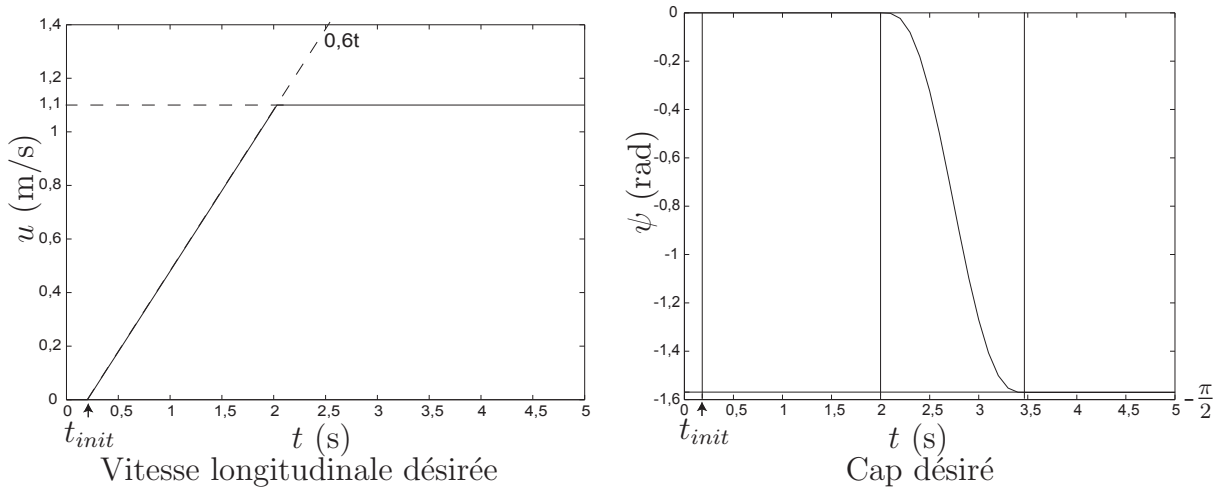


FIG. 4.24 – Évolution temporelle de la vitesse et du cap désirés

Afin de tester et valider la commande de traction, les architectures avec et sans contrôle de traction sont comparées avec les mêmes gains. Les gains du contrôleur de trajectoire sont réglés en simulation. Nous présentons d'abord les résultats pour l'architecture sans commande de traction.

4.11.1 Commande de trajectoire sans contrôle de traction

Nous avons tracé sur la figure 4.26 des captures de la position du véhicule à intervalles réguliers en surimposition. La courbe rouge matérialise la trajectoire désirée. La précision

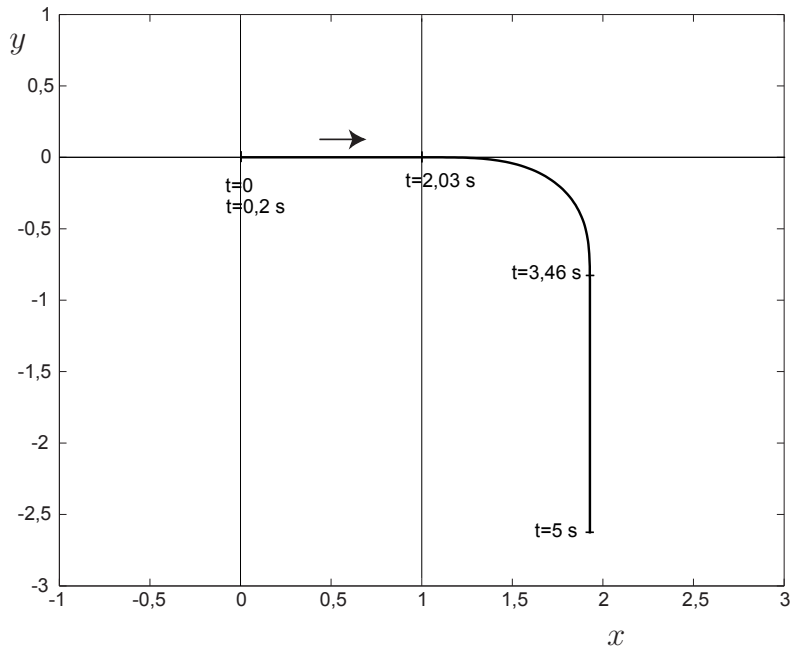


FIG. 4.25 – Route décrite par la trajectoire dans le plan

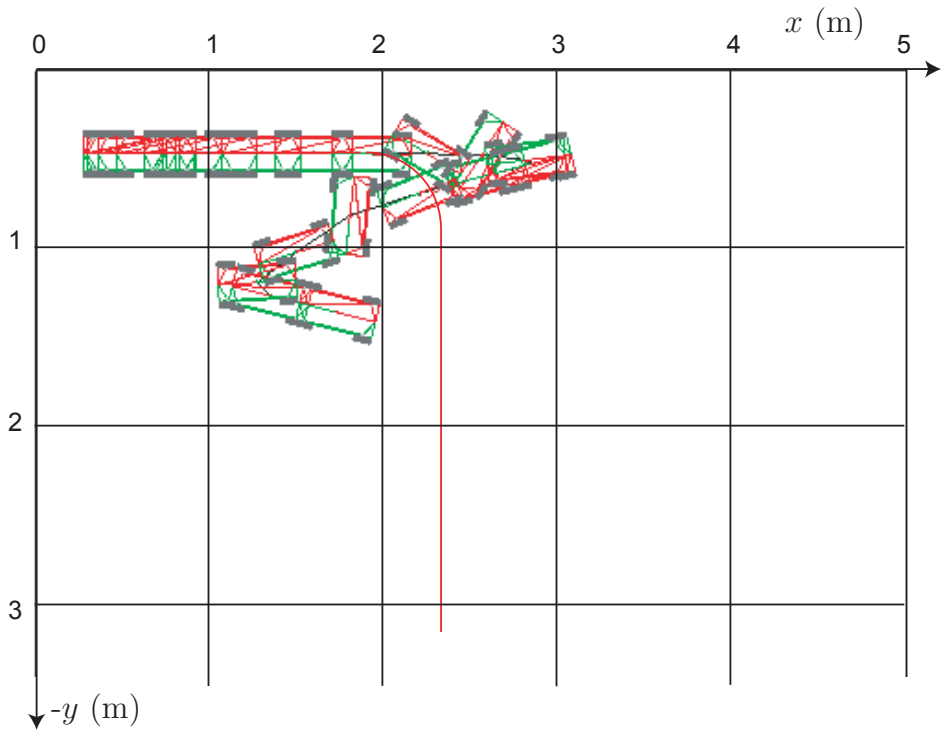
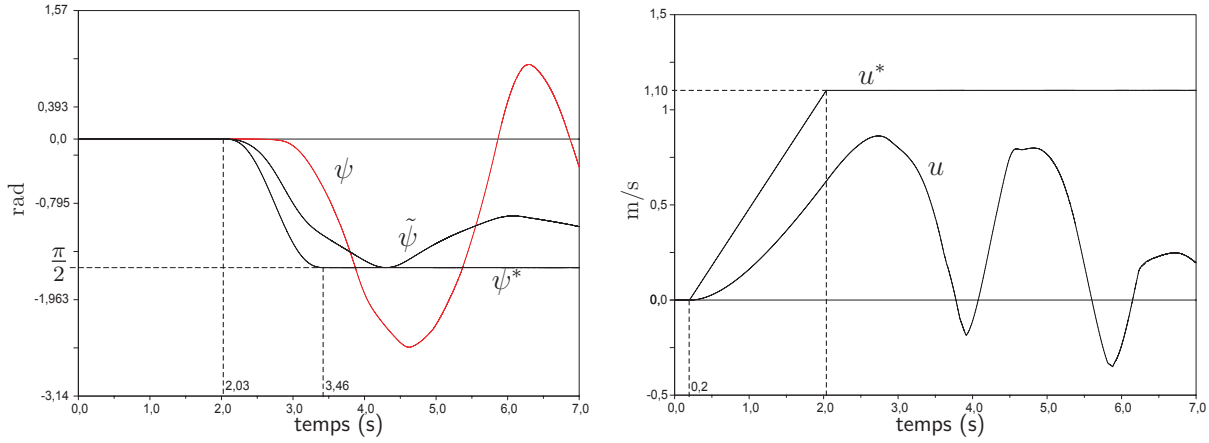


FIG. 4.26 – Virage à droite en surimposition (sans contrôle de traction)

du suivi est relativement faible, aussi bien en cap qu'en vitesse, comme le montrent les courbes de la figure 4.27. On constate de larges oscillations et le système semble diverger. En particulier, la vitesse oscille autour de 0 et n'atteint jamais la valeur désirée. La route suivie par le robot n'est pas satisfaisante.



a. Cap du véhicule

b. Vitesse du véhicule

FIG. 4.27 – Cap et vitesse sans contrôle de traction

On peut mieux comprendre ce comportement en examinant l'évolution des taux de glissement des roues (figure 4.28). En comparant cette figure avec la figure 4.27b, on peut distinguer les roues en traction (u et s_i de mêmes signes) et les roues en freinage (u et s_i de signes opposés). Le glissement atteint son extremum (-1 ou 1) dans les régions marquées « limite sol » où les forces de traction générées par la commande dépassent les valeurs admissibles par le sol. Cela revient à une saturation supplémentaire des commandes, ce qui déstabilise le système.

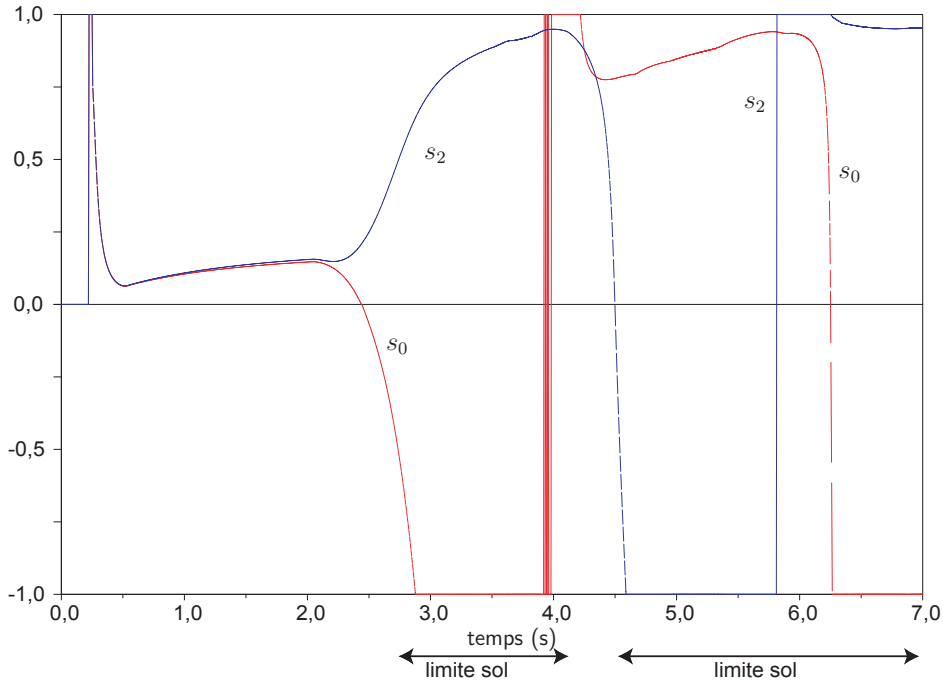


FIG. 4.28 – Taux de glissement (sans contrôle de traction)

4.11.2 Commande de trajectoire avec contrôle de traction

Nous obtenons la séquence en surimposition de la figure 4.29.

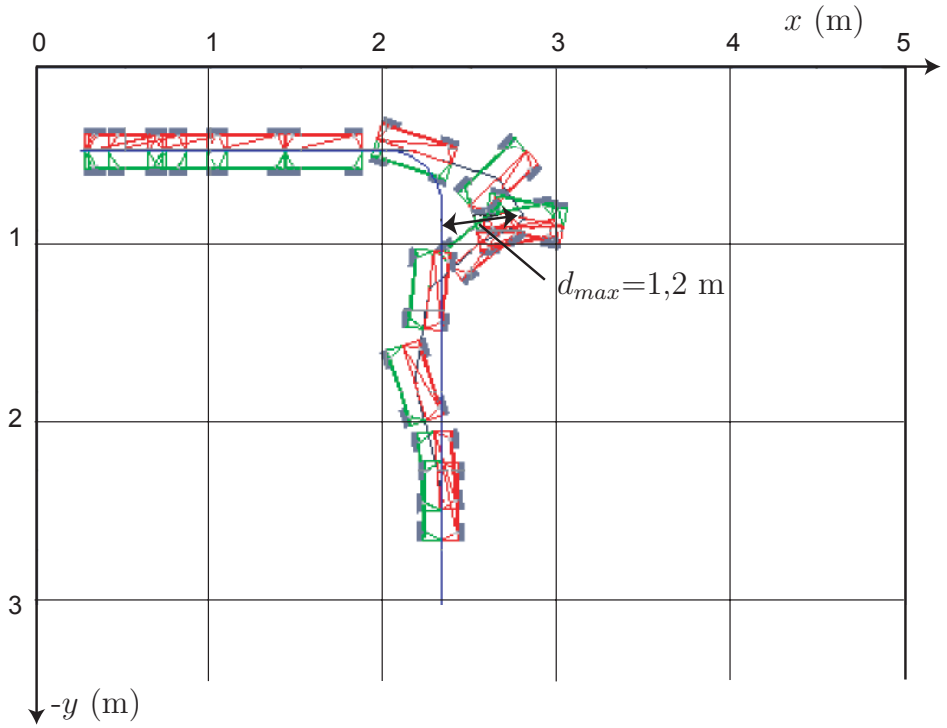
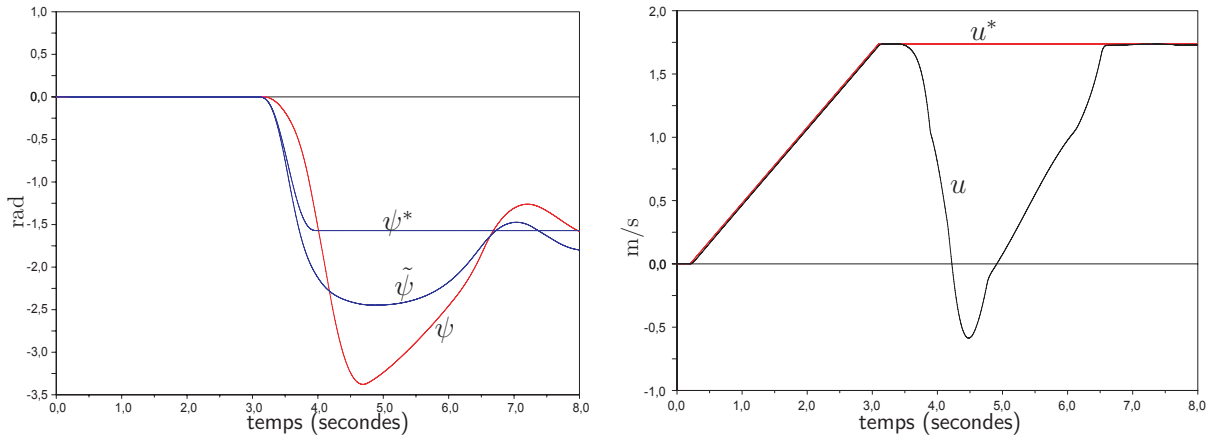


FIG. 4.29 – Virage à droite en surimposition (avec contrôle de traction)

On constate une amélioration significative du suivi de trajectoire. Après un dérapage qui provoque un écart à la trajectoire, le véhicule suit une route qui converge vers le point de référence avec un temps caractéristique de l'ordre de 3 secondes.

Par analogie avec la théorie de l'automatique linéaire, nous pouvons considérer que l'écart maximal d_{max} pour cette manœuvre simple est le *dépassement* (ici d_{max} =1,2 m).



a. Cap du véhicule

b. Vitesse du véhicule

FIG. 4.30 – Cap et vitesse avec contrôle de traction

La figure 4.30b montre que la vitesse longitudinale peut être négative, c'est-à-dire que le véhicule recule, en raison de son inertie lors des virages. Bien que ce ne soit pas génant pour l'accomplissement de la tâche, cela montre que le déplacement est assez inefficace du point de vue de la consommation energétique. Cela nous laisse à penser qu'une meilleure commande de trajectoire pourrait être conçue, voire une commande optimale du point de vue de la consommation énergétique ou de la durée de la tâche. Il est possible d'envisager des commandes plus complexes en jouant sur la modulation de la vitesse par anticipation, ou en exploitant la friction latérale.

La figure 4.31 montre l'évolution du taux de glissement des roues arrière gauche et avant droite. Cette fois, le glissement n'atteint pas son extremum. La force de traction

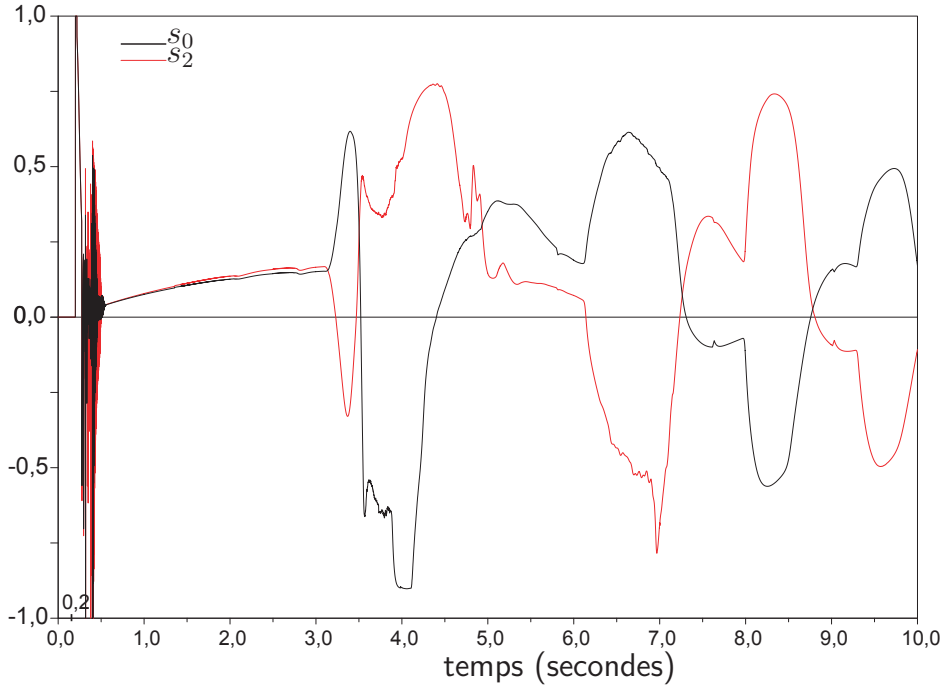


FIG. 4.31 – Taux de glissement (avec contrôle de traction)

désirée est toujours dans les limites admissibles par le sol.

La comparaison des deux architectures de commande en simulation montre que le suivi de trajectoire est meilleur avec la commande basée modèle pour de telles conditions.

4.12 Conclusion

Un robot à quatre roues non directionnelles et muni d'une liaison passive interne a été étudié et modélisé d'un point de vue statique et dynamique. Afin de commander ses déplacements en suivi de trajectoire, une architecture de commande basée modèle a été présentée.

Cette architecture repose à la fois sur le modèle dynamique bidimensionnel planaire du véhicule, qui est relativement simple, et sur le modèle d'interaction roue-sol que nous avons choisi. L'objectif est de commander les glissements des roues afin de maîtriser les

forces d'interaction longitudinales. Ainsi, bien que les forces latérales soient passivement subies, on peut contrôler les dérapages et garantir la statibilité de la commande et la réalisation de la tâche.

En outre, la simulation dynamique de déplacements canoniques a montré sa supériorité par rapport à une commande similaire sans commande de traction.

Dans cette simulation, tous les paramètres nécessaires sont déterminés avec précision et les grandeurs à mesurer sont supposées connues. Mais la perspective d'une implémentation réelle en milieu ouvert pose le problème de l'estimation de ces paramètres et la mise en œuvre de capteurs adéquats, ainsi que la conception de chaînes d'acquisition et de traitement des mesures. Cet aspect est abordé dans le chapitre suivant.

Troisième partie

Étude expérimentale

Chapitre 5

Développement d'un prototype expérimental

L'implémentation de l'architecture basée sur le modèle d'interaction roue-sol requiert la connaissance des taux de glissements de chaque roue. Nous présentons dans ce chapitre une méthode d'estimation du glissement à partir de la mesure embarquée de la vitesse absolue du véhicule grâce à un capteur à effet Doppler.

Un robot mobile léger a été développé pour valider notre approche. L'architecture matérielle et logicielle de ce véhicule est présentée. Nous exposons la méthode et les résultats que nous avons obtenus pour la mesure de vitesse et des glissements.

5.1 Description du prototype

Nous avons développé un véhicule autonome à quatre roues indépendantes et non directionnelles mues par des moteurs électriques (photographie sur la figure 5.1). Il s'agit d'une plateforme mobile légère et peu coûteuse, que l'on appellera dans la suite 5S (*Skid-Steering System for Slip Study*, Système mobile à roues non directionnelles pour l'étude du glissement).

Ce véhicule est équipé d'une centrale AHRS[1], de quatre codeurs optiques et d'un radar Doppler situé à l'avant.

5.1.1 Structure mécanique et propulsion

Les paramètres cinématiques et géométriques sont détaillés dans le tableau 5.1. Le modèle dynamique a été présenté au chapitre 4.

Une liaison pivot passive entre les deux flans de la plateforme permet de garantir un contact isostatique sur une surface plane ou irrégulière avec des roues rigides, comme on l'a vu au chapitre précédent.

Le centre de masse G est grossièrement situé au centre de la plateforme grâce à l'adjonction de lests appropriés.

[1] Attitude and Heading Reference System : Dispositif de mesure de cap et de situation à l'estime, constitué d'une centrale inertielle (accéléromètres et gyromètres) et de magnétomètres.

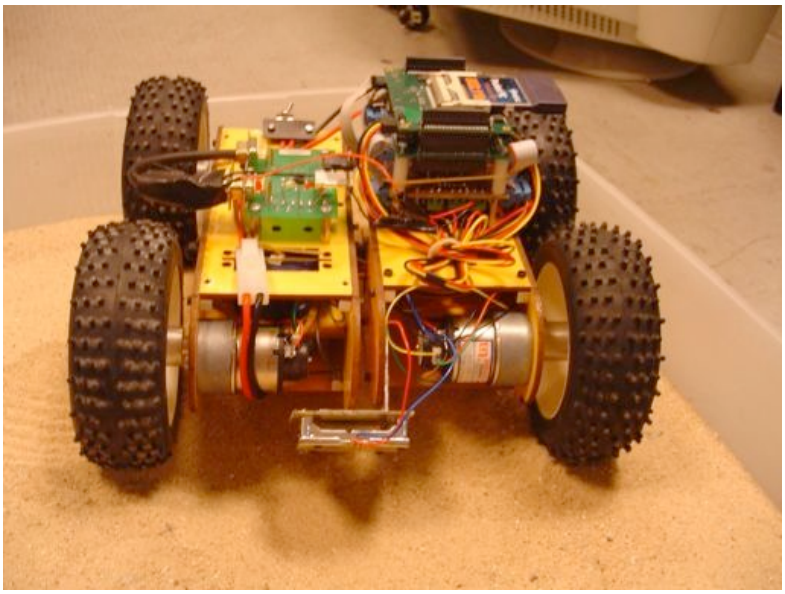


Fig. 5.1 – Démonstrateur 5S

Tab. 5.1 – Paramètres du véhicule autonome 5S

m_r	150 g	masse d'une roue
M	2,88 kg	masse totale (batterie comprise)
J_r	5 gm^2	moment d'inertie roue+rotor moteur+moyeu
R	6,0 cm	rayon de roue
R_e	5,7 cm	rayon effectif d'une roue déformable
w_w	42 mm	largeur de roue
L	30 cm	longueur totale
W	27 cm	largeur totale
H	18,5 cm	hauteur totale
a	8,3 cm	demi-empattement
b	12 cm	demi-voie
v_{max}	1 m/s	vitesse maximale
	30 min	autonomie approximative

Les motoréducteurs[2] sont à courant continu et délivrent une puissance mécanique maximale d'environ 4 W chacun sous 7,2 V nominal. Le rapport de réduction est de 50. La vitesse de rotation maximale en sortie d'arbre moteur est de 20 rad/s, ce qui correspond à une vitesse longitudinale maximale de 1,1 m/s[3].

À titre de comparaison avec les systèmes présentés au chapitre 1, le nombre de Froude est de 0,58, ce qui le place à mi-chemin entre les robots d'exploration planétaire actuels, considérés comme lents, et les robots mobiles téléopérés rapides. Même si sa vitesse ne semble pas très élevée, l'expérience montre que notre système présente déjà le com-

[2]Hsiang Neng® HN-GH35GMB.

[3]Cette valeur peut sembler faible mais on observe à cette vitesse, pour ce véhicule et sur sol naturel, des effets typiquement dynamiques, comme les dérapages.

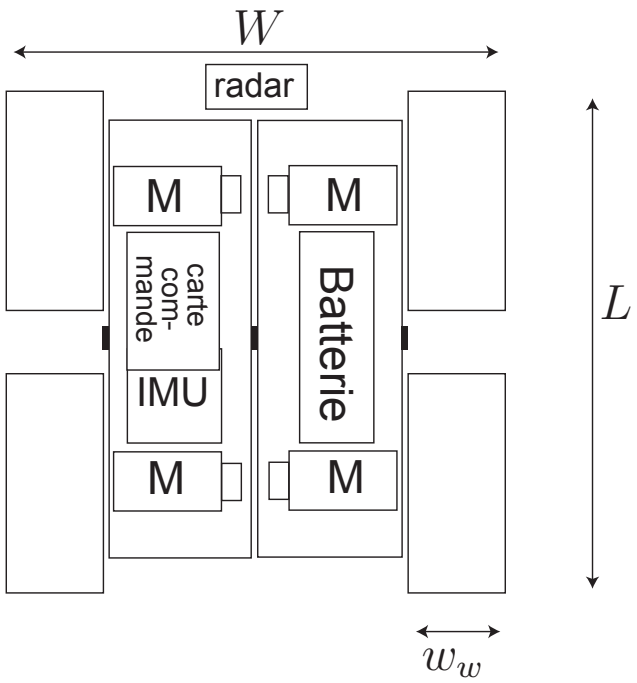


Fig. 5.2 – Disposition des éléments dans le robot

portement d'un robot mobile dit « rapide » : prépondérance de la dynamique dans le déplacement, dérapage et glissement, etc.

Fig. 5.3 – Détail d'une roue déformable

On utilise des roues en caoutchouc et à jante polymère, munies de crampons cylindriques d'un diamètre d'environ 1 mm. Le pneu contient une mousse polymère à haute densité (voir gros plan sur la figure 5.3). La déformation de la roue est de l'ordre de 3 mm sous charge, soit 5 % du rayon. Le robot est donc suffisamment léger pour qu'on puisse considérer que les roues soient rigides.

Un moyeu d'aluminium assure la transmission de la puissance en sortie d'arbre moteur. Cette pièce est conçue de manière à empêcher tout glissement intempestif entre la roue et l'arbre moteur grâce à des goupilles encastrées. Ainsi le glissement mesuré est bien celui de la roue sur le sol.

5.1.2 Capteurs et architecture logicielle

Le robot 5S est équipé de quatre codeurs optiques[4] d'une résolution de 120 impulsions par tour et montés sur une sortie d'arbre à l'arrière des moteurs. Les moteurs sont accouplés à des réducteurs de sorte que la résolution de la mesure d'angle en sortie d'arbre de réducteur est de 1 mrad.

Une centrale inertielle 6 axes[5] (trois accéléromètres et trois gyromètres) est installée sur un des demi-châssis. Ce capteur fournit trois accélérations linéaires (a_X, a_Y et a_Z) et trois vitesses de rotation (ω_X, ω_Y et ω_Z). Ses axes principaux $\mathbf{x}_{IMU}$, $\mathbf{y}_{IMU}$ et $\mathbf{z}_{IMU}$ sont alignés sur ceux du véhicule afin que la composante accélérométrique a_X mesurée selon $\mathbf{x}_{IMU}$ soit l'accélération longitudinale du robot. La centrale inertielle est connectée via une liaison série RS232[6] et la réception des données est cadencée à 100 Hz. Le vecteur des données brutes est multiplié par une matrice de calibration propre au capteur pour obtenir les valeurs d'accélération et de vitesse de rotation selon les trois axes de la plateforme.

Le capteur utilisé fournit également une mesure de la direction du champ magnétique (m_X, m_Y et m_Z) grâce à trois magnétomètres orientés selon les mêmes axes $\mathbf{x}_{IMU}$, $\mathbf{y}_{IMU}$ et $\mathbf{z}_{IMU}$. Après calibration et élimination des biais (provenant du capteur lui-même et de sa proximité avec des masses métalliques présentes dans le robot), on dispose ainsi d'une mesure de l'angle de cap du véhicule.

La commande de bas niveau est effectuée par quatre micro-contrôleurs qui peuvent mesurer l'intensité du courant I_i $(i \in [0,3])$ traversant les moteurs. Ces micro-contrôleurs pilotent des ponts en H assurant la transmission de puissance électrique. Ainsi l'entrée de commande des moteurs est une tension en créneaux de rapport cyclique variable (PWM[7]) quasiment proportionnelle à la vitesse de rotation dans la plage nominale. Les micro-contrôleurs implémentent une commande PID (proportionnel-intégral-dérivé) de la vitesse des roues. Les gains ont été réglés empiriquement par des tests en laboratoire.

Un radar Doppler à bas coût est installé à l'avant du véhicule et pointé vers le sol selon un angle d'incidence bien déterminé. Il fournit une tension électrique $r_d(t)$ pseudo-périodique dont la fréquence est une image de la vitesse longitudinale. Un micro-contrôleur spécifique joue le rôle d'interface de communication vers les couches logicielles supérieures. Ce capteur sera abordé plus en détail dans les paragraphes suivants.

La commande de haut niveau est assurée par un microprocesseur embarqué cadencé à 400 MHz[8]. Il exécute les programmes *ad hoc* développés pour la commande du véhicule.

L'architecture logicielle et matérielle est résumée sur le schéma de la figure 5.4. L'interface entre les boucles de commande de haut niveau et de bas niveau est un bus I^{2}C[9] qui a un débit suffisant pour garantir l'acquisition de toutes les données en temps réel sans retard.

[4]modèle US Digital® E4P

[5]modèle Xsens® MT9

[6]Norme logicielle et matérielle de communication série filaire entre deux interfaces, utilisée sur de nombreux ordinateurs. Ici les niveaux de tension correspondent au standard TTL (0-5 V).

[7]Pulse Width Modulation

[8]K-Team® Korebot LE

[9]I^{2}C (Inter-Integrated Circuit Bus) : Protocole de communication série multipoints à deux fils cadencé à 400 kHz.

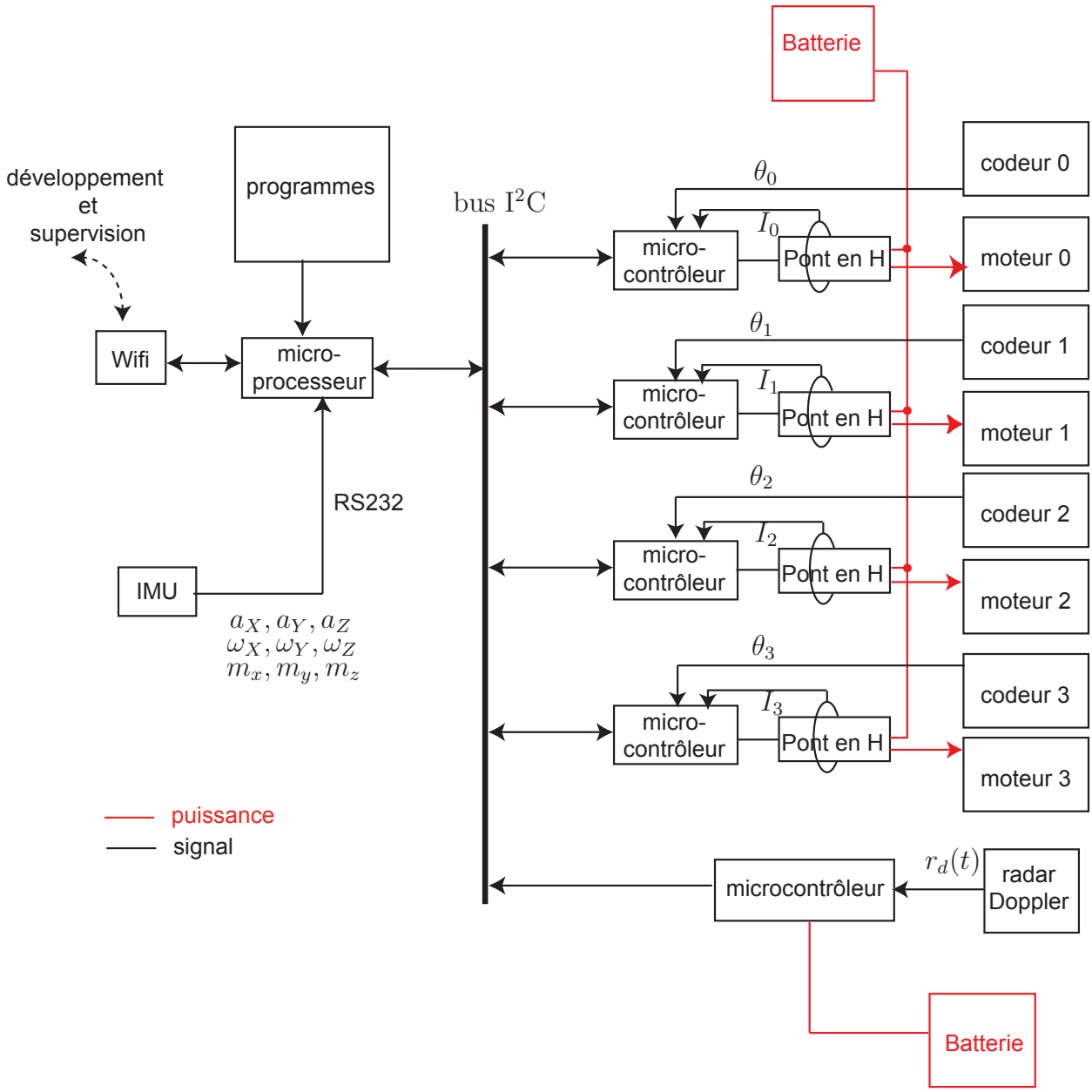


FIG. 5.4 – Architecture logicielle et matérielle du robot 5S

La supervision et la réception des données en temps réel sont réalisées via une interface réseau Wifi[10], ce qui permet leur analyse ultérieure.

5.2 Approche proposée pour la mesure de vitesse

La solution que nous avons choisie est basée sur la mesure directe de vitesse à partir d'un radar à effet Doppler. Compte tenu des contraintes de légèreté, d'encombrement,

[10]Ensemble de normes de communication numérique sans fil. Nous utilisons la norme 802.11g. La bande de fréquence est de 2,4 GHz.

de compatibilité électrique et de coût, notre choix s'est porté sur le modèle MDU1130[11] (figure 5.5). Sa fréquence d'émission est de 9,9 GHz (bande X). La largeur angulaire du faisceau émis est de 36°× 72° à -3 dB. Le capteur est monté sur le véhicule de sorte que la dispersion angulaire minimale (36°) corresponde à l'émission dans le plan vertical, c'est-à-dire le plan sagittal.

Le radar, consommant un courant de l'ordre de 50 mA sous une tension de 5 V, émet une puissance minimale de 13 dBm PIRE[12]. Le récepteur a une sensibilité de -86 dBm et le gain de l'antenne est de 8 dBi[13].

Les données analogiques en 0 et 5 V issues du radar sont quantifiées sur 8 bits, puis envoyées vers le microprocesseur.

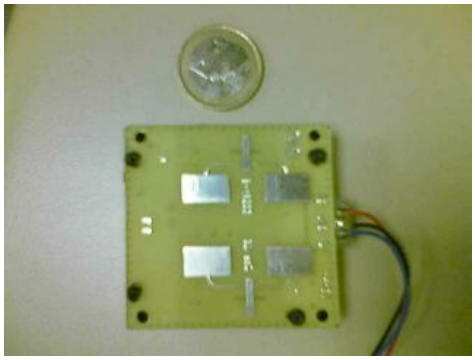


Fig. 5.5 – Radar Doppler MDU1130

Ce type de capteur est utilisé depuis les années soixante-dix sur des tracteurs agricoles se déplaçant sur des sols meubles et glissants [Fleming et Hundiwal 1985; Stuchly *et al.* 1978]. Son utilisation pour la mesure de vitesse absolue sur un robot mobile date des années quatre-vingt. Il est utilisé, par exemple, par [Bisgaard *et al.* 2005].

Il existe des capteurs plus performants. Le tableau 5.2 synthétise quelques informations clé pour certains d'entre eux. La précision augmente avec la fréquence d'émission et l'étroitesse du faisceau. Mais pour des applications robotiques légères et peu coûteuses, les dispositifs lourds et encombrants sont à exclure.

Tab. 5.2 – Paramètres principaux de différents radars

Modèle	Fréquence (GHz)	Dispersion angulaire (°)	Poids(g)	Coût	Précision
MDU1130	9,9	36×72	15	-	-
DJ Radar II	24,13	≈15	2000	+	+
DJ Radar III	24,13	20×16	500	+	+
DRS1000	35,5	12	230	++	++

[11]Microwave Solutions Ltd.®

[12]PIRE (puissance isotrope rayonnée équivalente) : gain de l'antenne dans sa direction d'émission maximale par rapport à une antenne isotrope fictive. Le dBm est défini par $dBm = 10 \log \frac{puissance}{1\ mW}$.

[13]dBi : gain de l'antenne comparé à une antenne isotrope fictive.

5.2.1 Principe de mesure

On utilise un radar hyperfréquence à effet Doppler pointé sur le sol, avec un angle γ_d par rapport à l'horizontale. Il émet un signal électromagnétique caractérisé par son spectre centré sur 9,9 GHz et sa dispersion angulaire. En raison de sa fréquence et de la faible distance parcourue, cette onde n'interagit pas avec l'air ambiant [Grimes et Jones 1974].

Ce signal est diffusé par le sol dans toutes les directions. Une partie minime est absorbée. Une partie de la puissance rayonnée par le sol atteint le capteur.

Cela vaut pour la majeure partie des terrains que le robot peut rencontrer mais il faut remarquer que dans le cas improbable d'un sol métallique, la réflexion est spéculaire et la puissance reçue par le capteur peut être nulle.

Ce signal reçu a une fréquence différente de l'onde émise, et ce décalage est d'autant plus grand que la vitesse du véhicule par rapport au sol est grande. Exprimons formellement cette relation. On suppose que le spectre d'émission se réduit à la seule fréquence f_0.

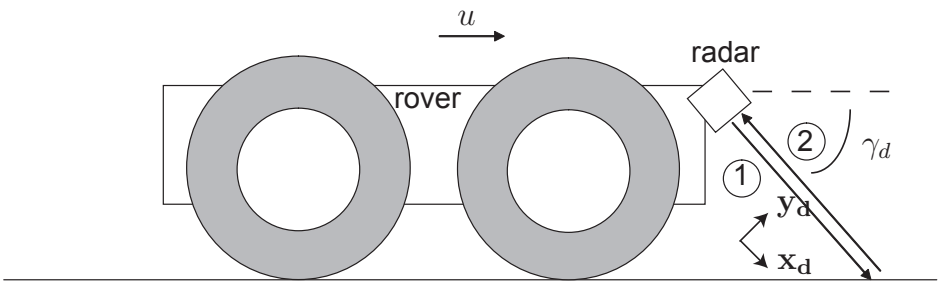


FIG. 5.6 – Disposition du radar

Relation entre la vitesse et le décalage fréquentiel

La formule générale de l'effet Doppler non relativiste est [Giancoli 1993] :

$$f_a = \frac{c - v_r}{c - v_s} f_0 \tag{5.1}$$

où f_0 est la fréquence de l'onde émise et c est la vitesse de la lumière dans le vide. v_r et v_s sont respectivement les composantes selon l'axe de propagation de l'onde des vitesses du récepteur et de la source.

Comme on le voit sur la figure 5.6, l'onde effectue un aller-retour entre le capteur fixé à la plateforme et le sol. Pour le chemin 1, la source est mobile tandis que le récepteur (le sol) est fixe. La fréquence apparente de l'onde reçue par le sol (onde incidente) est donc :

$$f_1 = \frac{1}{1 - \frac{v_d}{c}} f_0 \tag{5.2}$$

où v_d est la composante de la vitesse selon $\mathbf{x_d}$. L'onde rétrodiffusée a la même fréquence f_1.

Pour le chemin 2, la source est fixe et le récepteur (le robot) est mobile. La fréquence apparente de l'onde reçue par le véhicule (onde réfléchie) est donc :

$$f_2 = \left(1 + \frac{v_d}{c}\right) f_1 \tag{5.3}$$

d'où on tire la relation entre f_0 et f_2 :

$$f_2 = \frac{c + v_d}{c - v_d} f_0 \tag{5.4}$$

Les vitesses envisagées dans notre application sont très inférieures à la vitesse de la lumière ($u << c$). On effectue un développement limité à l'ordre 1 :

$$f_2 = \left(1 + 2\frac{v_d}{c}\right) f_0 \tag{5.5}$$

donc le décalage en fréquence est :

$$\Delta f = \frac{2v_d}{c} f_0 \tag{5.6}$$

avec $v_d = u \cos \gamma_d$. γ_d est l'angle d'incidence de l'onde par rapport au plan du sol. L'équation (5.6) s'écrit plus simplement :

$$\Delta f = \frac{2u \cos \gamma_d}{\lambda} \tag{5.7}$$

où λ est la longueur d'onde qui vaut environ 3 cm.

Diffusion du signal par le sol

Le radar mesure la fréquence du signal rétrodiffusé. On considère que la surface diffuse bien l'onde incidente si elle est rugueuse par rapport à la longueur d'onde. On peut caractériser la rugosité électromagnétique d'une surface par le critère de Rayleigh [Ishimaru 1991] :

$$\sqrt{\sigma_s} > \frac{1}{8} \lambda \cos \gamma_d \tag{5.8}$$

où σ_s est la dimension caractéristique de la surface. Dans cette expression, on suppose que la hauteur de la surface peut être décrite par une distribution gaussienne de moyenne nulle et de variance σ_s.

On prend par exemple $\gamma_d = 30°$. Ce critère montre que σ_s doit être supérieure à 2.10^{-5} m. Pour le sable, les grains ont une taille caractéristique de l'ordre de σ_s=10^{-4} m. Le critère est bien respecté. De manière générale, tous les terrains naturels envisagés (gravier, sable, poussière, etc.) conviennent.

Chaîne d'acquisition

Le schéma 5.7 décrit le processus d'acquisition de la fréquence Δf à mesurer. Le mixeur fournit un signal composé de deux fréquences (Δf et $2f_0 + \Delta f$). Le premier filtre élimine la haute fréquence. Le signal est ensuite amplifié et filtré. Le filtre passe-bande est réglé de manière à ne garder que les fréquences comprises entre 3 Hz et 80 Hz. Un convertisseur analogique-numérique (ADC) permet l'utilisation de la transformée de Fourier rapide (FFT) afin d'obtenir la densité spectrale de puissance, ce qui permet d'identifier Δf. Une tension constante est ajoutée avant le convertisseur pour faciliter l'acquisition des valeurs négatives, c'est pourquoi le spectre présente une valeur non nulle à la fréquence 0.

On mesure des fréquences inférieures à quelques dizaines de Hertz. Par exemple, pour u=0,1 m/s et γ_d=20°, le décalage fréquentiel est de Δf=6,2 Hz.

La FFT est appliquée à une fenêtre de 256 échantillons, soit 0,5 s (1 échantillon tous les 2 ms).

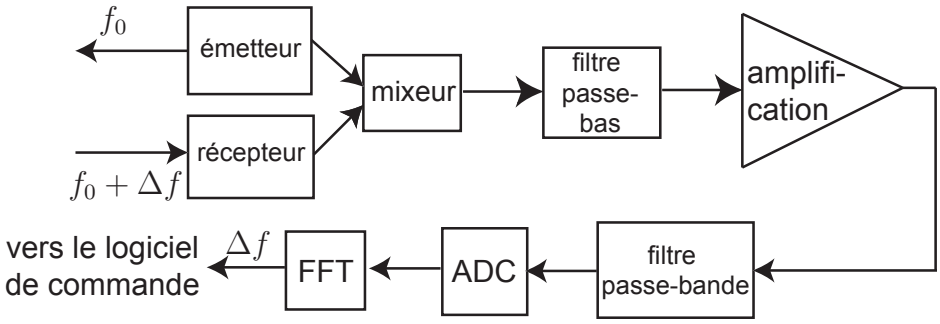


Fig. 5.7 – Processus d'acquisition de la fréquence

Cette chaîne d'acquisition fournit donc une valeur du décalage en fréquence toutes les demi-secondes environ.

5.2.2 Précision

En raison de la dispersion angulaire du capteur, la mesure du décalage fréquentiel est entachée d'un bruit important. Sur la figure 5.8 on a tracé le signal amplifié pour une vitesse d'avance constante de 0,18 m/s sur une surface de béton (γ_d=60°). Son spectre est tracé sur la figure 5.9.

On peut constater que d'une part, l'amplitude du signal n'est pas constante, d'autre part, le signal est très bruité. Cela se reflète sur le spectre où apparaît un lobe non symétrique qui atteint son maximum pour une fréquence de 6 Hz.

Le paramètre le plus problématique dans notre cas est la largeur angulaire du faisceau émis par le radar, qui est relativement grande, et conduit à une mesure fortement bruitée.

En effet, la puissance reçue est inversement proportionnelle au carré de la distance parcourue par l'onde. Comme on le voit sur la figure 5.10, cette distance varie avec l'angle d'incidence. De plus, la vitesse mesurée, qui est la composante de la vitesse dans la ligne de visée, dépend elle-aussi de l'angle d'incidence. Par conséquent, le décalage fréquentiel

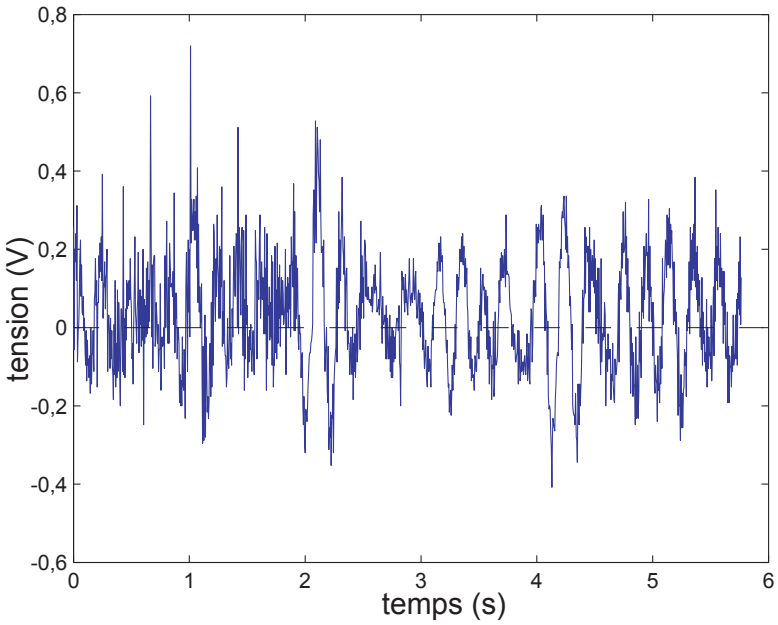


FIG. 5.8 – Signal radar après amplification

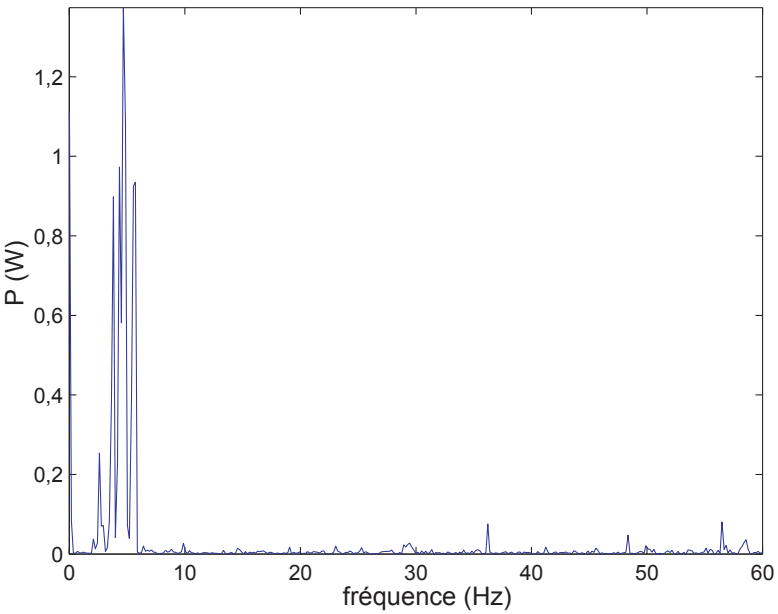


FIG. 5.9 – Densité spectrale de puissance

mesuré et l'amplitude correspondant varient avec l'angle d'incidence. Le spectre obtenu n'est donc pas symétrique.

D'après [Fleming et Hundiwal 1985], l'erreur relative peut être écrite :

$$v_e = \frac{\Delta u}{u} = \frac{1}{2\cos\gamma_d}\sqrt{\frac{c\,\nu\sin\gamma_d}{2 f_0 u T_p}} \tag{5.9}$$

où ν est la dispersion angulaire dans le plan vertical (figure 5.10) et T_p le temps de

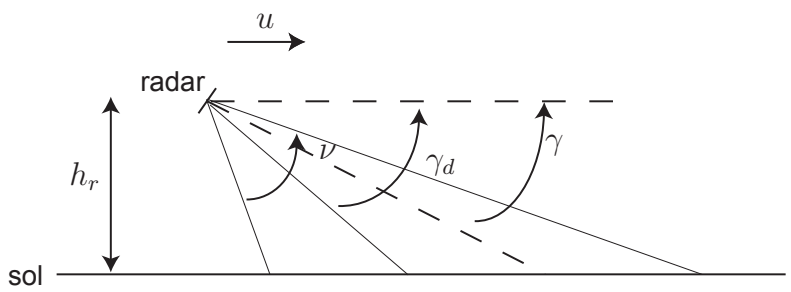


FIG. 5.10 – Définition de la dispersion angulaire

traitement.

Dans notre cas, pour γ_d=20°, T_p=0,5 s et u=0,2 m/s, on obtient v_e=10 %, ce qui est une valeur acceptable pour ce capteur. Cette précision serait meilleure pour des fréquences supérieures (24 GHz ou même 35 GHz). Le temps de traitement ne peut pas être fortement augmenté car cela introduirait un retard pénalisant dans la boucle de commande. L'erreur dépend aussi de l'angle d'incidence γ_d. Les auteurs [Fleming et Hundiwal 1985; Stuchly *et al.* 1978] choisissent généralement un angle de 35-40°. Nous avons trouvé qu'un angle de 20° est un bon compromis entre la précision, la puissance reçue par le capteur et les contraintes mécaniques imposées par la structure même du véhicule et les possibilités de fixation.

5.2.3 Modélisation du signal radar

Pour déterminer le décalage fréquentiel correspondant à la vitesse du véhicule à partir du spectre, on modélise le signal radar reçu par le capteur.

La puissance de l'onde émise par l'antenne présente une caractéristique à plusieurs lobes en fonction de la direction. Nous la modélisons par le carré d'un sinus cardinal :

$$P_0 = P_e \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta\gamma}{\Delta\gamma_0}\right) \tag{5.10}$$

avec $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_d$ et les notations de la figure 5.10. P_e est la puissance émise pour $\Delta\gamma = 0$. $\Delta\gamma_0$ est un paramètre relatif à la dispersion angulaire. Cette fonction est tracée sur la figure 5.11.

La puissance reçue varie en fonction du carré de la distance d_r entre le radar et le point du sol qui diffuse l'onde incidente :

$$P(\gamma) = \frac{P_0}{1 + \left(\frac{d_r}{d_0}\right)^2} \tag{5.11}$$

où d_0 est une constante.

La distance s'exprime en fonction de la hauteur du radar et de l'angle γ :

$$d_r = \frac{h_r}{\sin\gamma} \tag{5.12}$$

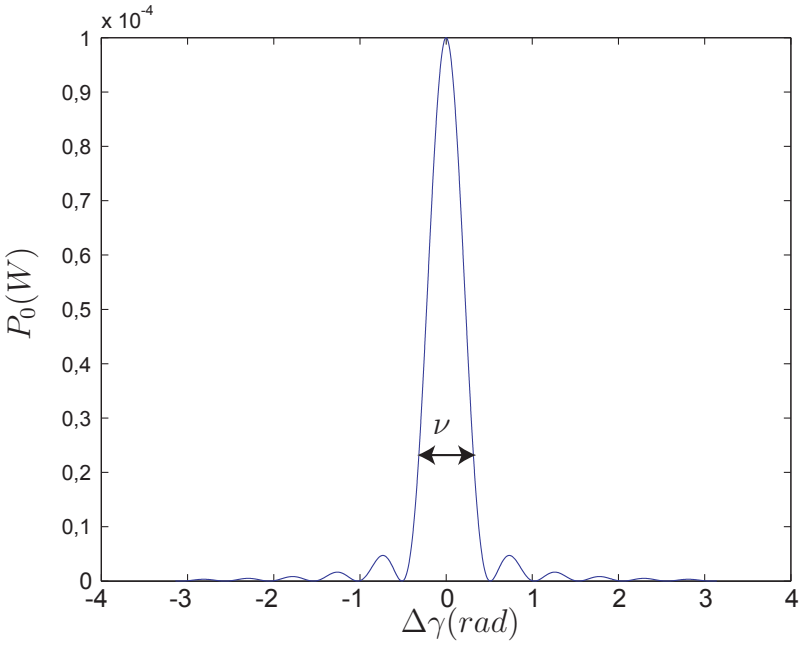


FIG. 5.11 – Puissance émise en fonction de l'angle d'incidence

De plus, l'équation (5.7) permet d'écrire :

$$\gamma = \arccos\left(\frac{\lambda\Delta f}{2u}\right) \tag{5.13}$$

à condition que $\lambda\Delta f < 2u$.

En remarquant que $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$ $(\forall x)$, on obtient :

$$P(\Delta f) = \frac{P_e \operatorname{sinc}^2(\gamma_d - \frac{\lambda\Delta f}{2u})}{1 + \frac{h_r^2}{d_0^2(1-\frac{\lambda^2\Delta f^2}{4\,u^2})}} \tag{5.14}$$

si $\lambda\Delta f < 2u$ et 0 sinon. De plus, on a aussi $P = 0$ pour Δf<3 Hz en raison du filtrage.

L'équation (5.14) constitue le spectre en puissance représenté sur la figure 5.12 avec les paramètres du tableau 5.3.

TAB. 5.3 – Paramètres du modèle du radar

hauteur	h_r	5 cm
longueur d'onde	λ	3 cm
distance caractéristique	d_0	0,1 m
vitesse longitudinale	u	0,3 m/s
puissance émise maximale	P_e	0,1 mW
angle d'incidence	γ_d	45°
paramètre de dispersion angulaire	$\Delta\gamma_0$	1

On constate que le maximum de cette courbe est atteint pour Δf=13 Hz alors que le calcul par la formule (5.7) donne Δf=14,1 Hz soit un écart de près de 7 %.

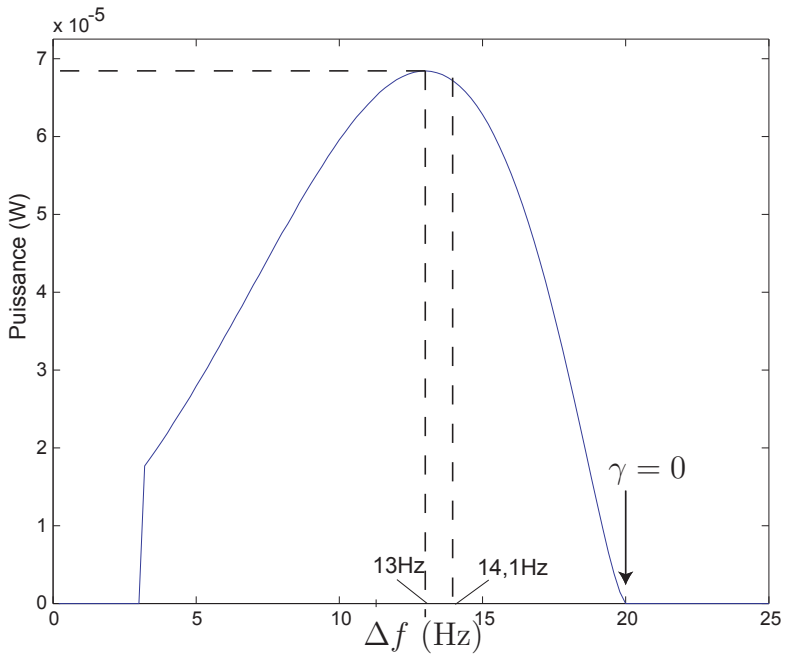


FIG. 5.12 – Densité spectrale de puissance du signal reçu

Cette analyse montre que, du fait de la géométrie du système, le décalage fréquentiel à sélectionner pour la mesure de la vitesse n'est pas le maximum du spectre. Nous adoptons alors la stratégie suivante : nous sélectionnons la fréquence maximale où la puissance est non nulle, correspondant à l'angle d'incidence $\gamma = 0$. Le calcul à effectuer est alors réduit à :

$$u = \frac{\lambda \Delta f}{2} \tag{5.15}$$

5.2.4 Fusion multi-capteurs

Le radar Doppler est un capteur sans dérive mais lent. Dans notre application, les mesures sont mises à jour à une fréquence de 2 Hz, ce qui prive le système de commande d'une grande partie de la dynamique du mouvement. Il n'est pas envisageable de concevoir une loi de commande à une telle vitesse d'échantillonnage, surtout avec l'ambition d'un déplacement à grande vitesse.

Pour remédier à cette difficulté, on exploite la principale propriété qui fait l'intérêt des capteurs inertiels : la grande bande passante.

Nous utilisons un filtre de Kalman simple pour fusionner les informations fournies par le radar et un accéléromètre aligné sur l'axe longitudinal du robot. La structure de l'algorithme de fusion est donnée sur la figure 5.13.

Le filtre donne une estimation $\hat{v}$ de la vitesse absolue à partir des mesures de $v_{doppler}$ et de l'accélération a_X. Le bruit de structure ξ est le bruit de l'accéléromètre. C'est un bruit gaussien dont la variance est fournie par les spécifications du capteur (0,2 m/s^2).

η est le bruit de la mesure Doppler, que l'on considère gaussien. C'est une hypothèse

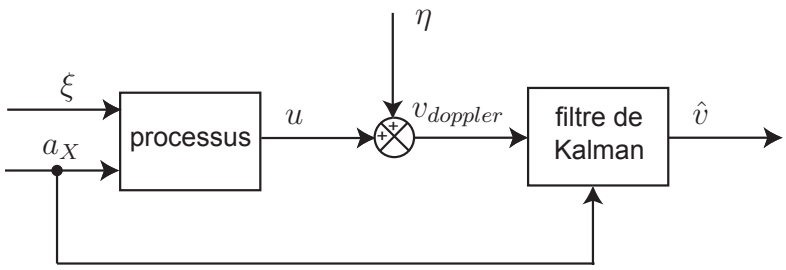


FIG. 5.13 – Structure du filtre de Kalman pour la fusion de données

forte dans la mesure où le bruit de mesure dépend du spectre du signal reçu qui n'est pas symétrique. Toutefois, sa variance a pu être mesurée en observant le signal reçu fourni par le capteur à vitesse nulle sur une longue période (0,02 m/s).

La mesure de l'accélération est entachée d'un biais b_a qui varie au cours du temps. Le biais initial $b_a(0)$ est estimé dans une phase d'initialisation, au cours de laquelle on calcule la moyenne des valeurs mesurées alors que le capteur est immobile.

Nous supposons que ce biais calculé est invariant. La valeur exploitée est la différence entre la valeur mesurée en sortie du capteur a_{X0} et le biais :

$$a_X = a_{X0} - b_a(0) \tag{5.16}$$

Le vecteur d'état est le vecteur $x = (u)$ de dimension 1. Les équations du processus en temps discret sont simples :

$$\begin{cases} u(k+1) &= u(k) + (a_X(k) + \xi(k))\,\Delta T \\ v_{doppler}(k) &= u(k) + \eta(k) \end{cases} \tag{5.17}$$

La période d'échantillonnage ΔT du filtre est fixée à 10 ms.

On trouvera plus de détails sur le filtre de Kalman dans l'annexe B. Ce filtre permet d'estimer de manière optimale la vitesse réelle longitudinale du véhicule grâce à la connaissance des paramètres statistiques des bruits.

5.2.5 Validation

Sur la figure 5.14, nous avons tracé les vitesses mesurées sur une surface de béton pour plusieurs vitesses de rotation des roues. Cette vitesse est la même pour les quatre roues. Dans ces conditions, le glissement est quasi-nul.

On peut constater que la vitesse mesurée est proche de la vitesse calculée avec l'hypothèse du non-glissement. Par exemple, pour une vitesse de rotation ω=6 rad/s, on a environ u=0,3 m/s et $R_e\omega$=0,34 m/s.

Au-delà de cette analyse préliminaire, nous avons cherché à valider notre dispositif embarqué par une mesure externe. Celle-ci repose sur une localisation par vision artificielle : une caméra vidéo capture des images du robot sur lequel on a installé une mire (schéma sur la figure 5.15). Un système de traitement des images permet de calculer la position du robot dans le plan horizontal. On enregistre ainsi la trajectoire du robot avec

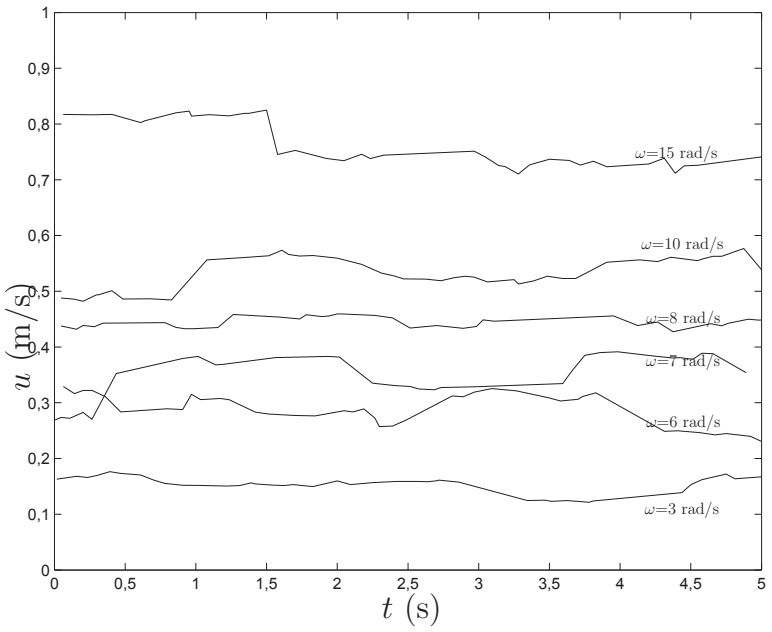


Fig. 5.14 – Comparaison des mesures de vitesse pour plusieurs vitesses de rotation des roues

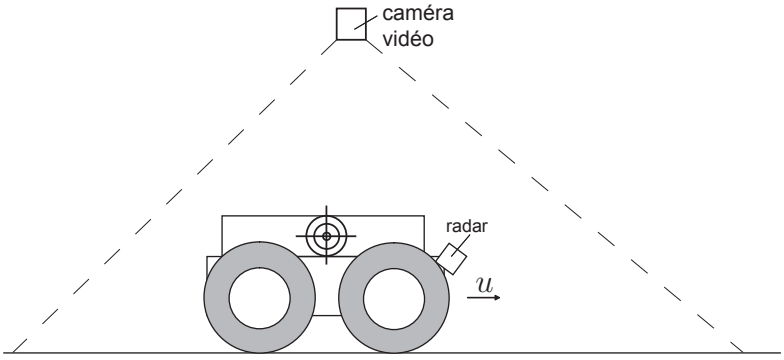


Fig. 5.15 – Principe de la validation du radar

une précision de l'ordre du millimètre. Préalablement, le système de vision a été calibré en repérant des points de référence au sol.

La figure 5.16 montre un exemple de séquence enregistrée.

La vitesse est obtenue par dérivation de la position. La fréquence d'acquisition de la position est d'environ 7 Hz.

On compare ensuite la vitesse donnée par la fusion radar-accéléromètre et la vitesse calculée par vision externe.

Ici la vitesse du véhicule est obtenue par une commande en boucle ouverte de la vitesse de rotation :

$$\omega_i^* = \frac{1}{R_e} u^* \tag{5.18}$$

où R_e est le rayon effectif des roues. Cette équation suppose le roulement sans glissement.

La figure 5.17 donne un exemple du type de courbe obtenue. La vitesse désirée est

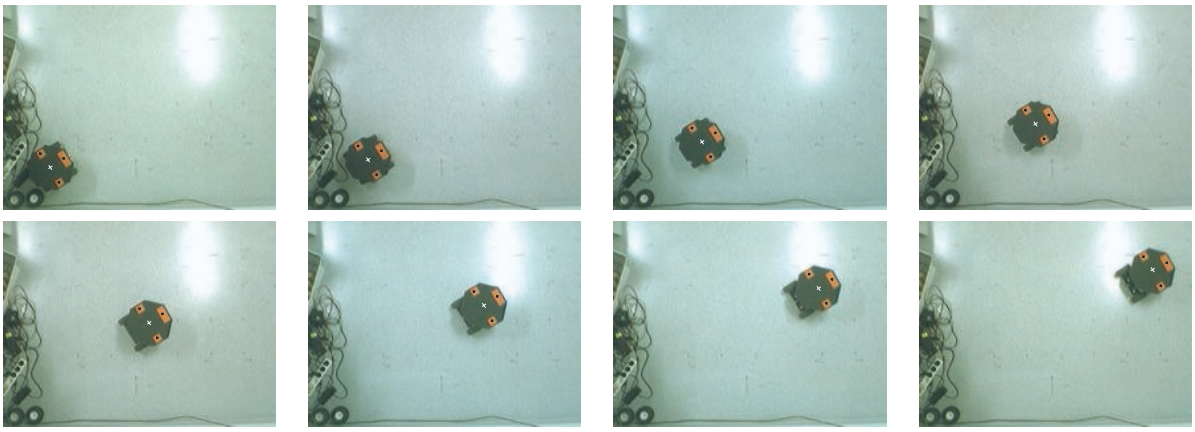


FIG. 5.16 – Séquence d'images prises pendant la validation du capteur

de 0,17 m/s. Les points marqués d'un « + » indiquent une mesure de vitesse calculée entre deux images successives, et prouvent que la loi de commande (5.18) donne bien le résultat recherché, et en particulier que le glissement est nul ou quasi-nul. La courbe de la vitesse radar suit la courbe rouge de manière satisfaisante. Cette expérience démontre que le radar fournit un résultat juste, sans biais, mais avec une imprécision relativement grande que l'on peut évaluer à ± 10 % à 1 m/s, et qui s'améliore avec la vitesse.

Cette étude nous permet de conclure que la valeur moyenne absolue donnée par le radar est correcte, mais elle est entachée d'un bruit de mesure très important, lié principalement à la dispersion angulaire du faisceau du radar. La fusion avec l'accéléromètre permet d'améliorer fortement la bande passante du capteur, ce qui en augmente grandement les performances dynamiques.

5.3 Mesure du glissement

La mesure de vitesse absolue donne accès à la mesure du taux de glissement de chaque roue à l'aide de l'expression (3.17) que nous rappelons ici sous sa forme simplifiée :

$$s_i = \begin{cases} 1 - \frac{u}{\omega_i R_e} & \text{si} \quad R_e\omega_i \geq u \\ \frac{\omega_i R_e}{u} - 1 & \text{si} \quad R_e\omega_i < u \\ 0 & \text{si} \quad \omega_i = u = 0 \end{cases} \tag{5.19}$$

pour $i \in [0, 3]$, $u \geq 0$ et $\omega_i \geq 0$. R_e est le rayon effectif.

Pour chacune des roues i, la vitesse de rotation ω_i est mesurée grâce aux codeurs optiques avec une précision inférieure à 0,1 %. On peut donc considérer que l'imprécision sur la mesure de s dépend exclusivement de l'imprécision sur la mesure de u, soit, approximativement 10 %.

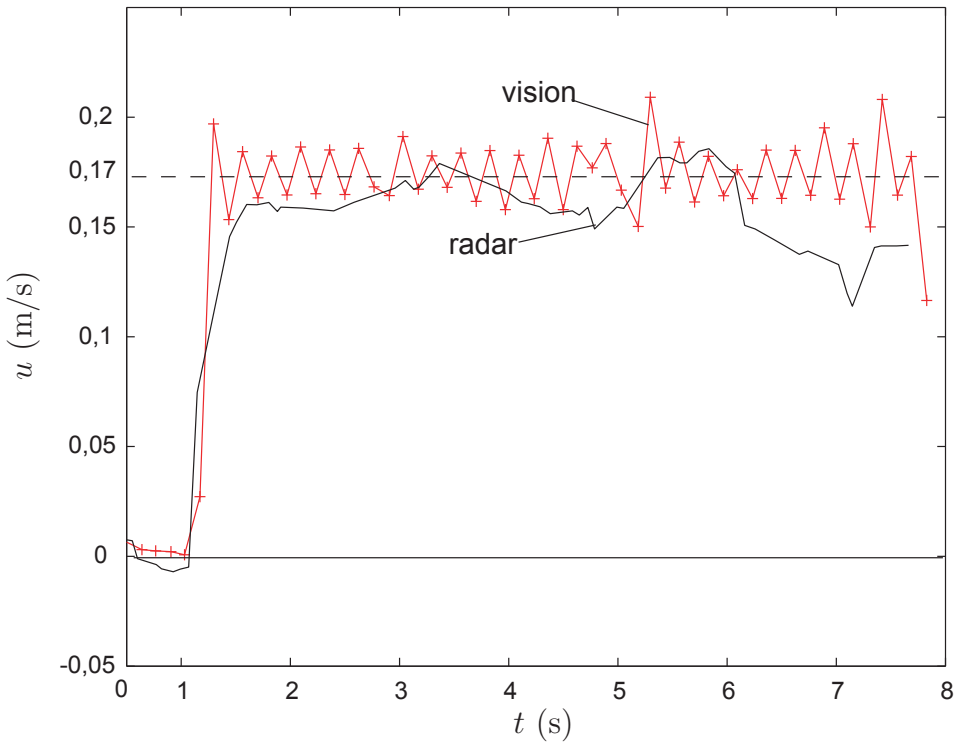


FIG. 5.17 – Comparaison des mesures vision/radar

5.4 Régulation de vitesse

La mesure de vitesse permet d'entreprendre un asservissement de la vitesse longitudinale du robot. L'expérience a été menée sur différents types de terrains (figure 5.18) : sable, gravier, béton et sol synthétique (piste d'athlétisme). On a pu constater que le radar fournit un signal d'une puissance suffisante pour être exploitée sur tous ces sols.

Pour asservir la vitesse du robot, indépendamment du glissement, on peut utiliser, sur chacune des roues, la loi de commande suivante :

$$\omega_i^* = \frac{u^*}{R_e} + K_v\,(u^* - u) \qquad i \in [0,3] \tag{5.20}$$

où u^* est la vitesse longitudinale de plateforme désirée et K_v un gain positif. R_e est le rayon effectif mesuré des roues. ω_i^* est la vitesse de rotation désirée de la roue i.

Les figures 5.19 et 5.20 illustrent une expérience mettant en évidence les possibilités de commande de vitesse sur un sol de béton. La vitesse désirée est de 0,2 m/s. Le système est perturbé en simulant des dysfonctionnements d'actionneurs : certaines roues sont bloquées intentionnellement.

Puisque la vitesse longitudinale est asservie, le cap du véhicule change au cours du déplacement car le blocage des roues n'est pas symétrique par rapport au plan sagittal.

Comme on peut le voir sur la figure 5.19, la vitesse estimée suit grossièrement la vitesse désirée. La durée caractéristique de convergence pour cet échelon de vitesse peut être évaluée à 2 s, ce qui est relativement long. Cela s'explique par les faibles performances du filtre de Kalman, induites par l'importance des bruits de mesure.

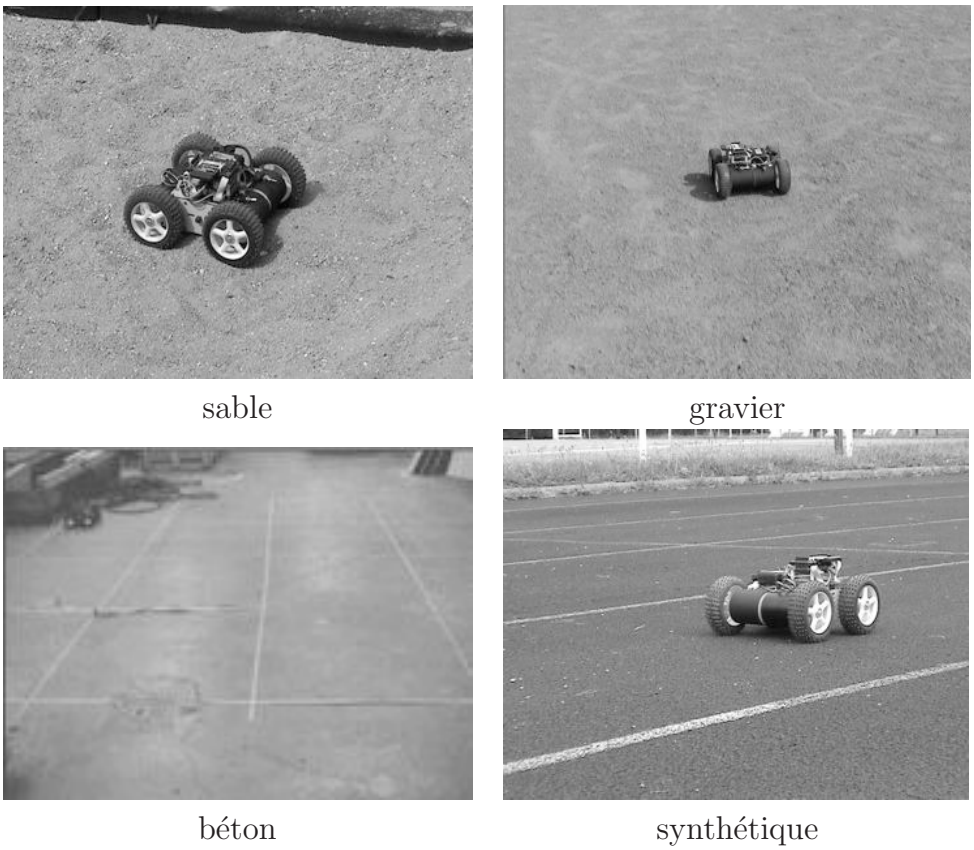


Fig. 5.18 – Terrains testés

Dans cet essai, la roue 0 (arrière gauche) est bloquée pendant 4 s, puis c'est la roue 1 (arrière droite) qui est bloquée (figure 5.20). Les taux de glissement correspondants passent à -1 en accord avec l'expression de s proposée au chapitre 3. Les roues non bloquées régulent la traction globale pour réaliser l'asservissement de vitesse, et cela se reflète sur leurs taux de glissement respectifs.

Ce résultat montre que le robot peut réguler grossièrement sa vitesse même en présence de sévères conditions de glissement.

5.5 Conclusion

Nous avons développé et validé expérimentalement un dispositif multi-capteurs permettant de mesurer la vitesse absolue d'un robot mobile, indépendamment du contact au sol, donc des éventuels glissements des roues. Ce dispositif est composé d'un radar à effet Doppler couplé à un accéléromètre. Un algorithme de fusion par filtre de Kalman a été utilisé. On obtient une estimation de la vitesse longitudinale en temps réel, ce qui permet de mesurer les taux de glissements de chaque roue.

L'utilisation d'un radar Doppler présente des caractéristiques intéressantes par rapport à d'autres systèmes. Bien qu'il soit relativement lent, en particulier pour la gamme de vitesses de notre véhicule, c'est un capteur embarqué autonome, léger, peu encombrant,

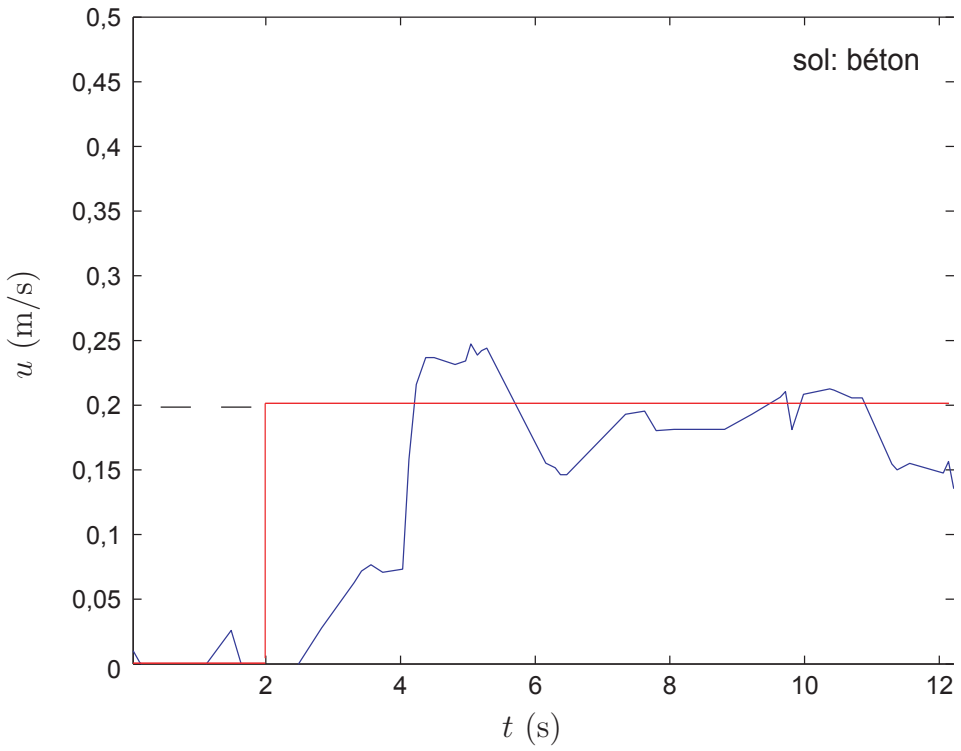


FIG. 5.19 – Vitesse du robot en asservissement de vitesse

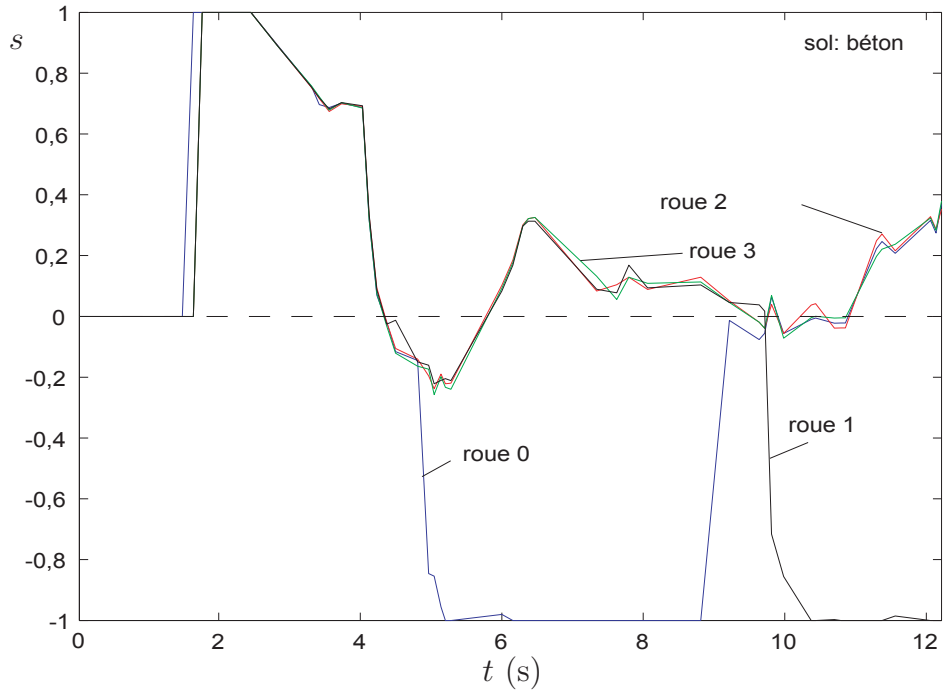


FIG. 5.20 – Taux de glissement en asservissement de vitesse

qui s'adapte à une grande variété de terrains et qui ne présente pas de phénomène de dérive. Sa consommation énergétique est faible par rapport à la consommation globale du robot.

La qualité du capteur utilisé ne permet pas d'atteindre une grande précision. Cependant, elle est suffisante pour réaliser un asservissement de vitesse rejetant des perturbations sévères.

Dans la commande basée modèle que nous avons présentée précédemment, le taux de glissement, résultant des forces de traction désirées, est lui-même asservi. Cela suppose la mise en place de deux outils : l'implémentation pratique de la régulation du taux de glissement et l'identification *in situ* des paramètres du modèle d'interaction roue-sol.

Chapitre 6

Identification de sol et régulation des glissements

Nous avons montré précédemment que la mesure du taux de glissement de chaque roue d'un robot mobile, en valeur algébrique, est accessible en temps réel grâce à des capteurs embarqués. Il est alors possible d'asservir les taux de glissement sur des consignes précalculées en faisant varier les couples moteurs, comme dans les simulations du chapitre 3, ou uniquement les vitesses de rotation.

Nous nous intéressons ici à la génération de la consigne de glissement longitudinal. En effet, d'après le modèle d'interaction roue-sol sélectionné, la force de contact longitudinale dépend du taux de glissement, les paramètres du modèle et la charge normale étant constants. Ainsi, il est possible d'établir une commande indirecte en effort en régulant le taux de glissement, à condition de disposer d'une estimation réaliste des paramètres du modèle. C'est ce que nous appelons l'« identification de sol ».

Nous présentons d'abord une expérience préliminaire pour mettre en évidence l'influence du glissement du véhicule sur son déplacement, sur un sol particulièrement difficile.

Puis l'approche choisie pour l'identification des paramètres du modèle est présentée. Nous exposons aussi les potentialités de la régulation de glissement sur différents sols.

6.1 L'identification de sol dans la littérature

L'identification des paramètres du modèle d'interaction roue-sol est un problème fondamental largement étudié dans le domaine des véhicules terrestres. Nous présentons dans ce paragraphe une revue succincte des différentes approches.

Dans l'automobile, où les modèles utilisés sont souvent très complexes et « surparamétrés », l'identification est généralement effectuée avec des instruments spécifiques, soit *in situ*, avec des véhicules adaptés [Heimann *et al.* 2006], soit *ex situ*, en plaçant une roue réelle dans un environnement totalement contrôlé [Beato *et al.* 2000]. En exploitation, lorsque ces modèles sont intégrés dans des systèmes de commande (ABS par exemple), les modèles deviennent relativement simples.

Dans le domaine des véhicules agricoles, la situation est analogue, mais ici les systèmes

de commande servent surtout à optimiser les tâches d'exploitation (ensemencement, épandage, etc.)

Dans le cas des véhicules terrestres autonomes, le problème est rendu plus complexe par l'absence d'un opérateur qui peut utiliser son expérience du terrain. Cette connaissance doit être transférée dans le calculateur embarqué. L'identification du sol devient cruciale pour des applications en terrain naturel faiblement cohésif, ce qui est typiquement le cas pour l'exploration planétaire. Cela a motivé un grand nombre d'études sur le sujet.

En se limitant à l'identification de sol *in situ*, plusieurs auteurs ont proposé des algorithmes dans ce sens, comme [Iagnemma *et al.* 2002, 2003; Yoshida et Hamano 2002a; Ojeda *et al.* 2006] pour des robots à roues d'exploration planétaire ou [Song *et al.* 2004] pour des véhicules à chenilles, mais le glissement n'est pas mesuré à l'aide d'un capteur de vitesse embarqué.

6.2 Impact du glissement sur le mouvement

La présence d'un glissement important sur une ou plusieurs roues peut dégrader sensiblement les performances des lois de commande cinématiques, basées sur l'hypothèse du roulement sans glissement, comme le montrent les figures 6.1 et 6.2.

Pour mettre en évidence l'impact du glissement, on réalise une expérience de déplacement longitudinal du prototype avec une loi de commande classique du type :

$$\omega_i^* = \frac{v^*}{R_e} \qquad i \in [0,3] \tag{6.1}$$

où v^* et ω_i^* sont respectivement la vitesse désirée de la plateforme et les vitesses de rotation des roues. La vitesse de rotation des moteurs est asservie par des correcteurs PID. Le rapport cyclique pwm_i de la tension aux bornes de chaque moteur est calculé par :

$$pwm_i = K_d\left(\dot{\omega}_i^* - \dot{\omega}_i\right) + K_p\left(\omega_i^* - \omega_i\right) + K_i \int \left(\omega_i^* - \omega_i\right) dt \qquad i \in [0,3] \tag{6.2}$$

et les gains K_p, K_d et K_i sont réglés empiriquement.

Le robot se déplace sur un sol de sable sec. La vitesse désirée est fixée à $v^* = 0,3\ m/s$.

Sur la courbe 6.2, on constate que les quatre taux de glissement sont presque confondus. En effet, les vitesses de rotation sont très proches puisque les vitesses de rotation désirées ω_i^* sont les mêmes. Les différences proviennent principalement de légères différences de la force normale (dues à la répartition du poids) et des variations du terrain entre les roues. La valeur initiale -1 n'a pas de sens physique et provient du délai du calcul de la vitesse v de la plateforme.

On constate que la traction est assez irrégulière. À t=3 s par exemple, la vitesse v est quasiment nulle, et le taux de glissement est égal à 1. Les roues « patinent », mais retrouvent rapidement une certaine force de traction puisque la vitesse augmente. Elle dépasse même la valeur désirée, ce qui est dû à la fois à la lenteur de la commande des moteurs et à l'imprécision de la mesure de vitesse. Cette irrégularité de la traction provient

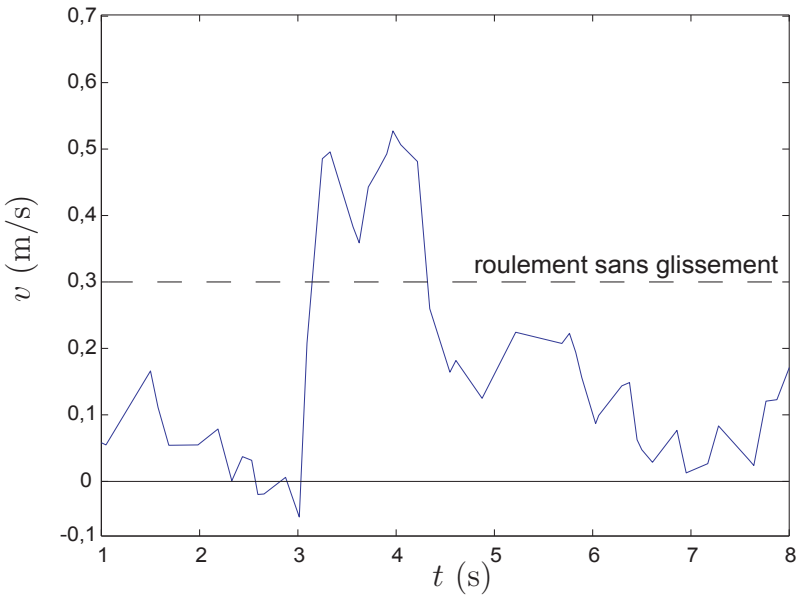


FIG. 6.1 – Vitesse de plateforme

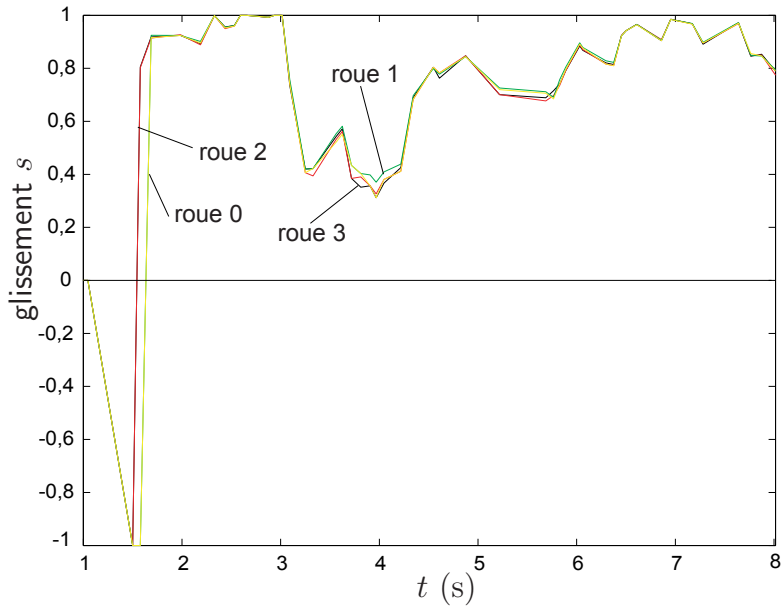


FIG. 6.2 – Évolution temporelle des taux de glissement

de l'hétérogénéité du terrain sablonneux : le sol n'est pas parfaitement plan ni horizontal, et des impuretés (cailloux, humidité locale) peuvent perturber la traction.

Il s'avère que le véhicule finit par s'enliser au bout de quelques secondes. La vitesse ne converge pas vers la vitesse désirée mais s'approche de zéro. En conséquence, le taux de glissement est proche de 1, et les roues tournent à haute vitesse, ce qui est hautement inefficace du point de vue de la traction et de la consommation énergétique.

6.3 Identification des paramètres du sol

Nous cherchons à identifier les paramètres du sol à partir des capteurs et des actionneurs disponibles sur le robot.

Plusieurs stratégies sont possibles, de la constitution d'une base de données de terrains avec mécanisme de sélection, à l'utilisation d'outils de mesure spécifiques type bévamètre embarqué (cf. figure 2.18). Nous nous imposons la contrainte suivante : l'estimation doit être réalisée *in situ*, c'est-à-dire sur place, en cours d'exploration, en utilisant les organes en contact au sol déjà disponibles, à savoir les roues, et les capteurs que nous avons déjà décrits.

Il est possible d'identifier *in situ*, mais hors-ligne, certains paramètres du terrain, comme l'a montré la mission Sojourner sur Mars [Matijevic *et al.* 1997].

Nous supposons que l'environnement est homogène et que les paramètres du sol ont une variation négligeable pendant l'exécution de la tâche. Sur cette base une procédure d'estimation en deux phases peut être mise en œuvre.

6.3.1 Identification des paramètres du modèle longitudinal

Le principe consiste à faire varier le taux de glissement entre deux bornes en mesurant l'intensité des courants traversant les moteurs. Nous imposons un taux de glissement donné sur les roues avant du véhicule en commandant à la fois la vitesse de la plateforme et la rotation de ces roues. La vitesse globale du robot est régulée par la traction ou le freinage des roues arrière grâce à la commande :

$$\omega_{0,1} = \frac{v^*}{R_e} + K_v \left(v^* - v\right) \tag{6.3}$$

où v^* est une constante. Il s'agit d'une commande proportionnelle corrigeant l'écart par rapport au roulement sans glissement.

La vitesse angulaire désirée des roues avant est donnée par :

$$\omega_{2,3} = \dot{\omega}_a t \tag{6.4}$$

où $\dot{\omega}_a$ est un paramètre constant de l'expérience.

Les figures 6.3 et 6.4 montrent l'évolution réelle des vitesses des roues. Les roues avant accélèrent linéairement tandis que la vitesse de rotation des roues arrière a une évolution plus imprévisible. L'expérience a lieu entre les instants t=1 et t=20 s.

Au début de l'expérience, le véhicule est au repos ($v = 0$). La figure 6.5 montre l'évolution de la vitesse de la plateforme. La vitesse désirée est de 0,3 m/s.

Cette courbe illustre la faible précision du suivi de vitesse (± 15 %), en raison d'une grande incertitude sur l'estimation de la vitesse. Il faut aussi noter un temps caractéristique relativement long (environ 2 secondes) dû à la durée de convergence du filtre de Kalman.

La figure 6.6 montre l'évolution typique des différents taux de glissement. Le glissement des roues avant augmente lentement à partir de -1, situation de blocage, à 0,4, où les actionneurs atteignent leur vitesse maximale. Le glissement des roues arrière décroît

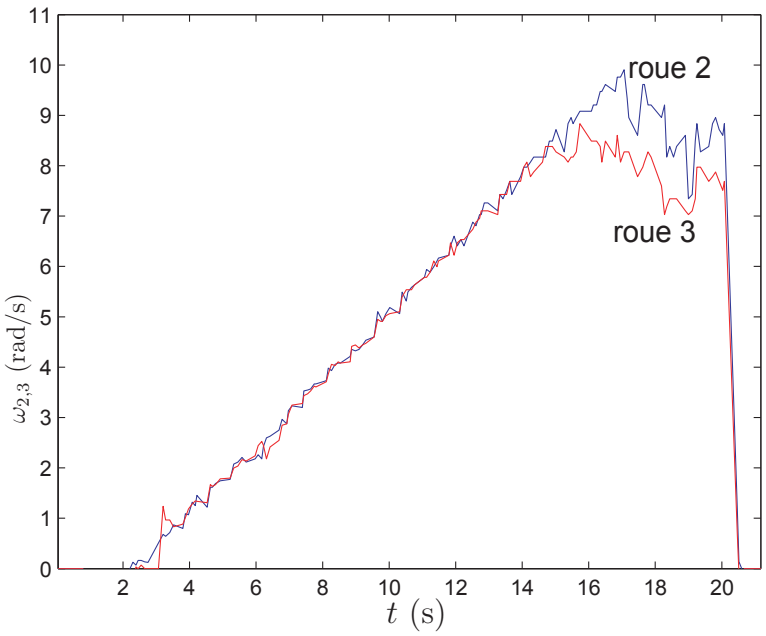


FIG. 6.3 – Vitesse angulaire des roues de test

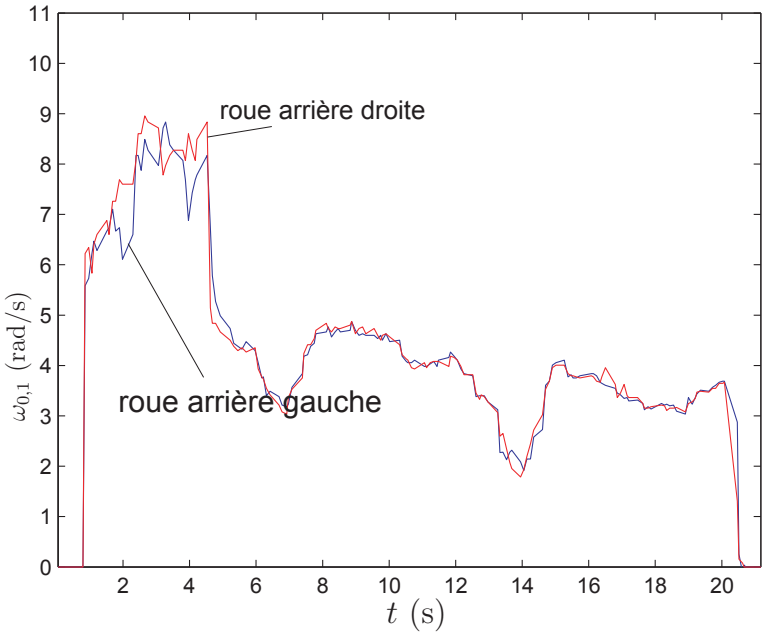


FIG. 6.4 – Vitesse angulaire des roues arrière

symétriquement pour maintenir une vitesse globale constante. À t=10 s, toutes les roues ont la même vitesse et roulent sans glisser sur le sol.

L'ensemble de la phase d'estimation dure environ 20 secondes. Les courbes des roues avant, dont la rotation propre est asservie, ont une évolution plus régulière que les courbes des roues arrière, dont la rotation dépend du mouvement d'ensemble du véhicule. Ce sont les roues arrière qui sont responsables de l'accélération ou du freinage en fonction de la vitesse de plateforme mesurée (figure 6.5). Cette mesure étant relativement imprécise, la

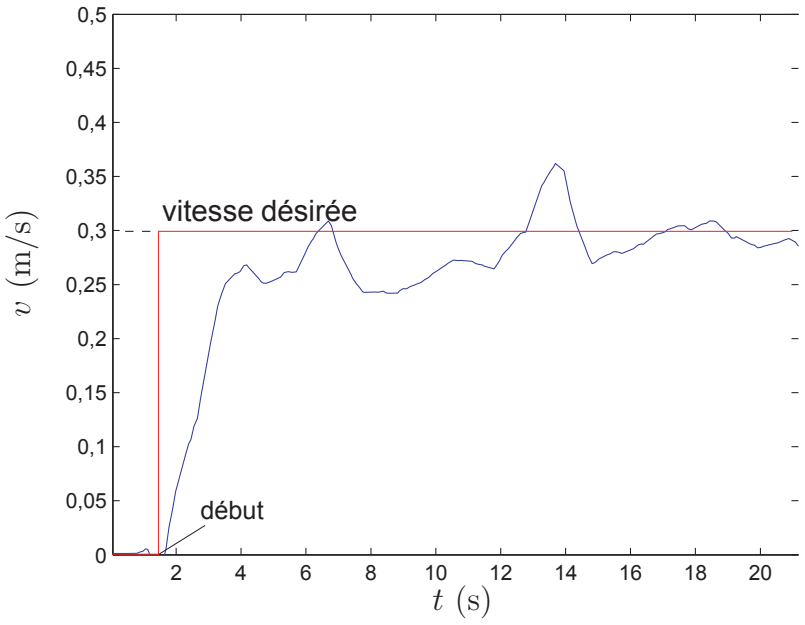


FIG. 6.5 – Régulation de la vitesse de plateforme

courbe de vitesse présente des irrégularités qui se retrouvent amplifiées sur les courbes des roues arrière.

Nous isolons la partie de la courbe correspondant à la phase de croissance du taux de glissement sur les roues de test, c'est-à-dire les roues avant (figure 6.7).

Parallèlement, les courants traversant les moteurs des roues avant, I_2 et I_3, sont mesurés. Nous obtenons alors une série de données donnant la relation glissement-intensité. Cette courbe est tracée sur la figure 6.8. Bien que la surface testée soit homogène, quasiment plane et horizontale, on obtient une courbe peu précise, en raison des bruits de mesure du courant et de la vitesse.

À partir des données, une relation expérimentale entre le glissement et la force de traction peut être tracée. Cette courbe est caractéristique de l'interaction roue-sol longitudinale.

En outre, le modèle dynamique d'une roue peut s'écrire :

$$\Gamma_i = K_\Gamma I_i = \Gamma_{ri} + J_r \dot{\omega}_i + R_e F_{ti} \qquad i \in [0,3] \tag{6.5}$$

où F_{ti} est la force de traction brute et I_i l'intensité du courant consommé par le moteur i. K_Γ est un paramètre du motoréducteur (constante de couple) et Γ_{ri} le couple résistant pour la roue i. R_e est le rayon effectif des roues.

La valeur de K_Γ est donnée par les spécifications du constructeur (K_Γ=0,265 Nm/A). La valeur de chaque couple résistant a été identifiée expérimentalement en mesurant les courants I_i pour différentes vitesses de rotation stationnaires ω_i, les roues étant non chargées. On a alors :

$$\Gamma_{ri}(\omega_i) = K_\Gamma I_i \qquad i \in [0,3] \tag{6.6}$$

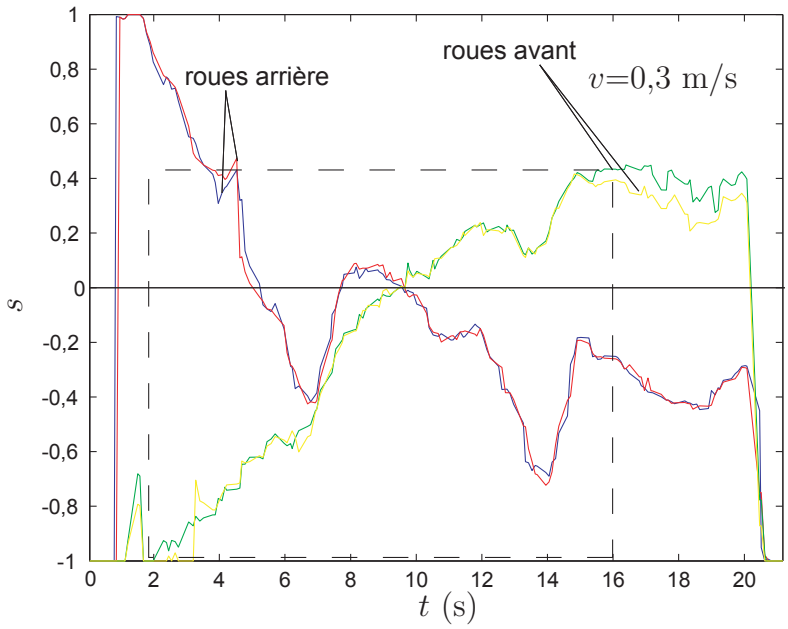


FIG. 6.6 – Taux de glissement à chaque roue pendant la procédure d'estimation

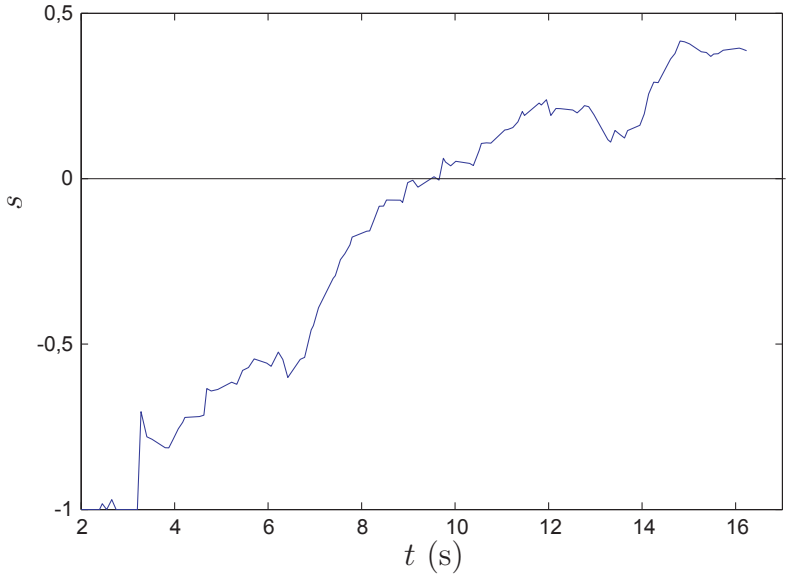


FIG. 6.7 – Taux de glissement de la roue avant droite

et on obtient des valeurs qui dépendent linéairement de la vitesse ω_i (en rad/s) :

$$\begin{cases} \Gamma_{r0} &= 1,88.10^{-3}\omega_0 + 0,03 \text{ Nm} \\ \Gamma_{r1} &= 1,62.10^{-3}\omega_1 + 0,02 \text{ Nm} \\ \Gamma_{r2} &= 1,51.10^{-3}\omega_2 + 0,03 \text{ Nm} \\ \Gamma_{r3} &= 1,46.10^{-3}\omega_3 + 0,03 \text{ Nm} \end{cases} \tag{6.7}$$

De même, le moment d'inertie J_r du couple roue-motoréducteur peut être identifié

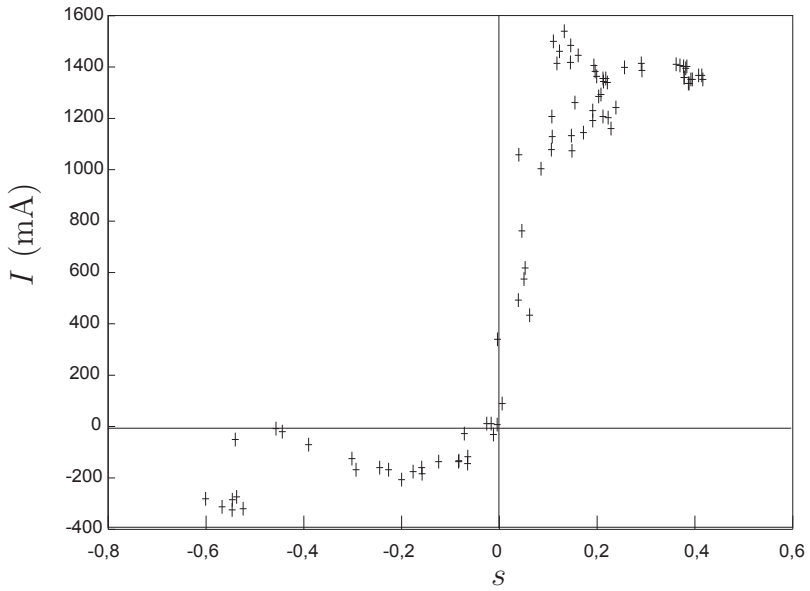


FIG. 6.8 – Relation glissement-intensité

expérimentalement en appliquant une accélération constante à vide :

$$J_r = \frac{K_\Gamma I_i - \Gamma_{ri}(\omega_i)}{\dot{\omega}_i} \qquad i \in [0,3] \tag{6.8}$$

On obtient J_r=5.10^{-3} kg m^2.

Finalement, la relation glissement-force de traction peut être déterminée via le modèle dynamique (6.5) (figure 6.9).

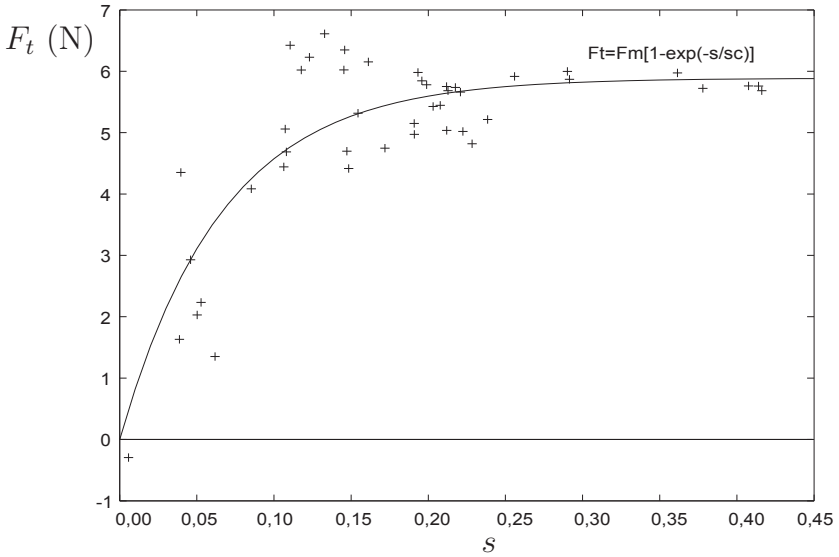


FIG. 6.9 – Relation glissement-force de traction (béton)

Nous avons réalisé cette expérience sur deux sols rigides (béton et synthétique) et deux

sols déformables (sable et gravier). Les relevés expérimentaux sont donc interpolés par des modèles d'interaction roue-sol différents.

Pour le béton, les données sont interpolées par le modèle :

$$Ft(s) = C_1 \left(1 - e^{-C_2\, s}\right) F_z \tag{6.9}$$

où C_1 et C_2 sont les paramètres à déterminer. Il s'agit d'une version simplifiée du modèle de Burckhardt (2.26, 2.27 et 2.28) où $C_3 = C_4 = C_5 = 0$, $s_l = s$ et $s_s = 0$.

Pour l'asphalte, nous avons noté que l'adhérence est si élevée que les valeurs de saturation des actionneurs sont rapidement atteintes alors que le taux de glissement demeure proche de zéro. Cette surface ne peut donc pas être caractérisée par notre prototype.

Pour le sable et le gravier, on utilise le modèle terramécanique, rappelé ici :

$$F_t(s) = (A\, c + F_z \tan\phi) \left[1 - \frac{K}{s\, l}\left(1 - e^{-s\, l/K}\right)\right] \tag{6.10}$$

Les capteurs disponibles ne permettent pas de mesurer l'enfoncement z_i des roues dans le sol. Signalons ici les travaux de [Reina *et al.* 2006] qui exploitent une méthode visuelle originale pour déterminer l'enfoncement z_i. Cette méthode, qui nécessite quatre caméras pour quatre roues, pourrait être implémentée sur un robot réel.

En conséquence, il est impossible de mesurer séparément les dimensions de l'aire de contact (l ou A). L'utilisation du modèle de contact normal 3.10 est aussi à exclure car les paramètres du sol n, k_c et k_ϕ sont inconnus.

On considère donc des paramètres « agrégés » à estimer :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} F_m & = & A\, c + F_z \tan\phi \\ s_c & = & \frac{K}{l} \end{array} \right. \tag{6.11}$$

Par analogie, notons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} F_m & = & C_1\, F_z \\ s_c & = & \frac{1}{C_2} \end{array} \right. \tag{6.12}$$

pour le béton.

Ainsi pour les données de la figure 6.9, on obtient F_m=5,9 N et s_c=0,07. En considérant toujours que le poids du véhicule est uniformément réparti, la force normale vaut F_z=7 N, ce qui donne un coefficient de frottement béton-caoutchouc μ=0,8. À titre indicatif, [Marghitu et Irwin 2001] donne pour ce couple de matériaux un coefficient μ compris entre 0,5 et 0,9.

Le résultat final de cette analyse est une comparaison entre les courbes d'interpolation des données pour différents sols testés (figure 6.10). Nous indiquons également la valeur de la force F_z. Les paramètres estimés sont rassemblés dans le tableau 6.1.

On peut remarquer que la valeur maximale de la force F_t pour le sable est inférieure à celle du gravier. Cela est probablement dû à une valeur supérieure de l'angle de friction ϕ du gravier, à cause de la présence de grains de forme très irrégulière. En outre, les roues ne sont pas lisses et la présence de sculptures peut provoquer un écart par rapport au modèle.

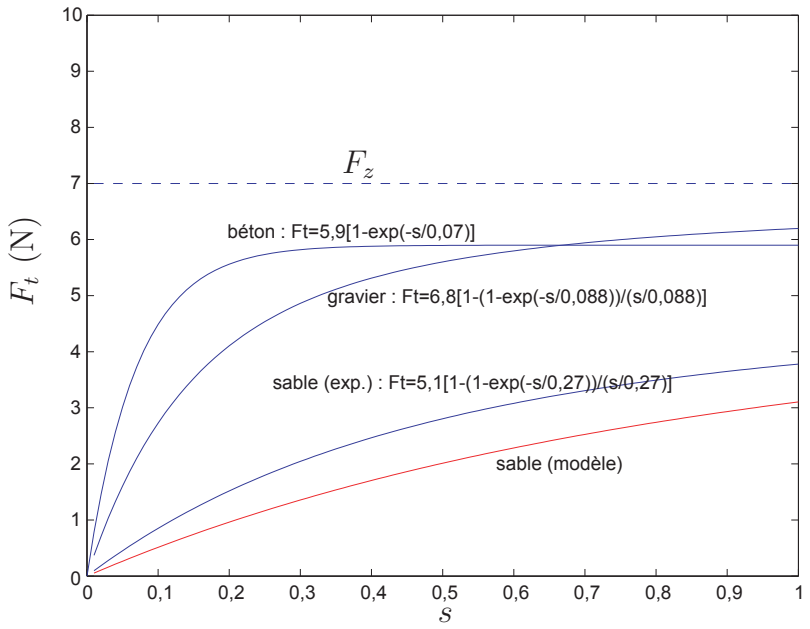


FIG. 6.10 – Interpolation des données pour plusieurs sols

TAB. 6.1 – Paramètres agrégés estimés

sol	F_m (N)	s_c
béton	5,9	0,07
sable	5,1	0,27
gravier	6,8	0,088

Pour le sable, on peut établir une comparaison entre la courbe expérimentale et la courbe théorique calculée à partir de 6.10. Les paramètres (c=1040 Pa, ϕ=28° et K=2 cm) sont extraits de la littérature ([Wong 2001], sable sec, données du Land Locomotion Lab). On a mesuré la valeur de l directement sur la trace laissée par une roue immobile dans le sable.

La différence est relativement grande, de l'ordre de 1 N, soit 30 %, mais l'ordre de grandeur absolu et l'allure de la courbe sont tout à fait comparables.

6.3.2 Identification des paramètres du modèle latéral

Pour identifier les paramètres du modèle latéral, on impose une vitesse de rotation croissante de la plateforme, mesurée par un gyromètre (figure 6.11). Initialement, le robot est immobile. La position de la plateforme est quasiment constante (ce qui se vérifie par un système de vision). Les couples moteurs nécessaires pour produire ce mouvement sont déterminés à partir de la mesure des courants et de la constante de couple. Grâce au modèle dynamique de la roue, on en déduit les forces de traction.

On se sert alors de la dynamique globale du véhicule pour déterminer les forces latérales F_{li}.

Comme on peut calculer les vitesses de glissement latérales v_{yi} à partir de la vitesse de

rotation de la plateforme, on est en mesure de tracer la relation $F_{li} - v_{yi}$, puis d'estimer les paramètres.

Cette méthode s'apparente à celle de [Ojeda *et al.* 2005] en incluant la dynamique du mouvement. Cependant, l'auteur ne considère que les courants moteurs pour discriminer le type de sol et ne va pas jusqu'à l'estimation de ses paramètres.

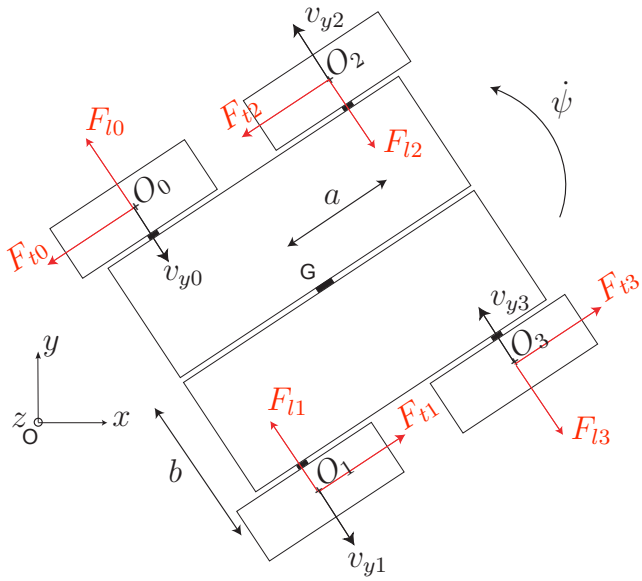


FIG. 6.11 – Schéma du robot mobile en rotation

Le modèle dynamique d'une roue i s'écrit :

$$J_r\dot{\omega}_i = K_\Gamma I_i - F_{ti}R_e \qquad i \in [0,3] \tag{6.13}$$

soit :

$$F_{ti} = \frac{1}{R_e}\left(K_\Gamma I_i - J_r\dot{\omega}_i\right) \qquad i \in [0,3] \tag{6.14}$$

où I_i et $\dot{\omega}_i$ sont mesurés.

D'autre part, la dynamique du véhicule en rotation s'écrit (avec les conventions de la figure 4.4) :

$$J_z\ddot{\psi} = b\sum_{i=0}^{3}|DP_i| - a\sum_{i=0}^{3}|F_{li}| \tag{6.15}$$

Puisque nous ne sommes pas en mesure de déterminer la résistance au roulement, nous faisons l'hypothèse suivante : $DP_i = F_{ti} \quad i \in [0,3]$.

Bien que la charge normale soit légèrement différente entre les quatre roues en raison de l'incertitude de la position du centre de masse, on peut considérer que :

$$\begin{cases} |F_{ti}| &= F_t \\ |F_{li}| &= F_l \end{cases} \tag{6.16}$$

pour $i \in [0,3]$. La force latérale se calcule donc par :

$$F_l = \frac{1}{a}\left[\frac{b}{R_e}\left(K_\Gamma I - J_r\dot{\omega}\right) - \frac{1}{4}J_z\ddot{\psi}\right] \tag{6.17}$$

où I et ω sont respectivement les moyennes des courants I_i et des vitesses de rotation ω_i.

Pour imposer une rotation de la plateforme, on élabore une commande simple en vitesse de type PID :

$$pwm_i = K_d\left(\dot{\omega}_i^* - \dot{\omega}_i\right) + K_p\left(\omega_i^* - \omega_i\right) + K_i \int \left(\omega_i^* - \omega_i\right) dt \qquad i \in [0,3] \tag{6.18}$$

avec :

$$\omega_i^* = \dot{\omega}_a t \qquad i \in [0,3] \tag{6.19}$$

où $\dot{\omega}_a$ est une constante.

D'autre part, la vitesse de glissement latérale pour chaque roue est donnée par :

$$|v_y| = |v_{yi}| = a\dot{\psi} \qquad i \in [0,3] \tag{6.20}$$

Pour illustrer cette procédure, on présente les courbes obtenues pour une expérience menée sur une surface de béton (où l'hypothèse $DP_i = F_{ti}$ est la plus vraisemblable). La figure 6.12 montre l'évolution des vitesses de rotation mesurées par les gyromètres selon les 3 axes liés au robot. On constate qu'il existe un biais sur les mesures ω_x et ω_y qui provient des défauts d'alignement et des biais propres au capteur. La vitesse de rotation selon **z** donne la vitesse de rotation de la plateforme ($\omega_z = \dot{\psi}$).

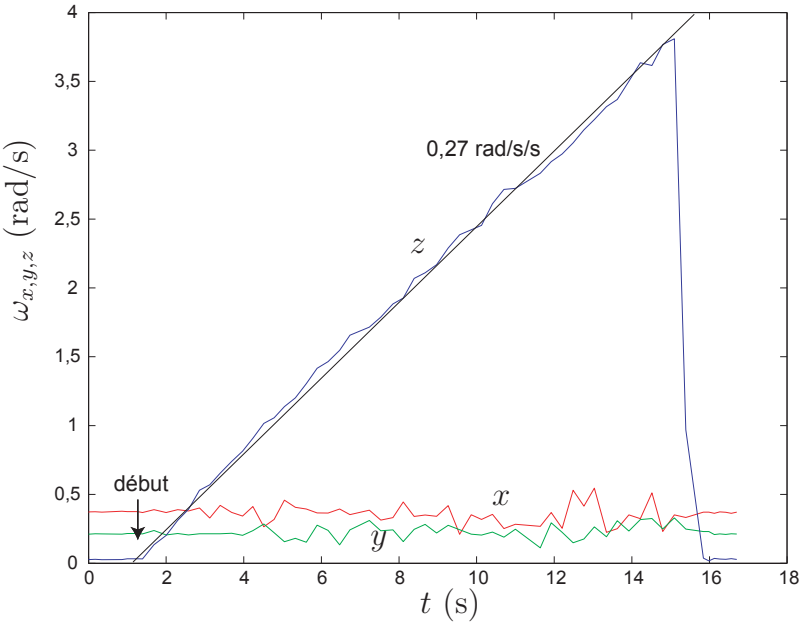


FIG. 6.12 – Vitesse de rotation mesurée par les gyromètres

Les figures 6.13 montrent l'évolution croissante des vitesses de rotation des roues pendant la procédure d'estimation, permettant de générer une force de traction également croissante.

Le moment d'inertie du véhicule J_z selon **z** n'est pas connu. On peut néanmoins l'évaluer en assimilant le véhicule à un disque de rayon $R_v = \max(a,b)$ et en appliquant la formule $J_z = \frac{1}{2}MR_v^2$. On obtient J_z=2.10^{-2} kgm^2 et un moment inertiel $J_z\ddot{\psi}$=6.10^{-3} Nm,

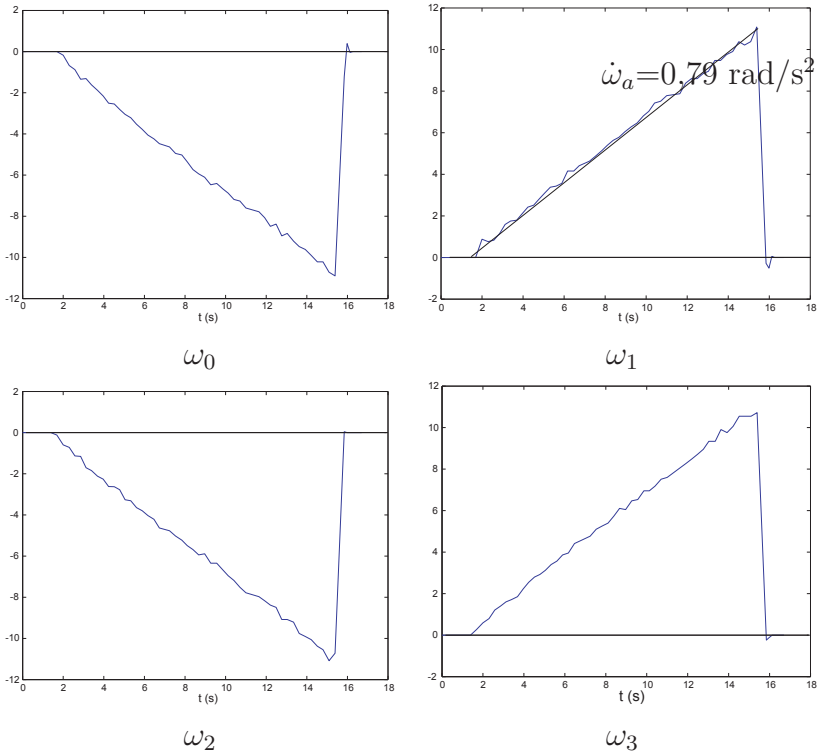


FIG. 6.13 – Rotation des roues (rad/s)

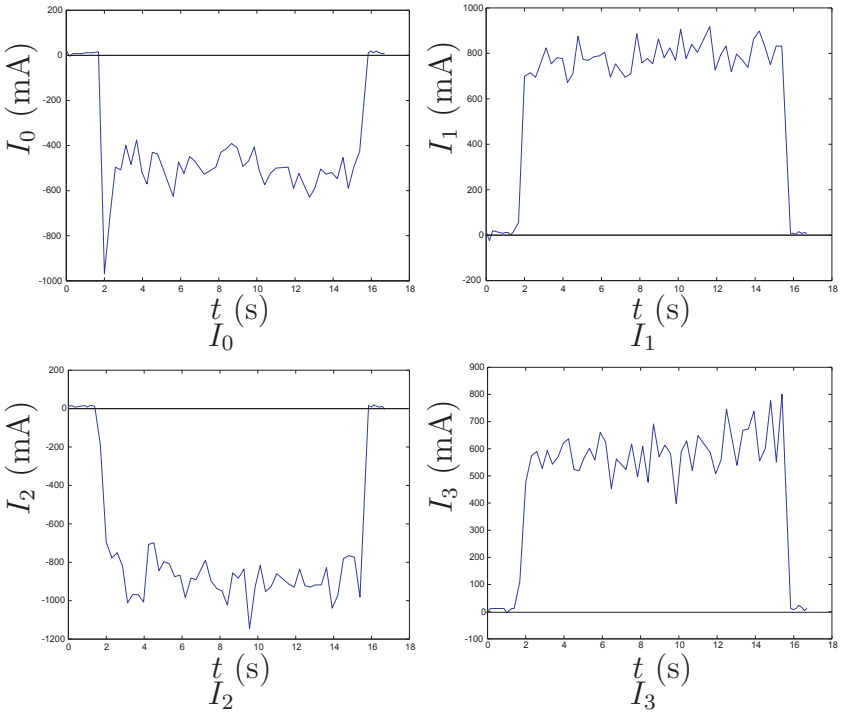


FIG. 6.14 – Courants mesurés (mA)

qui peut être considéré comme négligeable par rapport au moment exercé sur la plate-forme par les forces de contact. Cette hypothèse est vérifiée en considérant les valeurs

numériques des forces de contact, de l'ordre de quelques newtons.

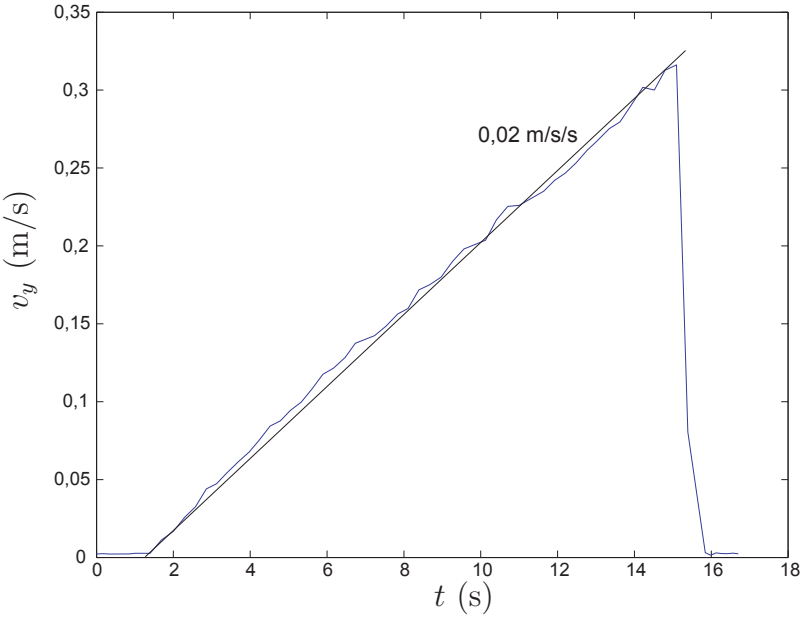


Fig. 6.15 – Évolution temporelle de la vitesse de glissement latérale

La mesure gyrométrique de la vitesse de rotation propre de la plateforme permet de calculer la moyenne des vitesses latérales (figure 6.15). Parallèlement, à partir des mesure des intensités des courants moteurs (figures 6.14), on calcule la moyenne des forces latérales (figure 6.16).

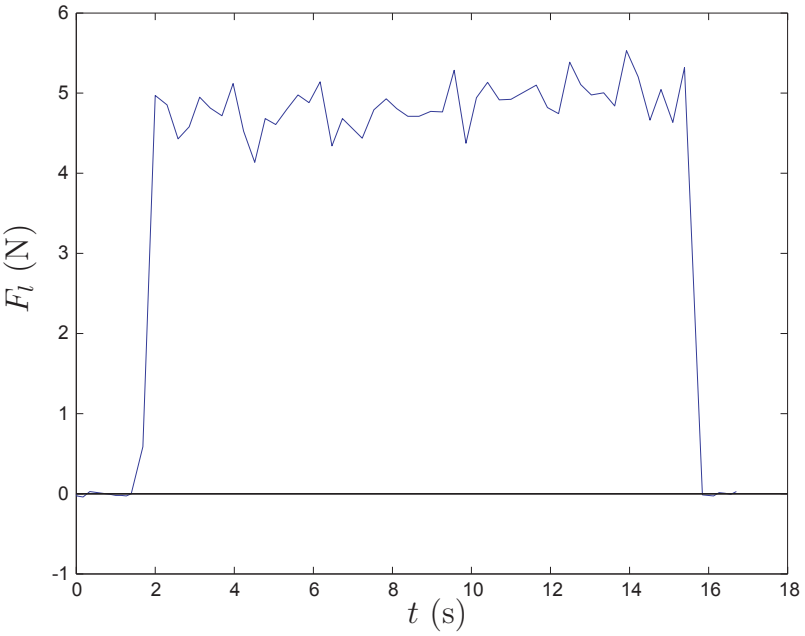


Fig. 6.16 – Évolution temporelle de la force latérale moyenne

Le résultat de l'estimation latérale se trouve sur la figure 6.17. On obtient une caractéristique constante en fonction de la vitesse, comme on pouvait s'y attendre sur cette

surface.

En modélisant cette interaction comme une loi de Coulomb, on trouve un coefficient de Coulomb de 0,7, proche du coefficient de 0,8 trouvé précédemment. En réalité ces deux coefficients devraient être identiques, puisque le couple de matériaux est le même.

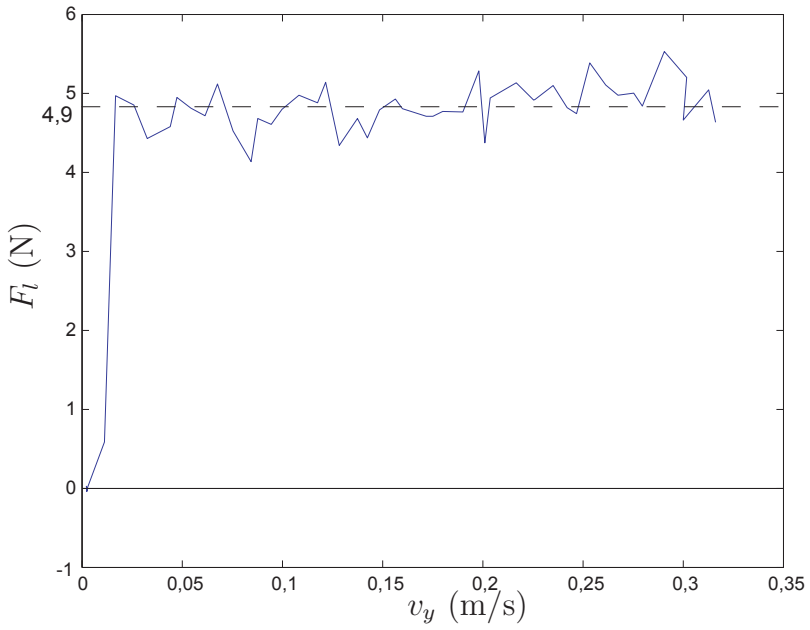


FIG. 6.17 – Force latérale en fonction de la vitesse latérale

6.3.3 Scénario d'exploration

La procédure que nous avons décrite peut être intégrée dans un scénario d'exploration synthétisé par l'organigramme 6.18. D'abord les paramètres d'interaction roue-sol sont estimés. Puis le robot accomplit sa tâche, comme par exemple le suivi d'un chemin prédéterminé à haute vitesse. À tout moment, si un capteur tiers détecte un changement de l'environnement (par exemple une caméra vidéo enregistrant une variation de couleur ou de texture [Kim *et al.* 2006]), le robot interrompt sa tâche et commence une nouvelle procédure d'estimation du sol.

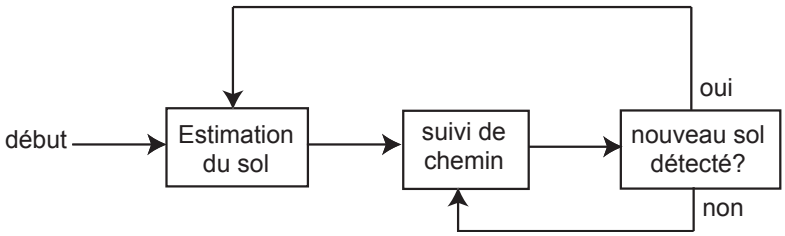


FIG. 6.18 – Scénario d'exploration

6.4 Régulation du glissement

Pour chaque roue, le taux de glissement réel est estimé. Il est possible d'implémenter la loi de commande PID étudiée au paragraphe 4.3 pour mettre en œuvre une régulation du taux de glissement.

La loi de commande suivante est implémentée pour chaque roue :

$$pwm_i = K_{ps}\left(s_i^* - s_i\right) + K_{is}\int\left(s_i^* - s_i\right)dt \tag{6.21}$$

où pwm_i est le rapport cyclique de la tension variable appliquée au moteur i. K_{ps} et K_{is} sont des gains positifs.

La figure 6.19 montre des exemples de commande de glissement d'une roue isolée sur plusieurs surfaces. La valeur désirée est 0,4. Les autres roues glissent très peu.

Le suivi de la valeur désiré est relativement satisfaisant pour le béton, beaucoup plus grossier pour le sable et le gravier, où le sol est très hétérogène. Le principal facteur pénalisant demeure l'imprécision sur la mesure de vitesse réelle du robot. Signalons que, dans cette expérience, le cap du véhicule varie car l'asymétrie des taux de glissement entraîne une différence de forces de traction entre les côtés du robot.

À cause de la faible puissance mécanique disponible, il n'est pas possible de réaliser cette expérience sur toutes les roues simultanément.

Il est ainsi démontré en simulation (chapitre 4) et sur un robot réel, que la commande PID convient pour cet asservissement.

6.5 Limites du prototype

Le robot a des performances trop limitées pour pouvoir valider expérimentalement l'architecture de commande présentée au chapitre 4. La vitesse maximale ne dépasse pas 1,1 m/s, ce qui est trop faible pour observer des dérapages significatifs en virage. De plus, dans cette gamme de vitesse, la précision de mesure de vitesse est pénalisante et limite la précision du taux de glissement. Par conséquent, l'estimation des paramètres du modèle longitudinal manque de précision. De même, la régulation du taux de glissement est peu précise, ainsi que les forces de traction générées.

En raison de sa petite taille, le véhicule est fortement perturbé par l'état de surface du sol, notamment sur du gravier, ce qui dégrade encore la précision des mesures.

En outre, le couple moteur est limité par la puissance électrique disponible et par la carte électronique de pilotage des moteurs, qui interdit le passage de courants supérieurs à 1 A pour chaque moteur. Ainsi, la dynamique du véhicule demeure faible.

Comme nous l'avons vu, la mesure des courants est, elle aussi, relativement imprécise, et son rapport signal/bruit est faible.

Le signal de commande de bas niveau est, en dernière instance, le rapport cyclique de la tension aux bornes des moteurs, et non le courant. Cela constitue une différence par rapport aux simulations du chapitre 4, bien qu'il soit tout de même possible de réguler le taux de glissement. La carte électronique de commande dont nous disposons ne permet pas de réaliser un asservissement de courant.

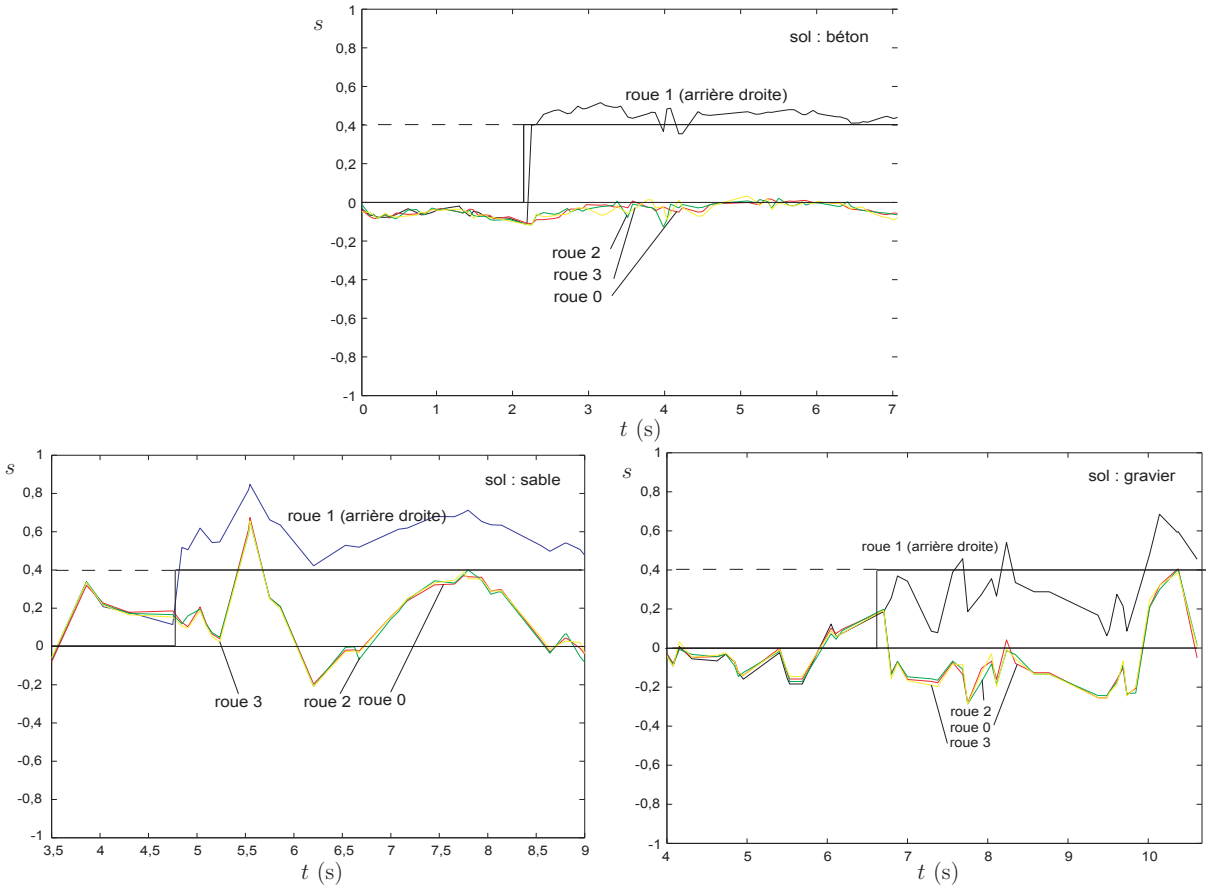


FIG. 6.19 – Régulation du glissement pour une roue

Enfin, pour la commande de trajectoire, la position relative du véhicule par rapport au point de référence doit être connue. Nous manquons d'un dispositif de mesure qui permettrait de mesure l'écart à la trajectoire d, à partir d'un positionnement absolu (GPS, etc.) ou relatif (vision, balayage laser, etc.). Il est toutefois possible de réaliser un asservissement de cap à partir des mesures des magnétomètres de la centrale inertielle.

En raison de ces limites matérielles, il n'a pas été possible de tester l'architecture de commande proposée en suivi de trajectoire à haute vitesse. Malgré tout, les résultats positifs en régulation de glissement et en estimation de sol permettent d'envisager la commande basée modèle de robots mobiles rapides dotés des capteurs appropriés.

6.6 Conclusion

L'estimation de la vitesse absolue du véhicule a permis la mesure des taux de glissements pour chacune des roues.

Un protocole simple d'estimation de paramètres agrégés du modèle d'interaction roue-sol a été conçu, implémenté et testé. Cette procédure se déroule en deux étapes. On identifie d'abord la caractéristique force longitudinale-glissement en imposant les glissements de certaines roues et en mesurant les courants. Puis on identifie la caractéristique

force latérale-vitesse latérale en imposant un mouvement rotatif de la plateforme.

Nous avons montré par ailleurs qu'il est possible d'asservir le taux de glissement en utilisant une commande PID, ce qui permet, en définitive, de connaître les efforts de traction longitudinaux générés par les roues sur le sol, et donc de maîtriser le comportement du robot mobile sur un terrain glissant.

Les limites mécaniques, électriques et perceptives de notre prototype ne nous ont pas permis de poursuivre l'étude jusqu'à la validation sur site du suivi de trajectoire à haute vitesse. Cependant, les résultats obtenus confirment la validité de l'approche utilisée pour un véhicule dont le niveau technologique dépasserait le niveau de notre prototype.

Conclusion et perspectives

Il nous semble que ce mémoire présente une approche originale du problème du déplacement d'un véhicule autonome à roues tout-terrain. L'idée centrale est l'intégration d'un modèle de contact roue-sol dans l'architecture de commande.

Nous nous sommes restreint à l'étude d'un type de véhicule particulier, un véhicule à quatre roues motrices indépendantes mais non directionnelles, et ceci pour deux raisons principales. Sa modélisation cinématique et dynamique est relativement simple. Ce type de véhicule est particulièrement robuste en raison de la simplicité de sa conception, et se prête donc bien à notre étude.

Contributions

Nous pouvons mettre en évidence deux contributions principales, une d'ordre théorique, relative à la commande de véhicule à haute vitesse sur sol naturel, et une d'ordre pratique et technologique, concernant l'estimation du glissement d'un robot mobile et ses implications.

L'utilisation d'un modèle d'interaction roue-sol quantitatif a des conséquences théoriques et pratiques importantes. Il faut avant tout choisir un paradigme de modélisation afin qu'il puisse être utilisé en simulation et pour la commande.

Une étude bibliographique des différentes méthodes de modélisation du contact entre l'organe locomoteur du robot mobile et le sol a fait apparaître que le modèle terramécanique était le plus approprié. En effet, dans le cadre d'une architecture de commande prenant en compte explicitement les glissements et les efforts de traction, il s'agit d'un bon compromis entre, d'une part, la complexité et le réalisme du modèle, et d'autre part, la rapidité du calcul et la facilité de mise en œuvre.

Sur cette base, il a été possible de simuler un robot mobile à roues non directionnelles se déplaçant à haute vitesse (plus de 1 m/s) sur un sol à faible cohésion, avec des outils numériques classiques. Grâce à la simulation, nous avons pu élaborer une architecture de commande pour le suivi de trajectoire et de chemin. Le noyau de cette architecture est l'estimation et l'asservissement du glissement des roues. Ainsi, l'analyse en simulation du suivi de trajectoire, pour des manœuvres canoniques, a prouvé la faisabilité du concept.

En définitive, cette étude montre que la commande basée modèle d'un robot mobile sur terrain non cohésif peut permettre d'améliorer ces performances en terme de mobilité.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à l'implémentation pratique de cette architecture de commande, et plus particulièrement à l'aspect de la perception. En

effet l'estimation des glissements nécessite la connaissance de la vitesse réelle du véhicule par rapport au sol. Dans ce but nous avons développé un dispositif original de mesure constitué d'un radar à effet Doppler combiné à un accéléromètre. Ce dispositif a été validé expérimentalement et utilisé avec succès sur différents types de sol.

La mesure de vitesse a permis par la suite l'estimation des glissements et leur régulation. Afin d'établir le lien avec la première partie du mémoire, où le modèle de contact au sol est connu, nous avons conçu des protocoles d'estimation des paramètres du sol *in situ*. Une fois le modèle estimé, il est alors intégré à notre architecture de commande.

La précision de la mesure de vitesse absolue est relativement faible (de l'ordre de 10 %), en raison de la qualité des capteurs et de la gamme de vitesse atteignable, mais les résultats obtenus laissent entrevoir de bien meilleures performances avec des capteurs et des actionneurs de qualité.

En synthèse, il nous semble que nous sommes arrivés au seuil de l'implémentation complète d'une commande basée modèle de contact. Les limites de nos moyens expérimentaux actuels ne nous ont pas permis de poursuivre ce travail mais nous estimons que le domaine de la robotique mobile à haute vitesse, sur un plan théorique ou technologique, est encore largement inexploré[1].

Perspectives

Les performances limitées des capteurs et des actionneurs à notre disposition ne nous ont pas permis d'aller plus loin dans cette étude, qui demeure pourtant prometteuse à plusieurs égards.

En utilisant des actionneurs appropriés, on peut reproduire le comportement que nous avons obtenu en simulation, et ainsi réaliser une étude expérimentale du mouvement à grande vitesse sur différents sols. La mise en œuvre de capteurs adéquats peut améliorer considérablement la mesure des glissements et des couples. Cela permettrait par conséquent d'améliorer la précision de l'estimation des paramètres du modèle, ainsi que l'asservissement en glissement.

Comme continuation de cette étude, la question des roues directionnelles se pose naturellement. *Elles ajoutent une certaine complexité à la modélisation et à la commande, mais améliorent très probablement le comportement du véhicule en suivi de chemin.*

De même, il serait instructif de considérer une extension tridimensionnelle du problème, en incluant la topologie du sol, les transferts de charge entre les roues ou encore les suspensions.

Nous avons transposé directement le modèle terramécanique théorique au robot mobile à quatre roues, sans examiner plus spécifiquement la validité du modèle pour une seule roue de véhicule. Cela tient à l'indisponibilité des moyens expérimentaux adéquats. Une extension possible de ce travail pourrait être la conception et l'exploitation d'un banc d'essai permettant la mise à l'épreuve du modèle pour une roue motorisée dans des conceptions définies. En particulier, il faut étudier le comportement latéral d'une roue et l'influence de l'angle de glissement sur les efforts générés.

[1]Les premières compétitions comme le « DARPA Grand Challenge » organisées depuis 2004 aux États-Unis vont dans le sens de cette affirmation.

De manière plus générale, il est apparu que l'aspect de la modélisation du contact roue-sol pour les véhicules mobiles légers à forte dynamique est un problème qui doit être étudié plus en détail, et plusieurs phénomènes, notamment l'enlisement, restent modélisés de façon superficielle.

Bibliographie

G.E. Andrade-Barroso : *Modélisation et adaptation du mouvement de robots tout-terrain.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Maris Curie, Paris, septembre 2000.

A. Angelova, L. Matthies, D. Helmick et P. Perona : Slip prediction using visual information. *In Robotics : Science and Systems.* The MIT Press, 2006.

D. Apostolopoulos : Systematic configuration of robotic locomotion. Rapport technique, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, juillet 1996.

D. Apostolopoulos : *Analytical Configuration of Wheeled Robotic Locomotion.* Thèse de doctorat, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvanie, USA, avril 2001.

S.M. Baity : Development of a next-generation experimentation robotic vehicle (nerv) that supports intelligent and autonomous systems research. Mémoire de D.E.A., Virginia Polytechnic Institute and State University, décembre 2005.

R. Bauer, W. Leung et T. Barfoot : Experimental and simulation results of wheel-soil interaction for planetary rovers. *In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 586–591, Edmonton, Alberta, Canada, août 2005.

M. Beato, V. Ciaravola, M. Russo et A. Volpe : Lateral tyre force by a Milliken test on a flat track roadway simulator. *Vehicle System Dynamics*, 34(2):117–129, 2000.

M.G. Bekker : *Introduction to Terrains-Vehicles Systems.* The University of Michigan Press, 1969.

F. Ben Amar : *Modèles de comportement des véhicules tout terrain pour la planification physico-géométrique de trajectoires.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, juillet 1994.

D.M. Bevly, J.C. Gerdes, C. Wilson et G. Zhang : The use of GPS based velocity measurements for improved vehicle state estimation. *In American Control Conference*, volume 4, pages 2538–2542, 2000.

J.J. Biesiadecki, E.T. Baumgartner, R.G. Bonitz, B. Cooper, F.R. Hartman, P.C. Leger, M.W. Maimone, S.A. Maxwell, A. Trebi-Ollennu, E.W. Tunstel et J.R. Wright : Mars exploration rover surface operations : driving opportunity at meridiani planum. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 13(2), juin 2006.

M. Bisgaard, J.D. Bendtsen, R. Izadi-Zamanabadi, D. Vinther et K.Z. Østergaard : Sensor fusion and model verification for a mobile robot. *In IASTED International Conference on Modelling and Simulation*, Cancun, Mexique, mai 2005.

R. Bosch : *Mémento de technologie automobile.* Bosch, 3e édition, 2004.

C.A. Brooks et K. Iagnemma : Vibration-based terrain classification for planetary exploration rovers. *IEEE Transactions on Robotics*, 21(6):1185–1191, décembre 2005.

K.R. Buckholtz : Reference input wheel slip tracking using sliding mode control. *In SAE World Congress*, Detroit, Michigan, USA, mars 2002.

D. Caltabiano, D. Ciancitto et G. Muscato : Experimental results on a traction control algorithm for mobile robots in volcano environment. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 4375–4380, New Orleans, Louisiane, USA, avril 2004.

B. Cambou et M. Jean : *Micromécanique des matériaux granulaires.* Hermès, 2001.

C. Canudas-de-Wit et P. Tsiotras : Dynamic tire friction models for vehicle traction control. *In IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3746–3751, Phoenix, Arizona, USA, 1999.

C. Canudas-de-Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset et G. Gissinger : Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. *Vehicle System Dynamics*, 39(3):189–226, mars 2003.

L. Caracciolo, A. De Luca et S. Iannitti : Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2632–2638, Detroit, Michigan, USA, mai 1999.

M. Cherif et C. Laugier : Dealing with vehicle/terrain interactions when planning the motions of a rover. *In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 579–586, Munich, Allemagne, septembre 1994.

R.M. Corless, G.H. Gonnet, D.E.G. Hare, D.J. Jeffrey et D.E. Knuth : On the Lambert W function. *Advances in Computational Mathematics*, 5:329–359, 1996.

P.A. Cundall et O.D.L. Strack : Discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1), 1979.

B.M. Das : *Advanced Soil Mechanics.* Taylor & Francis, 1983.

S. Datoussaïd : *Optimisation du comportement dynamique et cinématique de systèmes multicorps à structure cinématique complexe.* Thèse de doctorat, Faculté polytechnique, Mons, Belgique, octobre 1998.

H. Dugoff, P.S. Sancher et L. Segel : Tire performance characteristics affecting vehicle response to steering and braking control inputs. Rapport technique, Highway Safety Research Institute, Institute of Science and Technology, University of Michigan, août 1969.

W.J. Fleming et A.K. Hundiwal : Radar ground speed sensors. *In IEEE Vehicular Technology Conference*, volume 35, pages 262–272, Boulder, Colorado, USA, mai 1985.

Y. Fuke et E. Krotkov : Dead reckoning for a lunar rover on uneven terrain. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 411–416, Minneapolis, Minnesota, USA, avril 1996.

D.C. Giancoli : *Physique générale – Ondes, optique et physique moderne.* de boeck, 1993.

G. Gim et P.E. Nikravesh : An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamics simulations. part 2 : Comprehensive slips. *International Journal of Vehicle Design*, 12 (1):19–39, 1991.

G. Giralt : Robots et intelligence des machines. *Cahiers du Mouvement universel de la responsabilité scientifique*, (22):27–47, 1990.

M.P. Golombek, R.A Cook, T. Economou, W.M. Folkner, A.F.C. Haldemann, P.H. Kallemeyn, J.M. Knudsen, R.M. Manning, H.J. Moore, T.J. Parker, R. Rieder, J.T. Schofield, P.H. Smith et R.M. Vaughan : Overview of the Mars Pathfinder mission and assessment of landing site predictions. *Science*, 278:1743–1748, 5 décembre 1997.

M. Grahn : Prediction of sinkage and rolling resistance for off-the-road vehicles considering penetration velocity. *Journal of Terramechanics*, 28(4):339–347, 1991.

Ch. Grand : *Optimisation et commande des modes de déplacement des systèmes locomoteurs hybrides roue-patte. Application au robot Hylos.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, décembre 2004.

A. Grecenko : Some applications of the slip and drift theory of the wheel. *In International Conference of Society of Terrain Vehicle Systems*, Detroit, Michigan, USA, 1975.

D.M. Grimes et T.O. Jones : Automotive radar : A brief review. *Proceedings of the IEEE*, 62(6):804–822, juin 1974.

E.J. Haug, D. Negrut, R. Serban et D. Solis : Numerical methods for high speed vehicle dynamic simulation. *Mechanics of Structures and Machines*, 27(4):507–533, 1999.

B. Heimann, N. Bouzid et A. Trabelsi : Road-wheel interaction in vehicles – A mechatronic view of friction. *In IEEE International Conference on Mechatronics*, pages 137–143, Budapest, Hongrie, juillet 2006.

D.M. Helmick, Y. Cheng, D.S. Clouse, M. Bajracharya, L.H. Matthies et S.I. Roumeliotis : Slip compensation for a mars rover. *In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2806–2813, Edmonton, Alberta, Canada, août 2005.

H.R. Hertz : Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 92:156–171, 1882.

M. Hiemer : *Model based detection and reconstruction of road traffic accidents*. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005.

S. Hirose : Three basic types of locomotion in mobile robots. *In IEEE International Conference on Advanced Robotics*, volume 1, pages 12–17, Pise, Italie, juin 1991.

W.T. Jr. Huntress, V.I. Moroz et I.L. Shevalev : Lunar and planetary robotic exploration missions in the 20th century. *Space Science Reviews*, 107:541–649, juillet 2003.

T. Huntsberger, H. Aghazarian, Y. Cheng, E.T. Baumgartner, E. Tunstel, C. Leger, A. Trebi-Ollennu et P.S. Schenker : Rover autonomy for long range navigation and science data acquisition on planetary surfaces. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3161–3168, Washington, DC, USA, mai 2002.

K. Iagnemma et S. Dubowsky : *Mobile Robots in Rough Terrain*. Springer, 2004a.

K. Iagnemma et S. Dubowsky : Traction control of wheeled robotic vehicles with application to planetary rovers. *International Journal of Robotics Research*, 23(10): 1029–1040, octobre 2004b.

K. Iagnemma, S. Kang, C. Brooks et S. Dubowsky : Multi-sensor terrain estimation for planetary rovers. *In International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, Nara, Japon, mai 2003.

K. Iagnemma, H. Shibly et S. Dubowsky : On-line terrain parameter estimation for planetary rovers. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3142–3147, Washington, DC, USA, mai 2002.

K. Imou, M. Ishida, T. Okamoto, Y. Kaizu, A. Sawamura et N. Sumida : Ultrasonic Doppler sensor for measuring vehicle speed in forward and reverse motions including low speed motions. *CIGR Journal of Scientific Research and Development*, 3, octobre 2001.

A. Ishimaru : Wave propagation and scattering in random media and rough surfaces. *Proceedings of the IEEE*, 79(10):1359–1366, octobre 1991.

Z. Janosi : An analysis of deformable pneumatic tire performance on deformable soil. *In ISTVS International Conference on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems*, 1961.

Z. Janosi et B. Hanamoto : The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicle in deformable soils. *In ISTVS International Conference on the Mechanics of Soil-Vehicle Systems*, 1961.

F. Jiang et Z. Gao : An application of nonlinear PID control to a class of truck ABS problems. *In IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, pages 516–521, Orlando, Floride, USA, 2001.

J.J. Kalker : *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact.* Kluwer Academic Publisher, 1990.

J. Kalkkuhl, T. Johansen et J. Ludemann : Improved transient performance of nonlinear adaptive backstepping using estimator resetting based on multiple models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47:136–140, 2002.

L.L. Karafiath : Finite element analysis of ground deformation beneath moving track loads. *In International Conference of the International Society for Terrain-Vehicle Systems*, 1984.

L.L. Karafiath et E.A. Nowatzki : *Soil mechanics for off-road vehicle engineering.* Trans Tech Publications, 1e édition, 1978.

T. Kawabe, M. Nakazawa, I. Nostu et Y. Watanabe : A sliding mode controller for anti-lock brake system : Usage of sluggish actuators. *In Conference on Decision and Control*, pages 2769–2770, Kobe, Japon, décembre 1996.

M. Kayton et W.R. R. Fried : *Avionics Navigation Systems.* Wiley-Interscience, 2e édition, 1997.

W. Khalil et E. Dombre : *Modélisation, Identification et commande des robots.* Hermes, 2e édition, 1999.

U. Kiencke et L. Nielsen : *Automotive Control Systems, For Engine, Driveline, and Vehicle.* Springer Verlag, 2000.

D. Kim, J. Sun, S. Oh, J.M. Rehg et A. Bobick : Traversability classification using unsupervised on-line visual learning for outdoor robot navigation. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 518–525, Orlando, Floride, USA, mai 2006.

C. Kölsch : Vertical vehicle dynamics on soft ground - investigations with FEM -. *In FISITA World Automotive Congress*, Seoul, Corée du Sud, juin 2000.

J.R. Koza, M.A. Keane et M.J. Streeter : What's AI done for me lately ? Genetic programming's human-competitive results. *IEEE Intelligent Systems*, 18(3):25–31, mai-juin 2003.

K. Kozlowski et D. Pazderski : Modeling and control of a 4-wheel skid-steering mobile robot. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 14(4):477–496, 2004.

P. Lamon et R. Siegwart : Wheel torque control in rough terrain - modeling and simulation. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 867–872, Barcelone, Espagne, avril 2005.

S. Lauback : Mars rover : July 4, 1997, and beyond. *Crossroads*, 4(3):3–7, 1998.

J-P. Laumond : *Robot Motion Planning and Control.* Springer Verlag, 1998.

J-P. Laumond : *La robotique mobile.* Hermes, 2001.

A.T. Le : *Modelling and Control of Tracked Vehicles.* Thèse de doctorat, University of Sydney, janvier 1999.

F. Le Menn : *Évaluation et optimisation de la locomotion de systèmes mobiles reconfigurables.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, septembre 2007.

Y. Lee et S.H. Żak : Designing a genetic neural fuzzy antilock-brake-system controller. *IEEE Transactions on evolutionary computation*, 6(2):198–211, avril 2002.

R. Lenain : *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles en présence de glissement.* Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, novembre 2005.

R. Lenain, B. Thuilot, Ch. Cariou et Ph. Martinet : High accuracy path tracking for vehicles in presence of sliding : Application to farm vehicle automatic guidance for agricultural tasks. *Autonomous Robots*, 21(1):79–97, 2006.

L. Li, F.Y. Wang et Q. Zhou : Integrated longitudinal and lateral tire/road friction modeling and monitoring for vehicle motion control. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 7:1–19, mars 2006.

X. Li et J.M. Moshell : Modeling soil : Realtime dynamic models for soil slippage and manipulation. *Computer Graphics*, 27:361–368, 1993.

C.H. Liu et J.Y. Wong : Numerical simulations of tire-soil interaction based on critical state soil mechanics. *Journal of Terramechanics*, 33(5):209–221, septembre 1996.

Z-D. Ma et N.C. Perkins : Modeling of track-wheel-terrain interaction for dynamic simulation of tracked vehicule systems. *In ASME Conference on Mechanical Vibration and Noise*, pages 1–11, Las Vegas, Nevada, USA, septembre 1999.

A. Mallet, S. Lacroix et L. Gallo : Position estimation in outdoor environments using pixel tracking and stereovision. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3519–3524, San Francisco, Californie, USA, avril 2000.

D.B. Marghitu et J.D. Irwin : *Mechanical Engineer's Handbook*. Elsevier, 2001.

R. Matijevic, J. Crisp, D.B. Bickler, R.S. Banes, B.K. Cooper, H.J. Eisen, J. Gensler, A. Haldemann, F. Hartman, K.A. Jewett, L.H. Matthies, S.L. Laubach, A.H. Mishkin, J.C. Morrison, T.T. Nguyen, A.R. Sirota, H.W. Stone, S. Stride, L.F. Sword, J.A. Tarsala, A.D. Thompson, M.T. Wallace, R. Welch, E. Wellman, B.H. Wilcox, D. Ferguson, P. Jenkins, J. Kolecki, G.A. Landis, D. Wilt, H.J. Moore et F. Pavlics : Characterization of the martian surface deposits by the Mars Pathfinder rover, Sojourner. *Science*, 278:1765–1767, décembre 1997.

T. Matsushima, H. Saomoto, M. Matsumoto, K. Toda et Y. Yamada : Discrete element simulation of an assembly of irregularly-shaped grains : Quantitative comparison with experiments. *In ASCE Engineering Mechanics Conference*, Seattle, USA, juillet 2003.

H. Nakashima, Y. Kawase, A. Oida et A. Momozu : A serial domain decomposition method for DEM simulation of soil-wheel interaction. *In International Symposium on Machinery and Mechatronics for Agriculture and Bio-systems Engineering*, Kobe, Japon, septembre 2004.

N.J. Nilson : A mobile automation : An application of artificial intelligence techniques. *In IJCAI*, pages 509–520. IJCAI, 1969.

A. Oida et M. Momozu : Simulation of soil behavior and reaction by machine part by means of DEM. *Agricultural Engineering International (CIGR Journal)*, 4, octobre 2002.

L. Ojeda, J. Borenstein et G. Witus : Terrain trafficability characterization with a mobile robot. *In SPIE Defense and Security Conference*, Orlando, Floride, USA, mars-avril 2005.

L. Ojeda, D. Cruz, G. Reina et J. Borenstein : Current-based slippage detection and odometry correction for mobile robots and planetary rovers. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(2):366–378, avril 2006.

H.B. Pacejka : *Tyre and Vehicle Dynamics*. Elsevier, 2002.

T. Peynot : *Sélection et contrôle de modes de déplacement pour un robot mobile autonome en environnements naturels*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, juillet 2006.

A. Pruski : *Robotique mobile - La planification de trajectoire*. Hermes, 1996.

G. Reina, L. Ojeda, A. Milella et J. Borenstein : Wheel slippage and sinkage detection for planetary rovers. *IEEE Transactions of Mechatronics*, 11(2):185–195, avril 2006.

H. Sakai : Theoretical and experimental studies on the dynamic of tyres. part 1 : Review of theories of rubber friction. *International Journal of Vehicle Design*, 2(1):78–110, 1981.

P. Schenker, T. Huntsberger, P. Pirjanian, S. Dubowsky, K. Iagnemma et V. Sujan : Rovers for intelligent, agile traverse of challenging terrain. *In International Conference on Advanced Robotics*, pages 1683–1692, Coimbra, Portugal, 2003.

I.C. Schmid, C. Harnisch et B. Lach : Terrain-vehicle interactions in virtual reality. *In FISITA World Automotive Congress*, Seoul, Corée du Sud, juin 2000.

Y. Sellami : Contrôle d'un robot mobile tout terrain avec estimation de l'interaction roue-sol. Mémoire de D.E.A., Laboratoire de Robotique de Paris, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2005.

B. Shamah, M.D. Wagner, S. Moorehead, J. Teza, D. Wettergreen et W.R.L. Whittaker : Steering and control of a passively articulated robot. *In SPIE Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotic Systems*, volume 4571, octobre 2001.

H. Shibly, K. Iagnemma et S. Dubowsky : An equivalent soil mechanics formulation for rigid wheels in deformable terrain, with application to planetary exploration rovers. *Journal of Terramechanics*, 42:1–13, 2005.

S. Shimoda, Y. Kuroda et K. Iagnemma : Potential field navigation of high speed unmanned ground vehicles on uneven terrain. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelone, Espagne, avril 2005.

I. Shmulevich, U. Mussel et D. Wolf : The effect of velocity on rigid wheel performance. *Journal of Terramechanics*, 35(3):189–207, 1998.

R. Siegwart, P. Lamon, T. Estier, M. Lauria et R. Piguet : Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain. *Robotics and Autonomous Systems*, 40:151–162, 2002.

J. Song : Performance evaluation of a hybrid electric brake system with a sliding mode controller. *Mechatronics*, 15(3):339–358, 2005.

Z. Song, S. Hutangkabodee, Y.H. Zweiri, L.D. Seneviratne et K. Althoefer : Identification of soil parameters for unmanned ground vehicles track-terrain interaction dynamics. *In SICE Annual Conference*, pages 2255–2260, Sapporo, Japon, août 2004.

M. Spenko, Y. Kuroda, S. Dubowsky et K. Iagnemma : Hazard avoidance for high-speed mobile robots in rough terrain. *Journal of Field Robotics*, 23(5):311–331, mai 2006.

S. Sreenivasan et B. Wilcox : Stability and traction control of an actively actuated microrover. *Journal of Robotic Systems*, 11(6):487–502, 1994.

S.S. Stuchly, A. Thansandote, J. Mladek et J.S. Townsend : A Doppler radar velocity meter for agricultural tractors. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 27(1):24–30, février 1978.

J. Svendenius : Review of wheel modeling and friction estimation. Rapport technique, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Suède, août 2003.

C. Tessier, C. Cariou, C. Debain, F. Chausse, R. Chapuis et C. Rousse : A real-time, multi-sensor architecture for fusion of delayed observations : Application to vehicle localisation. *In National Workshop on Control Architectures of Robots*, Montpellier, France, avril 2006.

M. Thianwiboon et V. Sangveraphunsiri : Traction control of a rocker-bogie field mobile robot. *Thammasat International Journal of Science and Technology*, 10(4):48–59, 2005.

M. Tokoro et L. Steels : *The Future of Learning : Issues and Prospects.* IOS Press, 2003.

J. Van der Burg et P. Blazevic : Anti-lock braking and traction control concept for all-terrain robotic vehicle. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1400–1405, Albuquerque, Nouveau Mexique, USA, avril 1997.

R. Volpe : Navigation results from desert field tests of the Rocky 7 Mars rover prototype. *International Journal of Robotics Research*, 18(7):669–683, juillet 1999.

L. Wallén : Dynamic tyre models in adaptive slip control. Mémoire de D.E.A., Lund Institute of Technology, Suède, mars 2001.

W.G. Walter : A machine that learns - further experiments with Elmer & Elsie. *Scientific American*, 185(2):60–63, 1951.

C. Ward et K. Iagnemma : Classification-based wheel slip detection and detector fusion for outdoor mobile robots. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2730–2735, Rome, Italie, avril 2007.

G. Welch et G. Bishop : An introduction to the Kalman filter. Rapport technique 95-041, Department of Computer Science, University of North Carolina, USA, 1995.

W. Whittaker, M.C. Deans, A.D. Foessel, G.A. Fries, D. LaBelle, N.K. Lay, S. Moorehead, B. Shamah et J.K. Shillcutt : Icebraker : a lunal south pole exploring robot. Rapport technique, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, 1997.

J.Y. Wong : *Terramechanics and Off-Road Vehicles.* Elsevier, 1989.

J.Y. Wong : *Theory of ground vehicles.* Wiley-Interscience, 3e édition, 2001.

J.Y. Wong, M. Garber et J. Preston-Thomas : Theoretical prediction and experimental substantiation of the ground pressure distribution and tractive performance of tracked vehicles. *Journal of Automobile Engineering*, 198(15):265–285, 1984.

R.N. Yong et E.A. Fattah : Prediction of wheel-soil interaction and performance using the finite element method. *Journal of Terramechanics*, 13(4):227–240, 1976.

K. Yoshida et H. Hamano : Motion dynamics and control of a planetary rover with slip-based traction model. *In SPIE Unmanned Ground Vehicle Technology*, volume 4715, pages 275–286, juillet 2002a.

K. Yoshida et H. Hamano : Motion dynamics of a rover with slip-based traction model. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3155–3160, Washington, DC, USA, mai 2002b.

K. Yoshida et G. Ishigami : Steering characteristics of a rigid wheel for exploration on loose soil. *In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japon, septembre-octobre 2004.

F. Yu, J-Z. Feng et J. Li : A fuzzy logic controller design for vehicle ABS with a on-line optimized target wheel slip ratio. *KSAE International Journal of Automotive Technology*, 3(4):165–170, 2002.

J.J. Zakrajsek, D.B. McKissock, J.M. Woytach, J.F. Zakrajsek, F.B. Oswald, K.J. McEntire, G.M. Hill, P. Abel, D.J. Eichenberg et T.W. Goodnight : Exploration rover concepts and development challenges. technical memorandum E14998, NASA, Cleveland, Ohio, USA, mars 2005.

R. Zhang et J.L. Li : Simulation on mechanical behavior of cohesive soil by distinct element method. *Journal of Terramechanics*, 43:303–316, 2006.

Annexe A

Nomenclature

symbole	unité	description
		Paramètres de l'interaction roue-sol
c	Pa	cohésion
n	-	exposant d'enfoncement du sol
ϕ	rad	angle de friction interne
K	m	module de cisaillement
k_c	$\mathrm{N/m^{n+1}}$	module de cohésion
k_ϕ	$\mathrm{N/m^{n+2}}$	module de frottement
k_q	s/m	coefficient de vitesse d'enfoncement
q		exposant de vitesse de pénétration du sol
ρ	$\mathrm{kg/m^3}$	masse volumique
μ	-	coefficient de frottement
μ_s	-	coefficient de frottement statique
μ_d	-	coefficient de frottement dynamique
μ_{res}	-	coefficient de frottement combiné
B_x	-	paramètre de Pacejka
C_x	-	paramètre de Pacejka
D_x	N	paramètre de Pacejka
E_x	-	paramètre de Pacejka
S_{vx}	N	paramètre de Pacejka
S_{hx}	-	paramètre de Pacejka
B_y	-	paramètre de Pacejka
C_y	-	paramètre de Pacejka
D_y	N	paramètre de Pacejka
E_y	-	paramètre de Pacejka
S_{vy}	N	paramètre de Pacejka
S_{hy}	-	paramètre de Pacejka
B_z	-	paramètre de Pacejka
C_z	-	paramètre de Pacejka
D_z	Nm	paramètre de Pacejka
E_z	-	paramètre de Pacejka
M_{zr}	Nm	paramètre de Pacejka
S_{ht}	-	paramètre de Pacejka
v_{gs}	m/s	paramètre pour Coulomb régularisé
C_1	-	paramètre de Burckhardt
C_2	-	paramètre de Burckhardt
C_3	-	paramètre de Burckhardt
C_4	s/m	paramètre de Burckhardt
C_5	$\mathrm{N^{-2}}$	paramètre de Burckhardt
λ_d	$\mathrm{N^{-2}}$	variable de Dugoff
A_s	s/m	paramètre de Dugoff
μ_0	-	paramètre de Dugoff
C_α	N	raideur latérale
C_s	N	raideur longitudinale
ν_n	$\mathrm{Nm^{-1}s}$	amortissement normal
k_n	$\mathrm{Nm^{-1}}$	raideur normale
m_i	kg	masse d'une particule i

F_c	N	paramètre de Dahl
β_d	-	paramètre de Dahl
μ_c	-	paramètre du modèle LuGre
ϵ_0	-	paramètre du modèle LuGre
σ_0	-	paramètre du modèle LuGre
σ_1	-	paramètre du modèle LuGre
σ_2	-	paramètre du modèle LuGre
v_{st}	-	vitesse relative de Stribeck
N_c	-	facteur de Terzaghi
N_γ	-	facteur de Terzaghi
v_R	m/s	paramètre de régularisation longitudinal
v_{Ry}	m/s	paramètre de régularisation latéral
s_c	-	paramètre agrégé
F_m	N	paramètre agrégé
Efforts et contraintes		
F_x	N	force latérale
F_y	N	force longitudinale
F_z	N	réaction verticale
F_t	N	force de traction brute
M_z	Nm	moment d'auto-alignement
DP	N	traction à barre
R_r	N	résistance au roulement
R_c	N	résistance de compaction
R_b	N	résistance de bulldozing
R_h	N	résistance de déformation de pneu
Γ	Nm	couple moteur
Γ_i	Nm	couple moteur exercé sur la roue i
Γ_{ri}	Nm	couple résistant de la roue i
τ	Pa	contrainte tangentielle
τ_{max}	Pa	contrainte tangentielle maximale
σ	Pa	contrainte normale
σ_x	Pa	coefficient du tenseur de contraintes
σ_y	Pa	coefficient du tenseur de contraintes
τ_{xy}	Pa	coefficient du tenseur de contraintes
σ_1	Pa	contrainte principale
σ_2	Pa	contrainte principale
σ_3	Pa	contrainte principale
$\mathbf{T}$	Pa	contrainte
dP	N	poids d'un élément infinitésimal
dN	N	force infinitésimale (calcul de bulldozing)
dT	N	force infinitésimale (calcul de bulldozing)
Analyse statique		
h_s	-	degré d'hyperstatisme
I_s	-	nombre d'inconnues statiques
E_s	-	nombre d'équations statiques
$\mathbf{U_s}$	*	matrice d'équilibre statique
$\mathbf{F_e}$	*	vecteur d'actions extérieures
F_{px}	N	force dans la laison pivot
F_{py}	N	force dans la laison pivot
F_{pz}	N	force dans la laison pivot
M_{px}	Nm	moment dans la laison pivot
M_{pz}	Nm	moment dans la laison pivot
Paramètres d'une roue		
c_z		amortissement vertical du pneu
D	m	diamètre de la roue libre non chargée
J_r	kg m^2	moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation propre
k_z		raideur verticale du pneu
m_r	kg	masse
R	m	rayon de la roue libre non chargée
R_e	m	rayon effectif (ou dynamique)
w_w	m	largeur
ρ_w	kg/m^3	masse volumique
Grandeurs cinématiques		
ω	rad/s	vitesse de rotation
$\mathbf{v}$	m/s	vecteur vitesse totale
v	m/s	vitesse totale
$\mathbf{v_g}$	m/s	vecteur vitesse de glissement

v_{gx}	m/s	vitesse de glissement longitudinale
v_ω	m/s	vitesse de roue libre
v^*	m/s	vitesse désirée
u	m/s	vitesse longitudinale
v	m/s	vitesse latérale
$v_{doppler}$	m/s	vitesse fournie par le radar
s	-	taux de glissement
s^*	-	taux de glissement désiré
s_i	-	taux de glissement de la roue i
s_{res}	-	taux de glissement combiné (Burckhardt)
s_l	-	taux de glissement latéral (Burckhardt)
s_s	-	taux de glissement longitudinal (Burckhardt)
s_{opt}	-	taux de glissement optimal
s_e	-	point d'équilibre du taux de glissement
ω_i	rad/s	vitesse de rotation de la roue i
v_s	m/s	vitesse de la source
v_r	m/s	vitesse du récepteur
v_d	m/s	composante de la vitesse selon $\mathbf{x_d}$
v_e	m/s	erreur relative en vitesse
c	m/s	vitesse de la lumière dans le vide
Δu	m/s	erreur en vitesse
$\hat{v}$	m/s	estimé de la vitesse
$v_{z,impact}$	m/s	vitesse de chute à l'impact
r	rad/s	vitesse de lacet
Grandeurs géométriques		
z	m	enfoncement
α	rad	angle de glissement
β	rad	angle de dérive
β_b	rad	angle pour le calcul de la résistance de bulldozing
δ	m	interpénétration
ψ	rad	angle de cap
ψ^*	rad	angle de cap désiré
d	m	écart à la trajectoire
j	m	déplacement relatif en cisaillement
l	m	longueur projetée de l'aire de contact
l_w	m	plus petite dimension de l'aire de contact
l_{wi}	m	plus petite dimension de l'aire de contact de la roue i
θ_c	rad	angle de contact roue-sol
$\tilde{\theta}_c$	rad	angle de contact roue-sol transitoire
θ_i	rad	position angulaire de la roue i
γ_d	rad	orientation du radar Doppler
γ	rad	angle d'incidence
$\Delta\gamma$	rad	écart angulaire relatif à l'axe optique
σ_s	m	variance de la distribution de l'état de surface
ν	rad	dispersion angulaire
ϕ_f	rad	angle de facette
h_r	m	hauteur du radar
d_0	m	paramètre de distance radar
d_r	m	distance radar-point éclairé
r_i	m	rayon d'une particule i
r_{ij}	m	interdistance particule i-particule j
A	m^2	aire de contact projetée
A_h	m^2	aire (calcul de la résistance de bulldozing latérale)
A_1	m^2	aire (calcul de la résistance de bulldozing latérale)
A_2	m^2	aire (calcul de la résistance de bulldozing latérale)
l_1	m	longueur de ligne de rupture
l_2	m	longueur de talus
z_1	m	hauteur de talus
h_0	m	hauteur de chute
R_v	m	dimension caractéristique du véhicule
Grandeurs dynamiques et magnétiques		
a_X	m/s^2	accélération longitudinale mesurée
a_Y	m/s^2	accélération latérale mesurée
a_Z	m/s^2	accélération normale mesurée
a_{X0}	m/s^2	accélération longitudinale mesurée brute
b_a	m/s^2	biais sur l'accélération longitudinale
ω_X	rad/s	vitesse gyromètre selon $\mathbf{X}$

ω_Y	rad/s	vitesse gyromètre selon **Y**
ω_Z	rad/s	vitesse gyromètre selon **Z**
m_X	normalisé	composante selon **X** du champ magnétique
m_Y	normalisé	composante selon **Y** du champ magnétique
m_Z	normalisé	composante selon **Z** du champ magnétique
$\dot{\omega}_a$	rad/s^2	constante expérimentale
Paramètres du véhicule		
M	kg	masse totale
a	m	demi-empattement
b	m	demi-voie
L	m	longueur totale
W	m	largeur totale
H	m	hauteur totale
v_{max}	m/s	vitesse maximale
J_z	kg m^2	moment d'inertie par rapport à l'axe vertical
Grandeurs électriques		
I_i	A	courant traversant le moteur i
K_Γ	Nm/A	constante de couple
pwm	-	rapport cyclique
Gains		
K_v	rad/m	gain proportionnel
K_p	variable	gain proportionnel
K_d	variable	gain de dérivation
K_i	variable	gain d'intégration
α_0	s^{-2}	gain de Lyapunov
k_{dX}		gain
$k_{d\psi}$		gain
k_{pX}		gain
$k_{p\psi}$		gain
k_f		gain
K_{ps}		gain pour la régulation de glissement
K_{is}		gain pour la régulation de glissement
Grandeurs vibratoires		
f_0	Hz	fréquence émise par le radar
f_a	Hz	fréquence apparente
f_1	Hz	fréquence apparente pour le chemin 1
f_2	Hz	fréquence apparente pour le chemin 2
Δf	Hz	décalage fréquentiel
λ	m	longueur d'onde
$\Delta\gamma_0$	rad	paramètre du modèle de radar
P_e	W	puissance maximale émise
P_0	W	puissance émise
P	W	puissance reçue
Bruits		
η	m/s	bruit de mesure Doppler
ξ	m/s^2	bruit de mesure d'accélération
Filtrage		
u	-	entrée de commande
Puissance et énergie		
P_u	W	puissance utile
P_w	W	puissance motrice
E	J	énergie
η_t	-	efficacité de traction
Autres		
t	s	temps
t_0	s	instant initial
ΔT	s	pédiode d'échantillonnage
T_p	s	temps de traitement
i	-	indice
g	m/s^2	accélération de la pesanteur
$\Re_p$	-	repère lié à la plateforme
$\Re_0$	-	repère de l'espace opérationnel
$\mathbf{x}_{IMU}$	-	axe x de la centrale AHRS
$\mathbf{y}_{IMU}$	-	axe y de la centrale AHRS
$\mathbf{z}_{IMU}$	-	axe z de la centrale AHRS
$\mathbf{x_d}$	-	axe optique du radar
$\mathbf{y_d}$	-	axe perpendiculaire à l'axe optique du radar

$\mathbf{x_r}$	-	vecteur unitaire longitudinale d'une roue
$\mathbf{y_r}$	-	vecteur unitaire latéral d'une roue
$\mathbf{x}$	-	vecteur unitaire global
$\mathbf{y}$	-	vecteur unitaire global
$\mathbf{z}$	-	vecteur unitaire global
$\mathbf{X}$	-	vecteur unitaire véhicule
$\mathbf{Y}$	-	vecteur unitaire véhicule
$\mathbf{Z}$	-	vecteur unitaire véhicule
ς	m	abscisse curviligne
ρ_a	kg/m^3	masse volumique de l'air

Annexe B

Filtre de Kalman

Nous rappelons l'algorithme du filtrage de Kalman étendu (EKF) [Welch et Bishop 1995].

Considérons le système dynamique non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k) &= f(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k), \boldsymbol{\xi}(k)) \\ \mathbf{y}(k) &= h(\mathbf{x}(k), \boldsymbol{\eta}(k)) \end{cases} \tag{B.1}$$

Dans ces équations, $\mathbf{x}$ est le vecteur d'état de dimension n, $\mathbf{y}$ est le vecteur d'observation de dimension m et $\mathbf{u}$ le vecteur d'entrée de dimension p. f et h sont deux fonctions dérivables, respectivement la fonction d'état et la fonction d'observation.

$\boldsymbol{\xi}$ et $\boldsymbol{\eta}$ sont deux bruits gaussiens de moyenne nulle (bruit de structure et de mesure). Ce sont des vecteurs de dimension r et m respectivement. Ils sont caractérisés par leurs matrices de covariance respectives, $\mathbf{Q}$ et $\mathbf{R}$, de dimensions $r \times r$ et $m \times m$.

Le filtre de Kalman étendu est un filtre numérique récursif fournissant une estimation du vecteur d'état $\mathbf{x}$, noté $\hat{\mathbf{x}}$, compte tenu des paramètres statistiques de bruits. À chaque instant k, on calcule un estimé $\hat{\mathbf{x}}$, ainsi qu'une matrice de covariance $\mathbf{P}$.

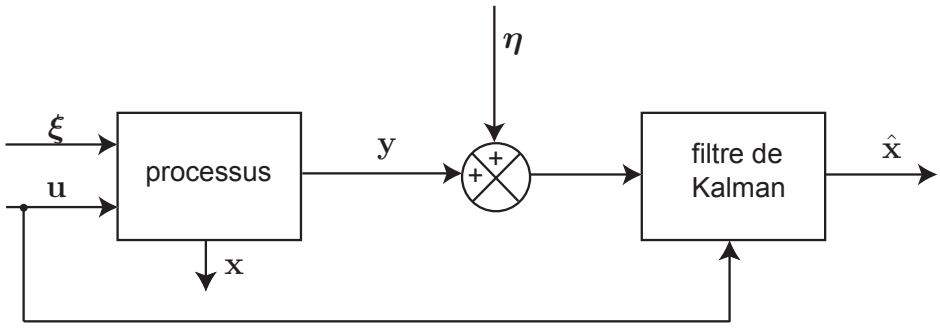


Fig. B.1 – Schéma général du filtre de Kalman

On se place au pas de temps k.

Étape 1 : prédiction

On calcule une estimation de $\mathbf{x}$ *a priori*, c'est-à-dire en l'absence des nouvelles observations $\mathbf{y}(k)$, grâce au modèle dynamique non bruité :

$$\hat{\mathbf{x}}(k/k-1) = f(\hat{\mathbf{x}}(k-1/k-1), \mathbf{u}(k), 0) \tag{B.2}$$

Pour l'EKF, le système est linéarisé à l'instant k. Les matrices jacobiennes $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{V}$ se calculent par :

$$\mathbf{F}(\mathbf{k}) = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{\hat{x}(k-1/k-1),u(k)} \tag{B.3}$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{k}) = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\hat{x}(k-1/k-1),u(k)} \tag{B.4}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{k}) = \left.\frac{\partial f}{\partial \xi}\right|_{\hat{x}(k-1/k-1),u(k)} \tag{B.5}$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{k}) = \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{\hat{x}(k/k-1)} \tag{B.6}$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{k}) = \left.\frac{\partial h}{\partial \eta}\right|_{\hat{x}(k/k-1)} \tag{B.7}$$

On calcule la matrice P *a priori* :

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k-1/k-1)\mathbf{F}(k)^T + \mathbf{H}(k)\mathbf{Q}\mathbf{H}(k)^T \tag{B.8}$$

On calcule une matrice K, nommée gain de Kalman :

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{C}(k)^T \left[\mathbf{C}(k)\mathbf{P}(k/k-1)\mathbf{C}(k)^T + \mathbf{V}(k)\mathbf{R}\mathbf{V}(k)^T\right]^{-1} \tag{B.9}$$

Étape 2 : mise à jour

Lorsque les observations $\mathbf{y}(k)$ deviennent diponibles, on corrige l'estimé *a priori*. L'estimé *a posteriori* est la somme de l'estimé à l'instant précédent et de l'innovation $y(k) - h(\hat{x}(k/k-1))$ multipliée par le gain de Kalman :

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k-1/k-1) + \mathbf{K}(k)\left[\mathbf{y}(k) - h(\hat{\mathbf{x}}(k/k-1))\right] \tag{B.10}$$

On calcule la matrice P *a posteriori* :

$$\mathbf{P}(k/k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}(k))\mathbf{P}(k/k-1) \tag{B.11}$$

Notons que contrairement au filtre de Kalman linéaire, l'estimation n'est pas nécessairement optimale. Il peut diverger si la condition initiale est mal choisie, ou si le système est incorrectement modélisé.

Annexe C

Résolution de $y = \frac{e^x - 1}{x}$

La fonction

$$f : x \mapsto y = \begin{cases} \frac{e^x-1}{x} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 1 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases} \tag{C.1}$$

tracée sur la figure C.1 est continue sur $\Re$ et à valeurs dans $\Re^{+*}$.

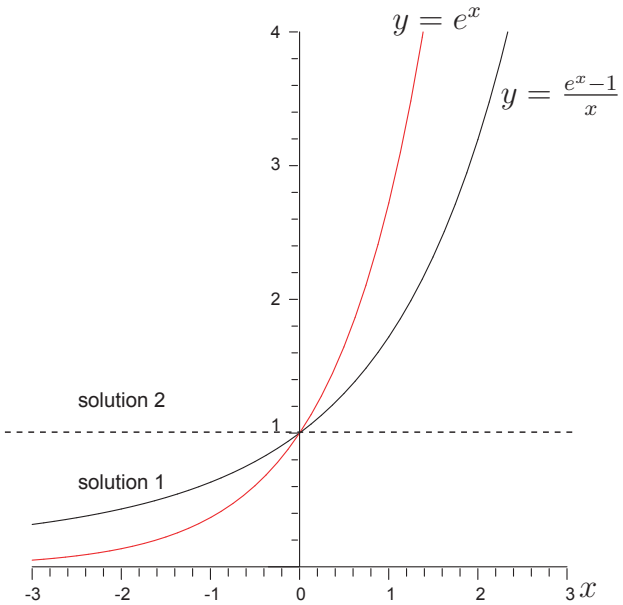


FIG. C.1 – Graphe de la fonction $y = \frac{e^x-1}{x}$

Soit y>0. Nous cherchons à résoudre l'équation :

$$y = f(x) \tag{C.2}$$

La fonction f est strictement croissante. Les solutions sont donc uniques. Cherchons la solution pour $y \neq 1$ donc $x \neq 0$. Posons $z = e^x = y\,x + 1$. Alors :

$$e^{\frac{z-1}{y}} = z \tag{C.3}$$

ie :

$$ze^{-\frac{z}{y}}e^{\frac{1}{y}} = 1 \tag{C.4}$$

ou encore, en multipliant par $-\frac{z}{y}$:

$$-\frac{z}{y}e^{-\frac{z}{y}} = -\frac{e^{-\frac{1}{y}}}{y} \tag{C.5}$$

On a $-\frac{1}{e} \leq -\frac{e^{-\frac{1}{y}}}{y} < 0$ pour tout $y > 0$ (figure C.2).

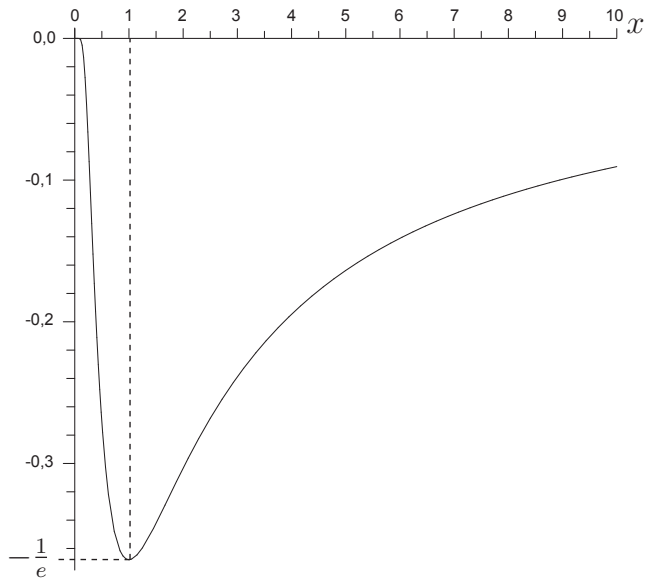


FIG. C.2 – Graphe de la fonction $x \mapsto -\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$

L'équation en $u = v\,e^v$ d'inconnue v a deux solutions réelles pour $-\frac{1}{e} < u < 0$ (figure C.3), de part et d'autre de -1, données par les fonctions de Lambert [Corless *et al.* 1996] :

$$v = \begin{cases} W_0(u) > -1 & \text{(solution 1)} \\ W_{-1}(u) < -1 & \text{(solution 2)} \end{cases} \tag{C.6}$$

pour $u = -\frac{1}{e}$, l'équation admet une solution unique $v = -1$. $W_0(-\frac{1}{e}) = -1$, donc la première inégalité peut être prise au sens large.

La solution 1 est telle que $-\frac{z}{y} \geq -1$ i.e. $y \geq e^x$. La solution 2 est telle que $-\frac{z}{y} < -1$ i.e. $y < e^x$. Donc la solution 1 est pour le demi-plan $y \leq 1$ et la solution 2 pour $y > 1$ comme le montre la figure C.1.

D'où en utilisant la fonction de Lambert :

$$-\frac{z}{y} = W_{0|-1}\left(-\frac{e^{-\frac{1}{y}}}{y}\right) \tag{C.7}$$

et enfin, puisque $x = \frac{z-1}{y}$:

$$x(y) = \begin{cases} -W_0\left(-\frac{e^{-\frac{1}{y}}}{y}\right) - \frac{1}{y} & \text{si} \quad 0 < y \leq 1 \quad (a) \\ -W_{-1}\left(-\frac{e^{-\frac{1}{y}}}{y}\right) - \frac{1}{y} & \text{si} \quad y > 1 \quad (b) \end{cases} \tag{C.8}$$

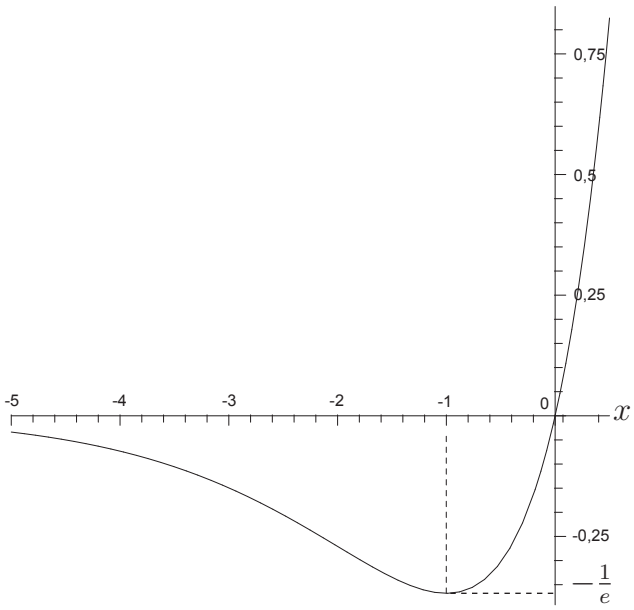


FIG. C.3 – Graphe de la fonction $x \mapsto x\,e^x$

$x(y)$ est tracé sur la figure C.4.

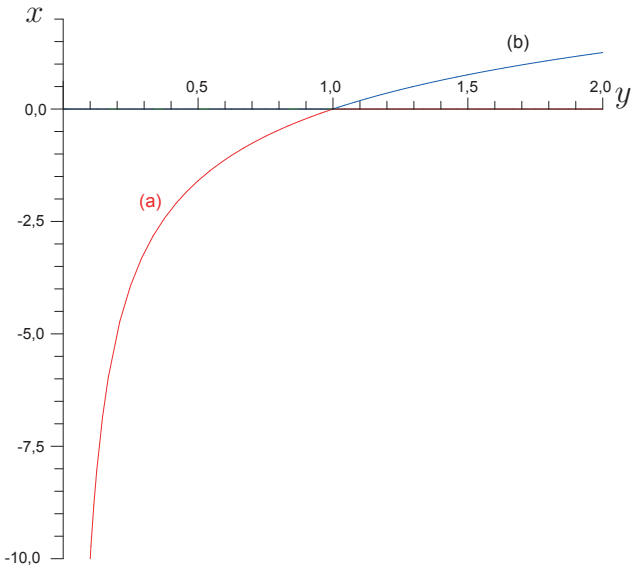


FIG. C.4 – Graphe de la fontion inverse $x = f^{-1}(y)$

Annexe D

Dispositif expérimental pour l'étude de l'interaction roue-sol (projet)

Un banc d'essai expérimental a été conçu pour l'étude tridimensionnelle de l'interaction roue-sol. L'objectif est de valider les modèles d'interaction pour les sols granulaires à cohésion faible en étudiant, en particulier, les effets transitoires, l'enlisement, et l'effet de l'angle de glissement. Le schéma général est représenté sur la figure D.1. Il s'agit d'un chariot motorisé entraînant une roue dont le mouvement de rotation est imposé. On impose donc un taux de glissement. De plus, le plan de la roue est orienté selon un angle fixé α par l'intermédiaire d'un compas. On souhaite ainsi mesurer l'influence de l'angle de glissement sur les forces longitudinales et latérales.

L'enfoncement de la roue est mesuré par un potentiomètre. La roue peut être chargée par une masse disposée sur un plateau.

Des jauges de contraintes sont disposées sur les parois du bac contenant le sol afin de mesurer les contraintes existant en ces points et d'estimer l'influence des effets liés à la dimension finie du bac.

Un instrument indépendant (bévamètre) permet de mesurer les paramètres du sol par des tests d'enfoncement et de cisaillement.

Les données sont recueillies par un ordinateur de supervision pour le post-traitement.

Le tableau D.1 résume les capteurs et les actionneurs utilisés.

Tab. D.1 – Capteurs et actionneurs du projet de banc d'essai terramécanique

c_1	potentiomètre
c_2	capteur de forces 6 axes
c_3	codeur optique
c_4	compas
c_5	codeur optique
c_6	capteur de courant
M_1	moteur d'entraînement de chariot
M_2	moteur de rotation de roue

Une vue CAO en perspective du dispositif est représentée sur la figure D.2.

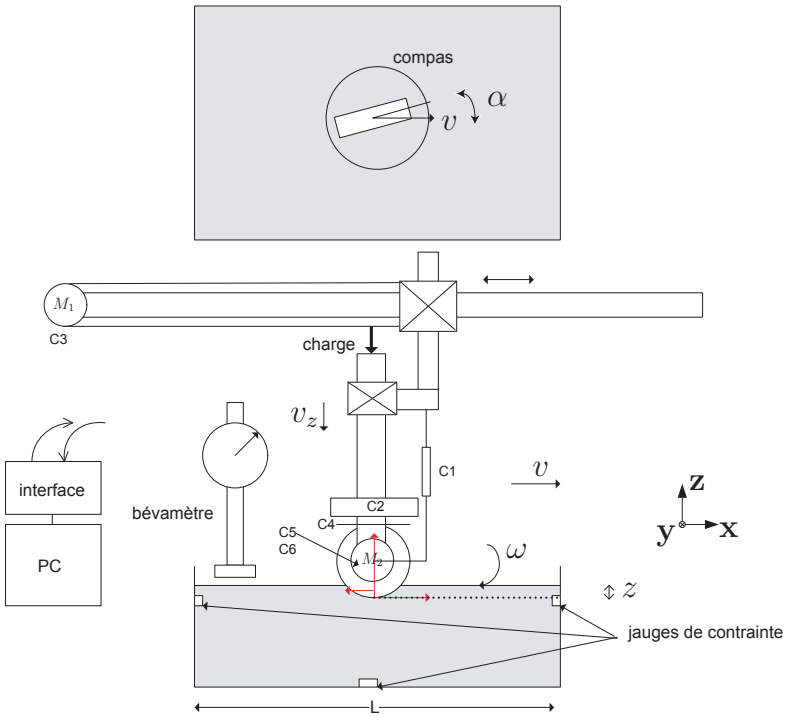


Fig. D.1 – Schéma de banc d'essai d'interaction roue-sol

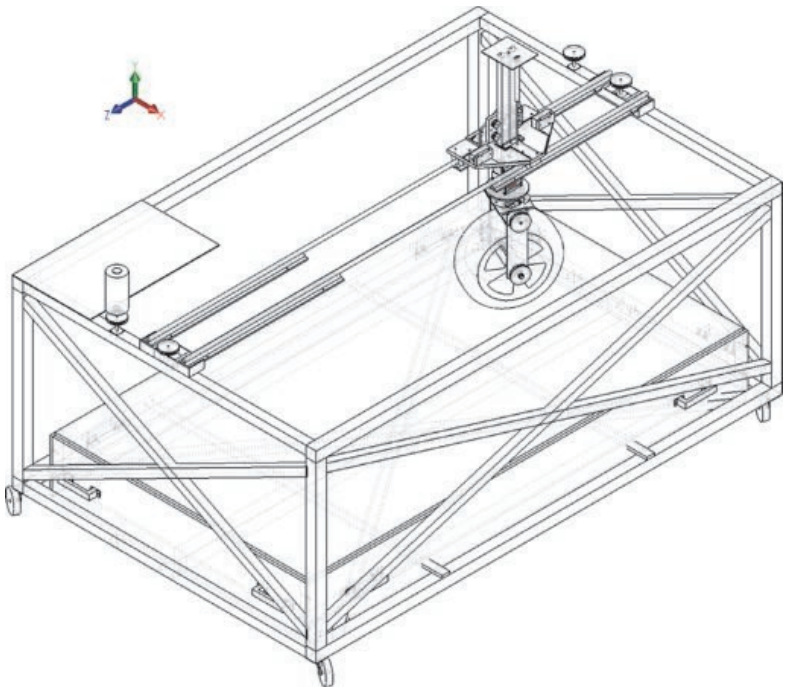


Fig. D.2 – Vue CAO du banc d'essai

Cet outil est une extension d'un banc d'essai existant. Il devrait permettre de valider complètement nos modèles et d'affiner notre connaissance de l'interaction.

Annexe E

Paramètres de sols

Les données sont extraites de [Wong 2001].

Terrain	n	k_c(kN/m^{n+1})	k_ϕ(kN/m^{n+2})	c(kPa)	$\phi(deg)$	H(%)*
Sable sec (LLL)	1,10	0,99	1528,43	1,04	28,0	0
Terre arénacée (LLL)	0,70	5,27	1515,04	1,72	29,0	15
Terre arénacée (LLL)	0,20	2,56	43,12	1,38	38,0	22
Terre arénacée (Michigan)	0,90	52,53	1127,97	4,83	20,0	11
Terre arénacée (Michigan)	0,40	11,42	808,96	9,65	35,0	23
Terre arénacée (Hanamoto)	0,30	2,79	141,11	13,79	22,0	26
Terre arénacée (Hanamoto)	0,50	0,77	51,91	5,17	11,0	32
Sol argileux (Thaïlande)	0,50	13,19	692,15	4,14	13,0	38
Sol argileux (Thaïlande)	0,70	16,03	1262,53	2,07	10,0	55
Argile gras (WES)	0,13	12,70	1555,95	68,95	34,0	25
Argile gras (WES)	0,11	1,84	103,27	20,69	6,0	40
Argile maigre (WES)	0,20	16,43	1724,69	68,95	20,0	22
Argile maigre (WES)	0,15	1,52	119,61	13,79	11,0	32
Sable « LETE » (Wong)	0,79	102,0	5301,00	1,30	31,1	-
Terre arénacée (Wong)	1,10	74,60	2080,00	3,30	33,7	51
Terre arénacée (Wong)	0,66	6,9	752,00	3,70	29,8	43
Glaise argileuse	0,73	41,60	2471,00	6,10	26,6	46
Glaise (Wong)	1,01	0,06	5880,00	3,10	29,8	24
Neige (U.S.)	1,60	4,37	196,72	1,03	19,7	-
Neige (U.S.)	1,60	2,49	245,90	0,62	23,2	-
Neige (Suède)	1,44	10,55	66,08	6,00	20,7	-

* taux d'humidité

Publications

Lhomme-Desages, D., Grand, Ch., Ben Amar, F. et Guinot, J-C. : Doppler-based Ground Speed Sensor Fusion and Slip Control for a Wheeled Rover, soumis à *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2008.

Lhomme-Desages, D., Grand, Ch. et Guinot, J-C. : Trajectory Control of a Four-Wheel Skid-Steering Vehicle over Soft Terrain using a Physical Interaction Model. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1164-1169, Rome, Italie, avril 2007.

Lhomme-Desages, D., Grand, Ch. et Guinot, J-C. : Model-based Control of a Fast Rover Over Natural Terrain, *In International Conference on Climbing and Walking Robots*, Bruxelles, Belgique, septembre 2006.

Commande d'un robot mobile rapide à roues non directionnelles sur sol naturel

Un robot mobile se déplaçant à une vitesse élevée sur un sol naturel est soumis à des phénomènes de glissement et de dérapage. La maîtrise des déplacements à haute vitesse en environnement naturel peut devenir un enjeu important pour des applications robotiques dans l'exploration terrestre, spatiale, ou dans l'agriculture.

Durant la thèse, nous avons développé un modèle d'interaction semi-empirique entre les roues et le sol, qui a été ensuite intégré à une nouvelle méthode de commande du système. L'objectif global est la conception d'une architecture de commande pour le suivi de trajectoire ou de chemin, en tenant compte de la dynamique et des glissements.

Cette architecture de commande a été validée dans un environnement de simulation dynamique, dans lequel nous avons implémenté le modèle de contact.

Une plateforme robotique a été construite et instrumentée afin de démontrer expérimentalement la pertinence de cette approche. En particulier, un capteur de vitesse absolue basé sur l'effet Doppler a été développé. Il est ainsi possible de mesurer le glissement des roues par rapport au sol et de le réguler. Une procédure d'estimation *in situ* des paramètres du modèle de contact a également été validée.

Mots-clé : robot mobile, glissement, commande basée modèle, interaction roue-sol, identification

Control of a fast wheeled skid-steering mobile robot on natural soil

A mobile robot traveling over a natural terrain at high speed is subject to slipping and skidding phenomena. The control of the movement at high speed in natural environment may become an important challenge for robotic applications in terrestrial or planetary exploration and in agriculture.

In this thesis, we developed a semi-empirical model of the interaction between wheels and soil, which has been integrated into a new control scheme. The overall objective is to design a control architecture for path following or trajectory tracking, while taking into account dynamics and slippage.

This control architecture has been validated in a dynamic simulation environment, which was enhanced to include the contact model.

A robotic platform was built and instrumented in order to demonstrate experimentally the relevance and the benefits of this approach. In particular, a ground speed sensor, based on Doppler effect, has been developed. Thus, it is possible to measure and regulate the slippage of wheels with respect to the ground. An *in situ* estimation procedure of the contact model parameters has also been validated.

Keywords : mobile robot, slippage, model-based control, wheel-soil interaction, identification